

# 磁场和库仑场对量子点中强耦合束缚极化子性质的影响\*

肖 玮<sup>1,†</sup> 肖景林<sup>2</sup>

(1 北京信息科技大学基础部, 北京 100101)

(2 内蒙古民族大学物理与机电学院, 通辽 028043)

**摘要:** 采用线性组合算符和么正变换方法研究了磁场和库仑场对半导体量子点中强耦合极化子性质的影响. 导出了强耦合束缚磁极化子的振动频率和基态能量与量子点的有效受限长度、库仑束缚势、磁场的回旋共振频率和电子-声子耦合强度的变化关系. 数值计算结果表明: 强耦合束缚磁极化子的振动频率和基态能量随量子点的有效受限长度的减小而迅速增大, 随磁场的回旋共振频率的增加而增大. 基态能量随电子-声子耦合强度和库仑束缚势的增加而减少.

**关键词:** 半导体量子点; 强耦合; 束缚磁极化子; 基态能量

**PACC:** 6320K; 7138

**中图分类号:** O469

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0253-4177(2006)12-2118-05

## 1 引言

随着微加工技术的进步和发展, 人们利用分子束外延 (MBE) 技术、金属有机化学气相沉积 (MOCVD) 技术和化学自组装技术等, 已制造出了各种如量子点、量子阱和量子线等低维半导体结构. 在过去的十几年里, 人们对半导体量子点中束缚磁极化子的量子尺寸效应进行了广泛地研究. Petukhov 等人<sup>[1]</sup> 在黄金规则框架内应用金兹堡-朗道有效哈密顿量法研究了半导体和纳米结构中束缚磁极化子的跳跃磁致电阻和巨磁致电阻. Charrou 等人<sup>[2]</sup> 在有效质量近似下, 采用变分方法研究了磁场对柱形量子点中氢杂质结合能的影响. Liu 等人<sup>[3]</sup> 研究了量子阱结构中束缚磁极化子的性质. Bouhassoune 等人<sup>[4]</sup> 在有效质量近似下采用变分方法研究了磁场对量子阱线中束缚极化子结合能的影响. Nguyen 等人<sup>[5]</sup> 采用仅有一个变分参量的尝试波函数方法详细研究了抛物限制势和磁场对量子点中氢杂质的基态能量和结合能的影响. Corella 等人<sup>[6]</sup> 利用变分法计算了磁场存在时, 氢化杂质中球形量子点的基态能和结合能. Zhou 等人<sup>[7]</sup> 采用变分法求解了有效质量方程, 得出了束缚磁极化子的能级. 李等人<sup>[8]</sup> 采用有效质量近似, 计算了磁场影响下正方体量子点中类氢杂质体系的结合能. Kandemir

和 Cetin<sup>[9]</sup> 采用由电子和相干声子态直积构成尝试波函数的方法计算了各向异性量子点中杂质磁极化子的基态和第一激发态能量. Jacak 等人<sup>[10]</sup> 用 Davydov 正则变换方法, 研究了磁场中浅的和弱的椭圆盘形 InAs/GaAs 量子点中磁极化子的性质. Kandemir 等人<sup>[11]</sup> 采用压缩态变分方法, 研究了三维抛物量子点杂质磁极化子的基态结合能. 然而到目前为止, 采用线性组合算符方法研究量子点中强耦合束缚磁极化子性质者尚不多见. 本文作者之一<sup>[12,13]</sup> 采用线性组合算符和么正变换方法研究了声子之间相互作用对半导体量子点中磁极化子性质的影响和半导体量子点中极化子的有效质量. 本文采用线性组合算符和么正变换方法研究了磁场和库仑场对半导体量子点中强耦合束缚磁极化子性质的影响.

## 2 理论模型

假设电子被束缚于氢化杂质中并与离子晶体或极性半导体的体纵光学声子场相互作用, 且使电子在一个方向 (设为  $z$  方向) 比另外两个方向的受限强得多<sup>[14]</sup>. 所以只考虑电子在  $xy$  平面上的运动. 假定单一量子点中的束缚势为

$$V(\rho) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \rho^2 \quad (1)$$

库仑束缚势为

\* 国家自然科学基金资助项目 (批准号: 10347004)

† 通信作者. Email: www.cast501@chinacc.com

2006-04-26 收到, 2006-07-06 定稿

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{\epsilon_\infty r} \quad (2)$$

其中  $m^*$  为带质量;  $\boldsymbol{\rho}$  为二维坐标矢量;  $\omega_0$  为量子点在  $xy$  平面的特征频率, 并定义为量子点的受限强度; 磁场沿  $z$  方向, 量子点中电子-声子系统的哈密顿量为

$$H = \frac{(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2}{2m^*} + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2\rho^2 + \sum_q \hbar\omega_{\text{LO}} b_q^+ b_q + \left[ \sum_q V_q b_q \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) + hc \right] - \frac{e^2}{\epsilon_\infty r} \quad (3)$$

这里  $b_q^+$  ( $b_q$ ) 是波矢为  $\mathbf{q} = (q_{\parallel}, q_z)$  的体纵光学声子的产生(湮灭)算符.  $\mathbf{r} = (\rho, z)$  为电子坐标矢量, 且

$$V_q = i \left( \frac{\hbar\omega_{\text{LO}}}{q} \right) \left( \frac{\hbar}{2m^*\omega_{\text{LO}}} \right)^{1/4} \left( \frac{4\pi\alpha}{v} \right)^{1/2} \quad (4)$$

$$\alpha = \left( \frac{e^2}{2\hbar\omega_{\text{LO}}} \right) \left( \frac{2m^*\omega_{\text{LO}}}{\hbar} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0} \right)$$

其中  $\epsilon_\infty, \epsilon_0$  分别是高频和静介电常数, 采取对称规范变换  $\mathbf{A} = \left( -\frac{1}{2}By, \frac{1}{2}Bx \right)$ , 将库仑束缚势作级数展开

$$\frac{1}{r} = \frac{4\pi}{v} \sum_q \frac{1}{q^2} \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \quad (5)$$

对(3)式引进线性组合算符和进行么正变换<sup>[15]</sup>

$$p_j = \left( \frac{m^*\hbar\lambda}{2} \right)^{1/2} (a_j + a_j^+) \quad j = x, y \quad (6)$$

$$\rho_i = i \left( \frac{\hbar}{2m^*\lambda} \right)^{1/2} (a_j + a_j^+)$$

$$U = \exp \left[ \sum_q (f_q b_q^+ - f_q^* b_q) \right] \quad (7)$$

哈密顿量变为

$$\begin{aligned} H' = & \frac{\hbar\lambda}{4} \sum_j (a_j^+ a_j^+ + a_j a_j + 2a_j^+ a_j + 1) - \\ & \frac{\hbar\beta^4}{64m^*\lambda} \sum_j (a_j^+ a_j^+ + a_j a_j - 2a_j^+ a_j - 1) + \hbar\omega_{\text{LO}} \times \\ & \sum_q (b_q^+ + f_q^*)(b_q + f_q) + \frac{\hbar\omega_0^2}{4\lambda} \sum_j (2a_j^+ a_j + 1 - \\ & a_j^+ a_j^+ - a_j a_j) + \frac{i\beta^2 \hbar}{8m^*} [(a_y + a_y^+)(a_x - a_x^+) - \\ & (a_x + a_x^+)(a_y - a_y^+)] + \\ & \sum_q \left\{ V_q (b_q + f_q) \exp \left[ - \left( \frac{\hbar}{2m^*\lambda} \right)^{1/2} \sum_j q_j a_j^+ \right] \times \right. \\ & \left. \exp \left[ \left( \frac{\hbar}{2m^*\lambda} \right)^{1/2} \sum_j q_j a_j \right] \exp \left( -\frac{\hbar q^2}{4m^*\lambda} \right) \exp(iq_z z) + hc \right\} - \\ & \frac{4\pi e^2}{v\epsilon_\infty} \sum_q \frac{1}{q^2} \exp \left[ - \left( \frac{\hbar}{2m^*\lambda} \right)^{1/2} \sum_j q_j a_j^+ \right] \times \\ & \exp \left[ \left( \frac{\hbar}{2m^*\lambda} \right)^{1/2} \sum_j q_j a_j \right] \exp \left( -\frac{\hbar q^2}{4m^*\lambda} \right) \exp(-iq_z z) \end{aligned} \quad (8)$$

令基态波函数为:

$$|\psi\rangle = |\phi(z)\rangle |0\rangle_b |0\rangle_a \quad (9)$$

其中  $|\phi(z)\rangle$  为电子  $z$  方向波函数, 满足  $\langle\phi(z)|\phi(z)\rangle = 1, |0\rangle_b$ , 为无微扰零声子态,  $|0\rangle_a$  为  $a$  算符的真真空态, 分别由  $b_q |0\rangle_b = 0, a_j |0\rangle_a = 0$  确定<sup>[15]</sup>, (8)式对  $|\psi\rangle$  的久期值为  $F(\lambda, f_q) = \langle\psi|H'|\psi\rangle$ ,  $F(\lambda, f_q)$  对  $\lambda, f_q$  的变分极值给出量子点中强耦合束缚磁极化子的基态能量上限  $E_0$ , 即

$$E_0 = \min F(\lambda, f_q) \quad (10)$$

将(8)式和(9)式代入  $F(\lambda, f_q)$  中,  $F(\lambda, f_q)$  对  $f_q$  变分得  $f_q$ , 再代入  $F(\lambda, f_q)$  中, 并求和变积分, 得

$$F(\lambda) = \frac{\hbar\lambda}{2} + \left( \frac{\hbar\omega_0^2}{2} + \frac{\hbar\omega_c^2}{8} \right) \frac{1}{\lambda} - \alpha \hbar \sqrt{\frac{\omega_{\text{LO}}}{\pi}} \sqrt{\lambda} - \frac{2e^2}{\epsilon_\infty} \sqrt{\frac{m^*}{\pi\hbar}} \sqrt{\lambda} \quad (11)$$

$F(\lambda)$  对  $\lambda$  变分可得强耦合束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  满足的方程为:

$$\lambda^2 - \left( \alpha \sqrt{\frac{\omega_{\text{LO}}}{\pi}} + \frac{2e^2}{\hbar\epsilon_\infty} \sqrt{\frac{m^*}{\pi\hbar}} \right) \lambda^{3/2} - \left( \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4} \right) = 0 \quad (12)$$

其解为  $\lambda_0$ , 可得强耦合束缚磁极化子的基态能量为

$$E_0 = \frac{\hbar\lambda_0}{2} + \left( \frac{\hbar^2}{2l_0^4 m^*} + \frac{\omega_c^2}{8} \right) \frac{\hbar}{\lambda_0} - \left( \alpha \hbar \sqrt{\frac{\omega_{\text{LO}}}{\pi}} + 2\beta \right) \sqrt{\lambda_0} \quad (13)$$

式中  $l_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m^*\omega_0}}$  是有效受限长度;  $\beta = \frac{e^2}{\epsilon_\infty} \sqrt{\frac{m^*}{\pi\hbar}}$  是库仑束缚势;  $\omega_c = \frac{eB}{m^*c}$  是强耦合束缚磁极化子的回旋共振频率, 取通常极化单位 ( $\hbar = 2m^* = \omega_{\text{LO}} = 1$ ), 强耦合束缚磁极化子的振动频率满足的方程和基态能量分别变为:

$$\lambda^2 - (\alpha/\sqrt{\pi} + 2\beta)\lambda^{3/2} - (4/l_0^4 + \omega_c^2/4) = 0 \quad (14)$$

$$E_0 = \frac{\lambda_0}{2} + \left( \frac{2}{l_0^4} + \frac{\omega_c^2}{8} \right) \frac{1}{\lambda_0} - \left( \alpha \sqrt{\frac{1}{\pi}} + 2\beta \right) \sqrt{\lambda_0} \quad (15)$$

### 3 数值结果与讨论

电子-体纵光学声子强耦合情况下, 抛物量子点中束缚磁极化子的振动频率和基态能量由(14)和(15)式给出. 为了更清楚地说明强耦合束缚磁极化子的振动频率和基态能量  $E_0$  与量子点的有效受限长度  $l_0$ 、回旋共振频率  $\omega_c$ 、电子-体纵光学声子耦合强度  $\alpha$  和库仑束缚势  $\beta$  的变化关系, 对其进行了数值计算, 结果示于图 1 至图 6 中.

图 1 表示量子点中强耦合束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  与电子-声子耦合强度  $\alpha$  的关系曲线. 由图 1 可以看出, 强耦合束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  与

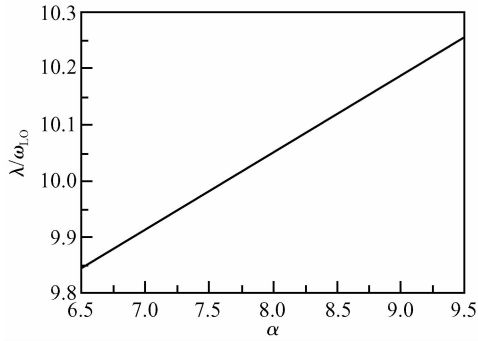


图 1 强耦合束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  与电子-体纵光学声子耦合强度  $\alpha$  的关系曲线

Fig.1 Curves between the vibration frequency  $\lambda$  of strong-coupling bound magnetopolaron and the electron-LO-phonon coupling strength  $\alpha$

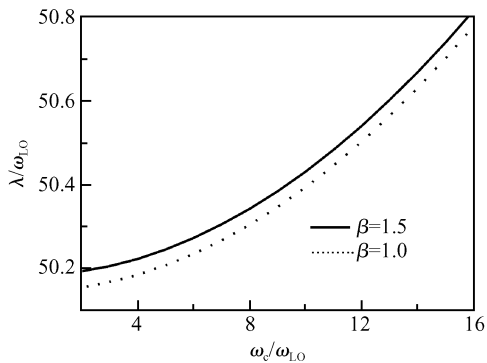


图 2 不同的库仑束缚势  $\beta$  下,强耦合束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  与回旋共振频率  $\omega_c$  的关系曲线

Fig.2 Curves between the vibration frequency  $\lambda$  of the strong-coupling bound magnetopolaron and the cyclotron resonance frequency  $\omega_c$  at the different Coulomb bound potential  $\beta$

电子-声子耦合强度  $\alpha$  的变化关系是线性的,且随  $\alpha$  的增加而增大.这是因为随着  $\alpha$  的增大,电子-声子之间相互作用能量增加,使极化子能量增大,导致极化子的振动频率增大.图 2 表示在不同的库仑束缚势  $\beta$  下,束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  与磁场的回旋共振频率  $\omega_c$  的变化关系曲线.由图可见,振动频率  $\lambda$  随回旋共振频率  $\omega_c$  的增加而增大,在一定的回旋共振频率 ( $\omega_c$  取确定值)下,库仑束缚势  $\beta$  越大,磁极化子的振动频率  $\lambda$  也越大.磁场回旋共振频率  $\omega_c$  的增大,是由外磁场强度的增大而引起的.外磁场增加,电子能量增大,库仑束缚势  $\beta$  增大,电子能量也增大,导致极化子振动频率的增大.

图 3 和图 4 分别表示束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  与量子点的有效受限长度  $l_0$  的变化曲线,以及在不同的库仑束缚势下,量子点中强耦合束缚磁极化子的基态能量  $E_0$  与量子点的有效受限长度  $l_0$  的变化关系.由图 3 和图 4 可以看出,量子点中强耦合束

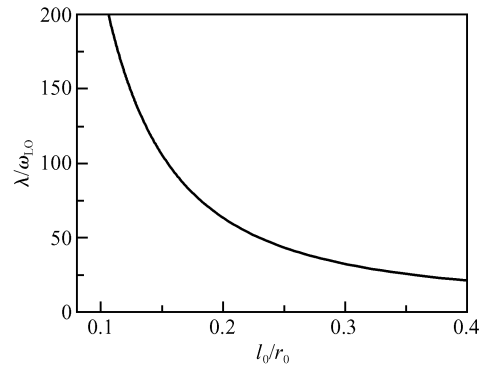


图 3 强耦合束缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  与量子点的有效受限长度  $l_0$  的关系曲线

Fig.3 Relational curve between the vibration frequency  $\lambda$  of the strong-coupling bound magnetopolaron and the effective confinement length  $l_0$

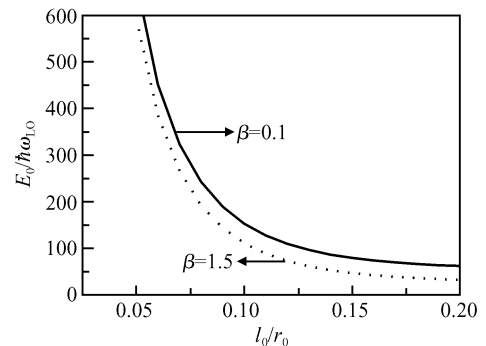


图 4 不同的库仑束缚势  $\beta$  下,强耦合束缚磁极化子的基态能量  $E_0$  与有效受限长度  $l_0$  的关系曲线

Fig.4 Relational curve between the ground state energy  $E_0$  of the strong-coupling bound magnetopolaron and the effective confinement length  $l_0$  at the different Coulomb bound potential  $\beta$

缚磁极化子的振动频率  $\lambda$  和基态能量  $E_0$  均随量子点的有效受限长度  $l_0$  的减小而迅速增大.这是由于量子点限定势(抛物势)的存在,限制了电子的运动.随着限定势 ( $\omega_0$ ) 的增加,即  $\rho$  的减小,以声子为媒介的电子热运动能量和电子-声子之间相互作用由于粒子运动范围缩小而增强,导致磁极化子的振动频率加快和基态能量增大,使其表现出新奇的量子尺寸效应.强耦合束缚磁极化子的基态能量  $E_0$  随量子点的有效受限长度的减小而增大的结果与文献 [2] 采用变分方法,文献 [9] 采用由电子和相干声子态直积构成尝试波函数的方法,文献 [8] 采用有效质量近似方法,和文献 [11] 采用压缩变分方法所得结果一致.由图 4 还可以看出,在一定的有效受限长度 ( $l_0$  取确定值)下,库仑束缚势  $\beta$  越大,基态能量  $E_0$  越小.

图 5 表示在不同的库仑束缚势  $\beta$  下,基态能量  $E_0$  与磁场的回旋共振频率的变化关系.由图可以看

出,基态能量  $E_0$  随回旋共振频率  $\omega_c$  的增加而增大. 这是因为回旋共振频率的增加,是由外磁场强度增加引起的,外磁场强度增加,电子能量增大. 这一结果与文献[9]的结果相同. 图 6 表示在不同的电子-声子耦合强度  $\alpha$  下,量子点中强耦合束缚磁极化子的基态能量  $E_0$  与库仑束缚势  $\beta$  的变化关系. 由图可见,  $E_0$  随  $\beta$  的增加而减小,在一定的库仑束缚势 ( $\beta$  取确定值)下,电子-声子耦合强度  $\alpha$  越大,则  $E_0$  越小. 这是由于(15)式中的第三项是电子-声子耦合和库仑束缚势对基态能量的贡献部分,它取负值. 因此  $\alpha$  和  $\beta$  的增大导致基态能量  $E_0$  的减小.

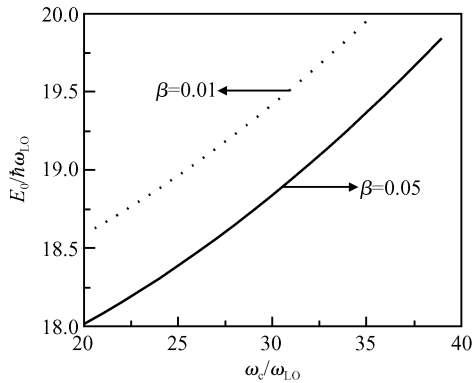


图 5 不同库仑束缚势下强耦合束缚磁极化子的基态能量  $E_0$  与回旋共振频率  $\omega_c$  的关系曲线

Fig. 5 Curves between the ground state energy  $E_0$  of the strong-coupling bound magnetopolaron and the cyclotron resonance frequency  $\omega_c$  at the different Coulomb potential  $\beta$

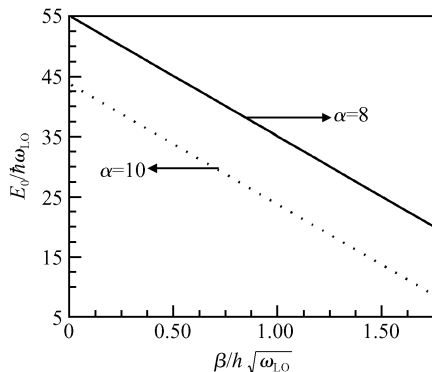


图 6 不同电子-声子耦合强度  $\alpha$  下强耦合束缚磁极化子的基态能量  $E_0$  与库仑束缚势  $\beta$  的关系曲线

Fig. 6 Curves between the ground state energy  $E_0$  of the strong-coupling bound magnetopolaron and the different Coulomb potential  $\beta$  at the different electron-LO-phonon coupling strength  $\alpha$

## 参考文献

- [1] Petukhov A G, Foyeel M. Bound magnetic polaron hopping and giant magnetoresistance in magnetic semiconductors and nanostructure. *Phys Rev B*, 2000, 62(1): 520
- [2] Charrou R, Bouhassoune M, Fliyou M, et al. Magnetic field effect on the binding energy of a hydrogenic impurity in cylindrical quantum dot. *Physica B*, 2000, 293: 137
- [3] Liu Z X, Shi J J, Ju G X. Impurity bound polaron in a magnetic field in quantum-well structure. *Superlattices Microstruct*, 1997, 22(3): 273
- [4] Bouhassoune M, Charrou R, Fliyou M, et al. Magnetic field effect on the binding energy of a bound polaron in a quantum well wires. *Phys Low-Dimens Struct*, 2000, 7/8: 77
- [5] Nguyen V L, Nguyen M T, Nguyen T D. Magnetic field effects of the binding energy of hydrogen impurities in quantum dots with parabolic confinements. *Physica B*, 2000, 292: 153
- [6] Corella M A, Rosas R. Hydrogenic impurities in spherical quantum dots in a magnetic field. *J Appl Phys*, 2001, 5: 2333
- [7] Zhou H Y. Energy levels of a magnetopolaron bound to a Coulomb impurity in quantum-well wires. *Phys Rev B*, 1994, 50(23): 17180
- [8] Li Yuxian, Liu Zengjun, Di Bing, et al. The influence of magnetic field on the binding energy of a hydrogenic impurity in cubic quantum dots. *Journal of Hebei Normal University*, 2002, 26(4): 359 (in Chinese) [李玉现, 刘增军, 邸兵, 等. 磁场对正方体量子点中类氢杂质结合能的影响. 河北师范大学学报, 2002, 26(4): 359]
- [9] Kandemir B S, Cetin A. Ground-and-first-excited state energies of impurity magnetopolaron in an anisotropic quantum dot. *Phys Rev B*, 2002, 65: 054303
- [10] Jacak L, Krasnyj J, Jacak D, et al. Magnetopolaron in a weakly elliptical InAs/GaAs quantum dot. *Phys Rev B*, 2003, 67: 035303
- [11] Kandemir B S, Cetin A. Impurity magnetopolaron in a parabolic quantum dot: the squeezed-state variational approach. *J Phys: Condens Matter*, 2005, 17: 667
- [12] Zhang Peng, Xiao Jinglin. Influence of the interaction between phonons on properties of magnetopolaron in semiconductor quantum dot. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2005, 26(12): 2350 (in Chinese) [张鹏, 肖景林. 声子之间相互作用对半导体量子点中磁极化子性质的影响. 半导体学报, 2005, 26(12): 2350]
- [13] Xiao Jinglin, Xiao Wei. Effective mass of polaron in semiconductor quantum dots. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2004, 25(11): 1428 (in Chinese) [肖景林, 肖玮. 半导体量子点中极化子的有效质量. 半导体学报, 2004, 25(11): 1428]
- [14] Li Waisang, Zhu Kadi. Strong electron-phonon interaction effect on quantum dots. *Commun Theory Phys*, 1998, 29: 343
- [15] Huybrechts W J. Note on the ground-state of the Feynman polaron model. *J Phys*, 1976, C9: L211

## Influence of Magnetic and Coulomb Fields on Properties of a Strong-Coupling Polaron in a Semiconductor Quantum Dot \*

Xiao Wei<sup>1,†</sup> and Xiao Jinglin<sup>2</sup>

(1 *Basic Department, University of Informational Science and Technology of Beijing, Beijing 100101, China*)

(2 *College of Physics and Electromechanics, Inner Mongolia National University, Tongliao 028043, China*)

**Abstract:** The influence of a magnetic field and Coulomb field on the properties of a strong-coupling polaron in a semiconductor quantum dot is studied using the linear combination operator and unitary transformation method. The relations between the vibration frequency and the ground state energy of a strong-coupling bound magnetopolaron in a semiconductor quantum dot with the confinement length of the quantum dot, the Coulomb bound potential, cyclotron resonance frequency of magnetic field, and electron-phonon coupling strength are derived. Numerical calculation results show that the vibration frequency and the ground state energy of the strong-coupling bound magnetopolaron increase strongly with the decreasing confinement length of quantum dot while increase with the increasing cyclotron resonance frequency of magnetic field. The ground state energy of the strong-coupling bound magnetopolaron decreases with the increasing electron-phonon coupling strength and Coulomb bound potential.

**Key words:** semiconductor quantum dot; strong-coupling; bound magnetopolaron; ground state energy

**PACC:** 6320K; 7138

**Article ID:** 0253-4177(2006)12-2118-05

---

\* Project supported by the National Natural Foundation of China (No.10347004)

† Corresponding author. Email: [www.cast501@chinacc.com](mailto:www.cast501@chinacc.com)

Received 26 April 2006, revised manuscript received 6 July 2006