# 电热微执行器温度分布节点分析模型

黎仁刚\* 黄庆安 李伟华

(东南大学 MEMS 教育部重点实验室,南京 210096)

摘要:针对如何使用具有集总性质的节点分析法仿真非集总的温度分布这一难点问题,本文以平面内运动的热执 行器作为研究对象,依据不同坐标的空间温度分布之间相关性较强的特点,利用傅里叶变换使连续的空间温度分 布问题集总化,建立了热执行器基本单元的温度分布节点分析法模型.所建立的模型节点数较少,结构清晰.同时 为使之能够与控制电路及反馈电路协同仿真,本文还建立了热执行器基本单元的等效电路模型.为证实模型的有 效性,本文使用该模型对三种常见的平面内运动热执行器加以分析,由 ANSYS 验证了其仿真结果的正确性.

**关键词:**相关性;加权余量法;节点分析法;热执行器 EEACC: 2575;8460 **中图分类号:**TN402 **文献标识码:**A **文章编号:** 0253-4177(2006)10-1880-07

### 1 引言

随着 MEMS 系统设计的复杂度不断增加,设计 过程中建模仿真的难度也不断加大<sup>[1]</sup>.目前对 MEMS 结构的仿真一般局限于基于空间网格划分 的有限元或者有限差分方法<sup>[2]</sup>,基于空间网格划分 的方法具有仿真精度高、适应性强的优点;但这类方 法一般建模繁琐,要求设计者有一定数值计算的知 识背景,而且仿真时间长,对计算机要求高,更重要 的是无法适用于系统级仿真.

目前 MEMS 系统级仿真一般采用节点分析 法<sup>[3]</sup>.节点分析法具有建模方便、仿真速度快等优 点,无论是在系统级建模还是系统级仿真中都有着 明显的优势.但是节点分析法本质是一种集总化的 方法,所使用的模型也都是集总模型;而热执行器中 的温度却是一个分布问题.目前的热执行器的节点 法模型为了能够仿真温度分布,不得不借助于空间 网格划分的方法,并辅以模型降阶方法以减少计算 量<sup>[4]</sup>.但这种方法同样需要空间网格划分,而且模型 降阶过程是对大规模矩阵的操作过程,对计算量仍 有一定要求,所以这种方法不具备节点法模块化的 特点,不能体现节点法的优点,仍不是系统级仿真的 理想选择.

目前使用的热执行器,从运动方向可以分为垂 直于衬底和平行于衬底两种.垂直于衬底的主要为 双层结构<sup>[5,6]</sup>;而平行于衬底的热执行器<sup>[7~10]</sup>,虽然 形状和结构变化较大,但总可以从中抽象出简单的 梁和锚点两个基本结构,绝大多数平行于衬底运动 的热执行器都可以由这两种基本结构组合而成.理 想锚点的分析较为简单,此处不加赘述.本文主要以 梁结构为研究对象,建立其热电耦合节点分析模型.

本文依据空间温度分布相关性较大的特点,首次使用有限元或有限差分之外的方法——加权余量 法构建出梁单元的节点模型,改进了文献[11]提出 的方法,此方法所构建的梁单元热-电耦合模型具有 矩阵规模小(5×5)、无需网格划分以及结构简单清 晰的优点,而且可以考虑部分材料参数随温度变化 的特性.同时,为了能更好的和系统电路协同仿真, 本文在此基础上建立了简洁的梁单元等效电路模 型,为系统级仿真提供了条件.本文所构建的模型使 用 HSpice 仿真,并由 ANSYS 验证,结果验证了此 方法的合理性.

### 2 理论模型

热执行器中包括三类物理量的耦合:热、电、机 械.工作原理一般是由电流通过热执行器结构产生 焦耳热,使热执行器结构的温度分布发生改变,由此 造成的热膨胀改变了热执行器的几何形状,从而产 生机械运动.三类物理量之间的相互作用是不一样 的,热和电是紧密耦合的,而在一般微米量级的热执 行器中电与机械的相互影响以及机械对热的影响几 乎可以忽略,所以这些相互作用可以分解成为松散 耦合的两部分:热-电耦合和热-机械耦合,其中热-电 耦合模型的建立是求解完整热-电-机械行为的前 提.本节在基本传热方程的基础上使用加权余量法, 提取温度分布非相关信息,建立了热-电耦合模型.

<sup>\*</sup> 通信作者.Email.li.samsara@gmail.com 2006-03-09 收到,2006-04-13 定稿

#### 2.1 热执行器中梁单元的传热基本方程

物体的导热行为可以由傅里叶方程描述,如(1) 式所示:

$$\rho c \frac{\partial T(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t} - \nabla \cdot [\kappa \nabla T(\boldsymbol{r}, t)] = g(\boldsymbol{r}, t)$$
$$\boldsymbol{r} \in R, t > 0 \tag{1}$$

其中  $T(\mathbf{r}, t)$ 和  $g(\mathbf{r}, t)$ 分别是时间 t 时物体中位 置为 $\mathbf{r}$ 处的温度分布和单位体积产生的热量; $\rho$ · $\kappa$  和 c分别是物体材料的密度、热导率和比热容;R为物 体所在区域.(1)式的边界条件为作用于物体边界上 的 Dirichlet 条件和 Neumann 条件.

平面内运动的热执行器一般由基本的梁单元以 适当的连接方式组合而成,梁单元的典型结构如图 1所示.为了使用节点法构建梁的模型,必须将(1) 式作一定的简化处理.实验证明,即使温度达到 1000℃时,梁上由于辐射传热损失的热量也小于 1%,所以本文建立的梁模型中不考虑辐射传热<sup>[12]</sup>. 另外本文近似认为梁截面上的温度分布均匀,这一 假设在 Biot 参数小于 0.1 时成立.Biot 参数可以表 示为 Bi = ( $\kappa_{air}/\kappa$ )( $b/t_{air}$ ),其中  $\kappa_{air}$ 和  $\kappa$ 分别表示空 气和梁材料的热导率, b和  $t_{air}$ 分别表示梁和空气层 的厚度.将参数  $\kappa_{air}$  = 0.026W/(m•K), $\kappa$  = 131W/ (m•K), b = 2 $\mu$ m和  $t_{air}$  = 2 $\mu$ m代入,可得 Biot 系 数为 0.0002,所以梁单元的截面上的温度近似均匀 分布.



图 1 梁单元结构示意图 Fig.1 Schematic view of beam element

经过以上的简化之后,以梁的一个端点(以下称 左端点)为零点,此端点指向另一个端点(以下称右 端点)的方向为 *x* 轴的正方向.对于梁单元,(1)式 可以简化为一个一维传热方程,如(2)式所示:

$$\rho cwb \frac{\partial T_{b}(x,t)}{\partial t} - wb \frac{\partial}{\partial x} \left[ \kappa \frac{\partial T_{b}(x,t)}{\partial x} \right] = -\left(hw + \frac{wS}{R_{T}}\right) \left[T_{b}(x,t) - T_{\infty}\right] + \frac{i^{2}(t)\rho_{c}}{wb} (2)$$

其中 i(t)为流经梁的电流; h 表示梁的上表面的 对流系数; w 为梁的宽度;  $T_b$  和  $T_{\infty}$  分别表示梁上 x 点的温度和环境温度.其中  $R_T$  和 S 的表达式 为<sup>[12,13]</sup>:

$$\mathbf{R}_{\mathrm{T}} = \frac{t_{\mathrm{air}}}{\kappa_{\mathrm{air}}} + \frac{t_{\mathrm{N}}}{\kappa_{\mathrm{N}}} + \frac{t_{\mathrm{O}}}{\kappa_{\mathrm{O}}}$$
(3)

$$S = \frac{b}{w} (\frac{2t_{\text{air}}}{b} + 1) + 1 \tag{4}$$

其中  $\kappa_N, \kappa_O$ 分别表示氮化硅和二氧化硅层的热导率;  $t_N, t_O$ 分别表示氮化硅层和二氧化硅层的厚度.

#### 2.2 热-电耦合模型

作为梁材料的多晶硅的比热容、热导率和电阻 率均随温度变化<sup>[14]</sup>,其中比热容在工作温度下随温 度变化不大,本文将其作为定值处理;而在温度变化 范围为 300~800K 时,热导率和电阻率的变化可达 100%,本文假定其数值与温度的关系为线性关系, 利用 MATLAB 对文献[14]中给出的数据在 300~ 700K 之间使用一次多项式拟合,热导率和电阻率的 拟合结果如图 2(a)和(b)所示.





可见线性拟合结果和原曲线误差较小,热导率 和电阻率可以表示为:

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_1 T \tag{5}$$

$$\rho_{\rm e} = \rho_{\rm e0} \left( 1 + \zeta T \right) \tag{6}$$

其中 κ<sub>0</sub> 和 ρ<sub>c0</sub>分别为环境温度下梁材料的热导率 和电阻率;κ<sub>1</sub> 为热导率温度线性项的系数;ζ为电阻 率的温度系数.同时为书写方便,作如下定义:

$$\xi = hw + \frac{Sw}{R_{\rm T}} \tag{7}$$

$$m = \frac{\rho_{\rm c0}}{wb} \tag{8}$$

$$\psi = \frac{\rho_{\rm eo}\,\zeta}{wb}\tag{9}$$

将(7)~(9)式代入(2)式, 可待:  

$$\rho \, cwb \, \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - wb \, \frac{\partial}{\partial x} \Big( (\kappa_1 T(x,t) + \kappa_0) \, \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \Big) = -(\xi - i^2 \psi) T(x,t) + i^2 m \tag{10}$$

此方程的边界条件为:

$$\begin{cases} T \mid_{x=0} = T_{1}(t), \quad \kappa w b \frac{\partial T}{\partial x} \mid_{x=0} = q_{1}(t) \\ T \mid_{x=1} = T_{2}(t), \quad -\kappa w b \frac{\partial T}{\partial x} \mid_{x=1} = q_{2}(t) \end{cases}$$
(11)

本文选择使用加权余量法求解式所示的方程,首先 要构建方程的近似解.近似解必须能够满足强制边 界条件,而且形式上应该比较简单.

对于一维简化的梁单元,因为加热源在空间上 基本均匀分布,而且梁材料的热导率一般不会太低, 所以梁上温度分布不会存在突变的点,呈现出比较 缓和的分布,即不同位置的温度分布之间存在很大 的相关性。因此如果对温度分布作空间尺度上的傅 里叶变换,则温度分布的能量绝大部分将集中在低 频段.根据这一特点,本文首先使用一阶三次 Hermit 插值近似实际的温度分布,然后使用很少几项 傅里叶级数补偿插值残差,这样不仅减少了温度信 息之间的相关性,而且能够很好的表示温度分布,同 时又不会引入较多的节点,在节点数量(计算量)和 模型的精度之间取得了较好的折中.为书写方便,首 先定义:

$$\begin{cases} T' \mid_{x=0} = \eta_1(t) \\ T' \mid_{x=1} = \eta_2(t) \end{cases}$$
(12)

数值实验证明,傅里叶级数取前三阶即可达到较高的精度,所以近似函数可取为:

$$\widetilde{T} = N\phi$$
 (13)

其中  

$$\begin{cases}
N = \left[\frac{2x^{3}}{l^{3}} - \frac{3x^{2}}{l^{2}} + 1, -\frac{2x^{3}}{l^{3}} + \frac{3x^{2}}{l^{2}}, \\
\frac{x^{3}}{l^{2}} - \frac{2x^{2}}{l} + x, \frac{x^{3}}{l^{2}} - \frac{x^{2}}{l}, 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)\right] \\
\phi = \left[T_{1} \quad T_{2} \quad \eta_{1} \quad \eta_{2} \quad \beta\right]^{T}$$
(14)

其中 β(t)为待定函数.然后用伽辽金法选择加权函数,并使用加权余量法处理(10),(11)式<sup>[15]</sup>,可得:

$$M\phi' + K\phi - i^2 G\phi + P = F$$
(15)  
其中:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M} = \rho \boldsymbol{c} \boldsymbol{w} \boldsymbol{b} \int_{0}^{l} N^{T} N d\boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{K} = \kappa \boldsymbol{w} \boldsymbol{b} \int_{0}^{l} (N_{x}^{T} N_{x}) d\boldsymbol{x} + \xi \int_{0}^{l} N^{T} N d\boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{F} = i^{2} \boldsymbol{m} \int_{0}^{l} N^{T} d\boldsymbol{x} - q_{1} N^{T} \mid_{x=0} - q_{2} N^{T} \mid_{x=1} \\ \boldsymbol{G} = \boldsymbol{\psi} \int_{0}^{l} N^{T} N d\boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{P} = \kappa_{1} \boldsymbol{w} \boldsymbol{b} \int_{0}^{l} N_{x}^{T} \bigotimes (\boldsymbol{\phi}^{T} N^{T} N_{x} \boldsymbol{\phi}) d\boldsymbol{x} \end{cases}$$
(16)

符号⊗表示矩阵或向量的 Kronecker 积.如果要求 较高,热导率需要进一步表示为温度的高次多项式, 对以上表达式的影响仅仅是向量 P 的复杂度提高 而已.上式的 M,K 都是对称正定阵,矩阵 M 为热容 矩阵;矩阵 K 为热导矩阵,有三项相加而成:热导率 影响项、对流影响项和衬底传热项.

以上求解梁的温度分布时,首先假定流经梁的 电流已知,但因为电阻率随温度的变化,热和电之间 存在着相互耦合,梁的两个端点之间的电阻不再是 一个恒定值,必须是一个由温度表示的函数:

$$R = \int_{0}^{l} \frac{(1+\zeta \widetilde{T})\rho_{e0}}{wb} dx = \frac{\rho_{e0} l}{wb} + \frac{\zeta \rho_{e0} l}{wb} \left[ \frac{T_{1} + T_{2}}{2} + \frac{l(\eta_{1} - \eta_{2})}{12} + \beta \right] \quad (17)$$

### 3 热-电耦合等效电路模型

因为电路网络实际上代表一系列的常微分方程 组,而电路仿真软件实际上就是常微分方程求解软 件,所以常微分方程组和电路网络实际上是可以相 互表示的,而常微分方程组也可以使用电路网络来 求解.为求解(15)式所表示的常微分方程组,首先定 义温度为 across 量,在电路中等效为电压;热流为 through 量,在电路中等效为电流.

使用文献[2]的等效方法,梁单元热-电耦合模型可由图3所示的电路网络等效,图3中的电流源 *I*;等效焦耳热热源,受流过梁单元的电流控制,大小以向量形式表示为:

$$I = i^{2} m \int_{0}^{l} N^{T} dx + i^{2} G\phi - P$$
  
$$= i^{2} m \int_{0}^{l} N^{T} dx + i^{2} \left( \psi \int_{0}^{l} N^{T} N dx \right) \phi - \kappa_{1} w b \int_{0}^{l} N_{x}^{T} \otimes (\phi^{T} N^{T} N_{x} \phi) dx \qquad (18)$$

方向为流入节点的方向,电路节点 N1~N5 的电压 值分别对应于(14)式中的  $T_1(t), T_2(t), \eta_1(t),$  $\eta_2(t) 和 \beta(t),$ 节点 N1,N2 即表示梁单元的温度节 点,梁单元之间通过这两个节点相互连接.





图 3 梁单元热-电耦合模型的等效电路 Fig. 3 Equivalent circuit of the coupled electrothermal beam element

### 4 数值仿真

本文使用三种典型热执行器作为验证对象,这 三种热执行器分别为:U形梁热执行器、V形梁热 执行器和长短梁热执行器.实际应用中,热执行器最 重要的特性为:静态特性、动态特性和对驱动源的频 率响应特性,相对应本文中数值仿真分为三类:静态 分析、瞬态分析和频域分析.仿真结果由有限元分析 软件 ANSYS 验证,所使用的单元为 SOLID69 单 元,使用自由划分方式划分网格,单元大小定义为 1µm.

#### 4.1 U形梁热执行器

U形热执行器由三个窄梁和一个宽梁组成,其 工作原理见文献[7]. 仿真使用的 U 形热执行器的 结构如图 4. 其节点结构图如图 5 所示,此热执行器 包含 4 个梁单元及 1 个非共轴连接单元,以及 3 个 温度未知的节点(非共轴连接单元两个节点温度和 电压相等,在热-电耦合域视为一个节点),具体标注 于图 5 中.



图 4 U 形梁热执行器结构

Fig. 4 Schematic view of the U-shaped electrothermal microactuator

其尺寸如表1所示,仿真用到的热执行器材料 参数如表2所示.



图 5 U形梁热执行器的节点示意图

Fig. 5 Nodal representation of the U-shaped electrothermal microactuator

#### 表1 U形梁热执行器尺寸

Table 1Dimensions of the U-shaped electrothermalmicroactuator

几何尺寸	长度/µm
热臂长度, L <sub>h</sub>	240
热臂宽度, W <sub>h</sub>	2
冷臂长度,L <sub>c</sub>	200
冷臂宽度,Wc	10
间隙,g	2
弹性梁长度,L <sub>f</sub>	40
弹性梁宽度,W <sub>f</sub>	2
厚度, t	2

#### 表 2 热执行器材料参数

Table 2Material properties of the U-shaped electro-thermal microactuator

热学参数	
室温热导率	61.7W/( $m \cdot K$ )
热导率一阶温度系数	$-0.0658 W/(m \cdot K^2)$
比热容	700J/(kg • K)
对流系数	$1 \times 10^4  \mathrm{W/(m \cdot K)}$
电学参数	
室温电阻率	$2.97 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$
电阻率温度系	$2.1 \times 10^{-3} \Omega \cdot m/K$

假设梁的环境温度为 300K,忽略辐射传热,下 文所列出的所有温度均是相对于 300K 的相对温 度.

#### 4.2 静态分析

对 U 形梁热执行器的两个锚点施加 0.1~5V 的直流电压,步进值为 0.1V,仿真 3 个节点的静态 温度随电压的变化情况,如图 6 所示.

节点温度的仿真结果均使用 ANSYS 验证,最 大误差在 3%以内.由图 6 可知,当外加电压在 2~ 5V 之间时,节点温度与外加电压近似呈线性关系.

#### 4.3 瞬态分析

在 U 形梁的锚点施加 4V 脉冲电压,脉冲宽度 为 2ms,仿真 4ms 内梁的各个节点随时间的变化情况,考察 U 形梁热执行器的瞬态响应状况,仿真结 果如图 7 所示.

节点温度瞬态响应的结果由 ANSYS 验证,最



图 6 U形梁热执行器节点温度与外加电压的关系

Fig. 6 Nodal temperature of the U-shaped electrothermal microactuator as a function of the applied voltage



图 7 U形梁热执行器节点温度的瞬态响应

Fig. 7 Transient response of the nodal temperature of the U-shaped electrothermal microactuator

大误差在4%以内.由图可知,表1所示尺寸的U形 梁热执行器的阶越响应时间在1ms以上.

#### 4.4 频域响应分析

在 U 形梁的锚点施加 2.5V 直流和 2.5V 交流 电压,分析 U 形梁热执行器对外加正弦激励的响应 情况,仿真结果如图 8 所示.



图 8 U 形梁热执行器节点温度的频率响应

Fig. 8 Frequency response of the nodal temperature of the U-shaped electrothermal microactuator

由图 8 可知,U 形梁热执行器的各个节点电压 对外加激励的频率的响应为低通特性,在实际应用 中要使节点的温度达到一定的变化范围,必须降低 外加激励的频率,这就限制了此类热执行器只能在 较低的频率下工作.

### 5 V 形梁热执行器

V形梁热执行器由两个梁组成,其工作原理见 文献[8].仿真使用的V形热执行器的结构如图9 所示.其节点结构如图10所示,此热执行器包含2 个梁单元以及1个温度未知的节点,具体标注于图10中.



图 9 V 形梁热执行器结构





图 10 V 形梁热执行器的节点示意图

Fig. 10 Nodal representation of the V-shaped electrothermal microactuator

其尺寸如表3所示.

表 3 V 形梁热执行器尺寸

Table 3Dimensions of the V-shaped electrothermalmicroactuator

几何尺寸	长度
梁长度,1	$200 \mu m$
梁宽度,W	$2\mu m$
梁厚度,t	$2\mu$ m
梁倾斜角,θ	$4^{\circ}$

仿真用到的材料参数如表2所示.

同样假设梁的环境温度为 300K,忽略辐射传热,下文所列出的所有温度均是相对于 300K 的相对温度.

对 V 形梁热执行器的两个锚点施加 0.1~5V 的直流电压,步进值为 0.1V,仿真 3 个节点的静态 温度随电压的变化情况,如图 11 所示.

节点温度的仿真结果由 ANSYS 验证, 二者的 最大误差在 1% 以内. 由图 11 可见, V 形梁热执行 器的节点温度与外加电压为非线性关系.



图 11 V形梁热执行器节点温度与外加电压的关系 Fig.11 Nodal temperature of the V-shaped electrothermal microactuator as a function of the applied voltage

### 6 长短梁热执行器

长短梁热执行器由三个梁组成,其工作原理见 文献[10].其结构如图 12 所示.其节点结构图如图 13 所示,此热执行器包含 3 个梁模型及 2 个节点, 具体标注于图 13 中.





Fig. 12 Schematic view of the long-short beam electrothermal microactuator





electrothermal microactuator

仿真所用的材料参数见表 2,几何参数如表 4 所示.

#### 表 4 长短梁热执行器的几何参数

Table 4Dimensions of the long-short beam electro-thermal microactuator

几何尺寸	单位/µm
长臂长度,LL	300
断臂长度,Ls	150
间隙,g	7
臂宽度,W	2
臂厚度,t	2

假设梁的环境温度为 300K,忽略辐射传热,下 文所列出的所有温度均是相对于 300K 的相对温 度.

在长短梁的锚点施加 5V 脉冲电压,脉冲宽度 为 2ms,仿真 4ms 内梁的各个节点随时间的变化情况,考察长短梁热执行器的瞬态响应状况,仿真结果 如图 14 所示.



图 14 长短梁热执行器节点温度的瞬态响应 Fig. 14 Transient response of the nodal temperature of the long-short beam electrothermal microactuator

节点温度瞬态响应的结果由 ANSYS 验证,最 大误差在 1% 以内.由图可知,在阶越激励下,表 4 所示尺寸的长短梁热执行器的温度分布在 1ms 时 已基本稳定.

### 7 结论

本文提出的热执行器节点分析法模型充分利用 了温度分布本身的特点,利用相关性不仅使连续问 题集总化,而且显著降低了计算量.该模型的建立使 得平面内运动的热执行器的仿真可以不再借助于有 限元类方法,从而使节点分析法的功能更加完善,体 系结构更加完整.通过有限元验证,证实这种节点模 型的正确性并且具备以下优点:(1)精度较高,最大 误差可控制在4%以内,而且可以考虑热导率和电 阻率随温度变化的效应;(2)速度快,在同一台计算 机上,完成U形梁热执行器节点的瞬态温度分布计 算,HSPICE使用的时间为5.03s,而 ANSYS 软件 的计算时间在10min 以上,这充分体现了节点分析 法的优点.

#### 参考文献

- [1] Senturia S D. CAD challenges for microsensors, microactuators, and microsystems. Proceedings of IEEE, 1998, 86(8): 1611
- [2] Hsu J T, Vu-Quoe L. A rational formulation of thermal circuit model for electrothermal simulation-part I : finite element method. IEEE Trans Circuits Sys I, 1996, 43(9);721

- [3] Mukherjee T.Fedder G K.Blanton R D. Hierarchical design and test of integrated microsystems. IEEE Design & Test of Computers, 1999, 16:18
- [4] Chen Jinghong. Modeling and simulation of integrated microstructures and systems. PhD Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001
- [5] Atre A. Analysis of out-of-plane thermal microactuators. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2006, 16 (2):205
- [6] Riethmuller W, Benecke W. Thermally excited silicon microactuators. IEEE Trans Electron Devices, 1998, 35(6);758
- [7] Guckel H, Klein J, Chrisenson T, et al. Thermo-magnetic metal flexure actuators. Technical Digest of IEEE Solid-State Sensor and Actuator Workshop, 1992, 22:73
- [8] Que L, Park J S, Gianchandani Y B. Bent-beam electro-thermal actuators for high force applications. Twelfth IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems, 1999, 17:31
- [9] Lin Liwei, Pisano A P, Howe R T. A micro strain gauge with mechanical amplifier. Journal of Microelectromechanical Systems, 1997, 6(4):313

- [10] Pan C S, Hsu W. An electro-thermally and laterally driven polysilicon microactuator. Journal of Micromechanics and Microengineering, 1997,7(1):7
- [11] Li Rengang, Huang Qing'an, Li Weihua. A nodal analysis method for temperature distribution of thermo-electrical coupled thermal microactuators. Chinese Journal of Semiconductor, 2005, 26(3):562(in Chinese)[黎仁刚,黄庆安,李 伟华. 热电耦合微执行器温度分布的节点分析法. 半导体学 报,2005,26(3):562]
- [12] Huang Qing'an, Lee Neville Ka Shek. Analysis and design of polysilicon thermal flexure actuator. Journal of Micromechanics and Microengineering, 1999,9(2):64
- [13] Lin Liwei, Chiao Mu. Electrothermal response of lineshape microstructures. Sensors and Actuators, 1996,55:35
- Geisberger A A, Sarkar N, Ellis M, et al. Electrothermal properties and modeling of polysilicon microthermal actuators. Journal of Microelectromechanical Systems, 2003, 12 (4):513
- [15] Wang Maocheng. Finite element method. Beijing: Tsinghua University Press,2004(in Chinese)[王勖成.有限元方法.北 京:清华大学出版社,2004]

## Temperature Analysis of Electrothermal Microactuators with a Nodal Analysis Model Built Based on the Weighted Residue Method

### Li Rengang<sup>†</sup>, Huang Qing'an, and Li Weihua

(Key Laboratory of MEMS of the Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: This paper develops a nodal analysis model of in-plane electrothermal microactuators with the Galerkin method based on the weighted residue method. With high accuracy, easy modeling, and clear configuration, the model makes it possible to co-simulate with the control circuit, which means it can simulate the whole system with the electrothermal microactuators. The model is verified by simulation with ANSYS and agrees well with it.

Key words: relativity; weighted residue method; nodal analysis method; electrothermal microactuator EEACC: 2575; 8460 Article ID: 0253-4177(2006)10-1880-07

<sup>†</sup> Corresponding author. Email: li. samsara@gmail. com Received 9 March 2006, revised manuscript received 13 April 2006