

中心抽头差分电感的等效模型和参数提取^{*}

卢 磊 周 锋 唐长文 闵 昊 王俊宇[†]

(复旦大学专用集成电路与系统国家重点实验室, 上海 201203)

摘要: 提出了中心抽头差分电感的中心抽头等效模型, 对其差分应用时的单端和差分阻抗进行推导, 利用两端口 S 参数测试提取出等效电阻值、等效电感值和品质因数. 在 $0.35\mu\text{m}$ 1P4M 射频工艺上设计并实现一个中心抽头的差分叠层电感, 使用去嵌入测试的两端口 S 参数进行模型验证. 实验测试结果表明, 在自激振荡频率以内等效模型和测试结果非常吻合.

关键词: 中心抽头差分电感; 中心抽头等效模型; 参数提取; S 参数; 两端口
EEACC: 1110; 1150; 2140

中图分类号: TN4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-4177(2006)12-2150-05

1 引言

近年来, 随着手机、无线局域网、卫星电视等通信系统的发展, 片上电感在射频集成电路中日益占据重要地位. 例如: 采用中心抽头差分电感的压控振荡器的谐振网络^[1], 用于正交压控振荡器中的源极二次谐波耦合^[2], 全差分低噪声放大器和混频器的负载谐振网络^[3,4], 因此中心抽头差分电感在射频集成电路中具有非常重要的作用.

中心抽头差分电感的单端口 S 参数提取方法需要加入宽带 180° 相移网络^[5]. 由于很难保证两端口电压的 180° 相移, 因此该方法存在很大误差. 两端口 π 模型的阻抗分析没有考虑中心抽头交流接地带来的互感影响, 并不能反映中心抽头差分电感的物理特征^[5-9]. 本文针对中心抽头差分电感存在互感的特点, 提出去耦合等效电路以及相应的中心抽头等效模型, 并推导出单端和差分等效 RLQ 参数的提取公式. 流片测试结果验证了中心抽头等效模型和参数提取公式的准确性.

2 中心抽头差分电感的单端阻抗

中心抽头差分电感的物理版图和等效电路如图 1 所示. 在忽略寄生电阻和电容的情况下, 中心抽头交流接地的差分电感可以看为一个理想变压器, M 是互感, 端口 1 和端口 2 之间的电压相位差 180° .

为了方便分析, 我们忽略寄生参数, 仅考虑理想电感. 单端口 S 参数测试时, 若端口 2 开路, L_2 所在支路断开 ($i_2 = 0$), 端口 2 对端口 1 的互感作用为零, 因此端口 1 的阻抗为 $j\omega L_1$, 等效电感值为自感

L_1 . 若端口 2 接地短路, 如图 2 所示, 端口 1 和 2 之

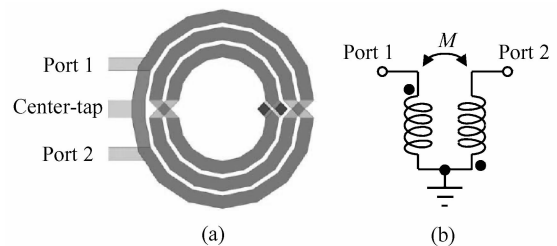


图 1 中心抽头差分电感 (a)物理版图;(b)理想模型
Fig.1 Center-tapped differential inductor (a)Physical layout;(b)Ideal model

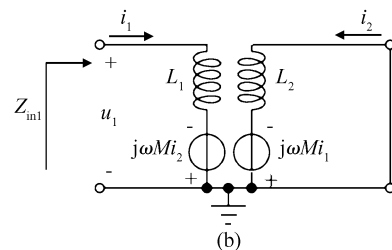
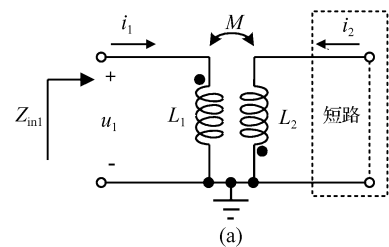


图 2 (a)端口 2 接地短路;(b)去耦等效电路
Fig.2 (a)Port 2 is short;(b)Decoupled circuit

^{*} 上海市科学技术委员会(批准号:037062019)和上海应用材料研究与发展基金(批准号:0425)资助项目

[†] 通信作者. Email:junyuwang@fudan.edu.cn

2006-06-10 收到, 2006-07-26 定稿

间的互感作用可以等效为两个受控电压源. 由基尔霍夫电压定律可得

$$j\omega L_1 i_1 - j\omega M i_2 = u_1 \quad (1)$$

$$-j\omega M i_1 + j\omega L_2 i_2 = 0 \quad (2)$$

因为差分电感左右完全对称, 则 $L_1 = L_2 = L$, 求解(1)和(2)式得

$$Z_{in1} = \frac{u_1}{i_1} = j\omega L \left(1 - \frac{M^2}{L^2}\right) = j\omega L (1 - k^2) \quad (3)$$

其中 k 是耦合系数, 表示为 $k = M/\sqrt{L_1 L_2} = M/L$. 当端口 2 接地短路时, 端口 1 的等效电感值为 $L(1 - k^2)$. 通常, 中心抽头差分电感的耦合系数 k 接近于 1, 那么 $L(1 - k^2)$ 相对于 L 就会非常小, 这与实际电路情况不符.

若端口 2 通过宽带 180° 相移网络接入与端口 1 相位相反的电压激励源^[5] ($u_2 = -u_1$), 如图 3 所示, 端口 1 的等效电感值推导如下:

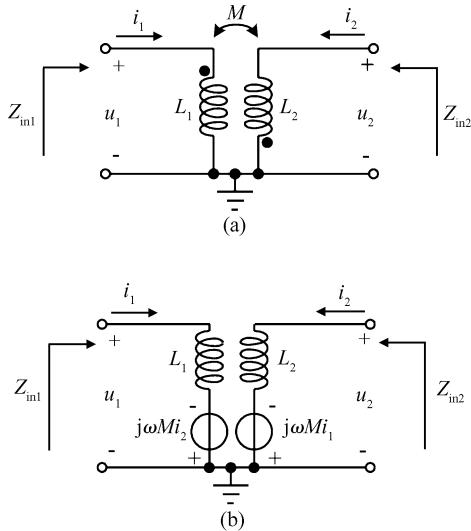


图 3 (a) 两端口差分激励; (b) 去耦等效电路

Fig. 3 (a) Differentially driven; (b) Decoupled circuit

由基尔霍夫电压定律得

$$j\omega L_1 i_1 - j\omega M i_2 = u_1 \quad (4)$$

$$-j\omega M i_1 + j\omega L_2 i_2 = u_2 \quad (5)$$

因为差分电感左右完全对称, 有 $L_1 = L_2 = L$, 同时有 $u_2 = -u_1$, 代入(4)和(5)式, 得

$$Z_{in1} = \frac{u_1}{i_1} = j\omega L (1 + k) = j\omega (L + M) \quad (6)$$

$$Z_{in2} = \frac{u_2}{i_2} = j\omega L (1 + k) = j\omega (L + M) \quad (7)$$

从(6)和(7)式可以看出, 两端口差分激励得到的单端等效电感值为 $L + M$. 由以上分析可知, 端口 2 分别为开路、短路和 180° 相位激励时, 端口 1 的等效电感值是不同的. 在实际电路中, 中心抽头差分电感两端口的电压信号是差分的, 因此真正的单端电感值应是 $L + M$.

文献[6]给出了利用单端口 S 参数提取电感单端阻抗的方法, 测试出 S_{11} 参数, 利用反射系数的公式得

$$Z_{in} = Z_0 \left(\frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} \right) \quad (8)$$

其中 Z_0 是特征阻抗, 通常为 50Ω . 由于中心抽头差分电感存在互感 M , 采用一端开路或者短路的单端口 S 参数不适用中心抽头差分电感. 文献[5]给出了一种利用单端口 S 参数测试的方法, 即在端口 2 加入一个宽带 180° 相移网络, 用来模拟中心抽头差分电感的实际电路情况. 由于很难保证两端口电压的 180° 相移, 因此该方法存在很大误差. 而两端口 π 模型没有中心抽头交流接地, 不能完全反映中心抽头差分电感的物理特征, 因此有必要对电感两端口 π 模型进行改进.

3 中心抽头等效模型和参数提取

3.1 中心抽头等效模型

图 4 为简化的中心抽头差分电感的集总电路模型^[8]. $L_{1(2)}$ 代表电感值, $R_{1(2)}$ 在直流下表示金属的串联损耗即串联电阻值, 在高频下反映导体的趋肤效应、邻近效应以及衬底涡流带来的损耗, $C_{ox1(2)}$ 表示金属和衬底之间的氧化层电容, $R_{sub1(2)}$ 和 $C_{sub1(2)}$ 分别表示衬底的寄生电阻和电容. 中心抽头通常接电源电压或者地, 其寄生阻抗用电感 L_{ct} 和电阻 R_{ct} 的串联表示, M 是电感 L_1 和 L_2 之间的互感值.

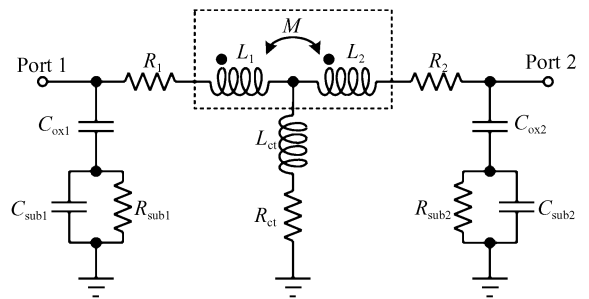


图 4 中心抽头差分电感的集总电路模型

Fig. 4 Lumped circuit model of center-tapped differential inductors

当端口 1 和端口 2 激励差分信号时, 含有互感 M 的耦合电感可以采用三端电感组成的 T 型网络进行去耦等效, 如图 5 所示(虚线框内). T 型等效网络去除了耦合电感 M , 电感值分别变为自感值再加上互感值, 即 $L_1 + M$ 和 $L_2 + M$, 第三个端口的电感值为 $-M$. 这样, 去耦等效的 T 型网络与含有互感 M 的网络在端口特性上保持不变. 为了方便分析, 衬底寄生电阻、寄生电容和氧化层电容等效为与频

率相关的并联电阻 $R_{p1(2)}$ 和电容 $C_{p1(2)}$.

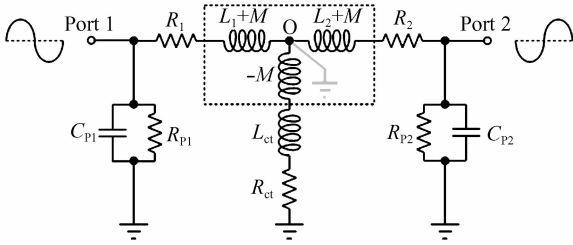


图 5 去耦等效的中心抽头差分电感集总电路模型

Fig.5 Decoupled equivalent lumped circuit model of center-tapped differential inductors

端口 1 和端口 2 的电压相位差 180° , 且差分电感左右完全对称, 有 $L_1 = L_2 = L$, $R_1 = R_2 = R$, 因此 O 点是差分交流接地. 因为共模支路(互感 $-M$ 、电感 L_{ct} 和电阻 R_{ct})的另一端接地, 因此对于全差分信号, 共模支路被交流旁路. 图 6 为去耦等效的差分激励交流等效模型, 端口 1 和端口 2 的单端等效电感值为 $L_{1(2)} + M$, 这一点与第二部分的结论相吻合.

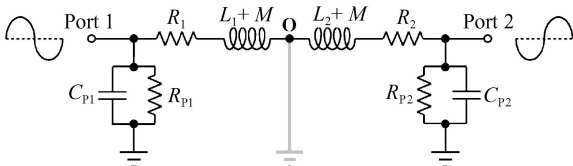


图 6 差分激励的交流等效模型

Fig.6 AC equivalent model of differentially driven

根据中心抽头差分电感差分激励的交流等效模型, 我们提出中心抽头等效模型, 如图 7 所示. 由于差分激励特性, 原有的 $-Y_{12}$ 被分解成两个相等的 $-2Y_{12}$ 串联, 其交点 O 交流接地, 其余参数保持不变. 我们提出的中心抽头等效模型能够对中心抽头差分电感的单端和差分阻抗进行分析.

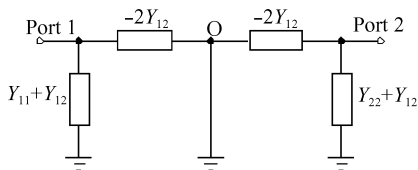


图 7 中心抽头等效模型

Fig.7 Center-tapped equivalent model

3.2 单端阻抗提取

由图 7 可以很容易地得到差分激励时端口 1 的单端阻抗为

$$R_{sc} + jX_{sc} = \frac{1}{Y_{11} - Y_{12}} \quad (9)$$

其中 实部 R_{sc} 为单端等效电阻; 虚部 X_{sc} 为单端等

效感抗, 因此端口 1 的单端等效电阻值 ($R_{sc,eff}$)、等效电感值 ($L_{sc,eff}$) 和品质因数 $Q_{sc,eff}$ 值分别为

$$R_{sc,eff} = \text{Re} \left[\frac{1}{Y_{11} - Y_{12}} \right] \quad (10)$$

$$L_{sc,eff} = \frac{\text{Im} \left[\frac{1}{Y_{11} - Y_{12}} \right]}{2\pi f} \quad (11)$$

$$Q_{sc,eff} = \frac{\text{Im} \left[\frac{1}{Y_{11} - Y_{12}} \right]}{\text{Re} \left[\frac{1}{Y_{11} - Y_{12}} \right]} \quad (12)$$

(9)~(12) 式描述了中心抽头差分电感单端阻抗和等效 RLQ 的参数提取, 其中 Y 参数由中心抽头接地的两端口 S 参数变换得到.

为验证单端阻抗和 RLQ 参数提取公式的准确性, 可以通过理想变压器的 Y 参数进行验证. 图 2 (b) 中, 参数 Y_{11} 和 Y_{21} (u_2 为零) 分别为

$$Y_{11} = \frac{i_1}{u_1} = \frac{L}{j\omega(L^2 - M^2)} \quad (13)$$

$$Y_{21} = \frac{i_2}{u_1} = \frac{M}{j\omega(L^2 - M^2)} \quad (14)$$

将(13)和(14)式代入(11)式, 得到单端等效电感值

$$L_{eff} = L + M \quad (15)$$

理想变压器能通过 Y 参数得到单端等效电感值为 $L + M$ 的结论, 验证了中心抽头等效模型的准确性. 因此, 为了得到中心抽头差分电感的耦合特性, 没有必要在端口 1 和端口 2 加入差分信号激励, 可以直接采用中心抽头接地的两端口 S 参数对中心抽头等效模型进行参数提取. 中心抽头等效模型相对于两端口 π 模型多了一个中心抽头, 因此它能更有效地表征中心抽头差分电感的物理特征.

3.3 差分阻抗提取

在图 7 中, 端口 1 和端口 2 为差分激励, O 点是交流地, 因此这三个地都可当作“虚拟地”. 差分阻抗为

$$\begin{aligned} R_{diff} + jX_{diff} &= \left(-\frac{1}{Y_{12}} \right) \left| \left| \left(\frac{1}{Y_{11} + Y_{12}} + \frac{1}{Y_{22} + Y_{12}} \right) \right. \right. \\ &= \frac{Y_{11} + Y_{22} + 2Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}^2} \end{aligned} \quad (16)$$

其中 实部 R_{diff} 代表差分等效电阻; 虚部 X_{diff} 代表差分等效感抗. (16) 式与文献[6]对无中心抽头的差分电感分析的结论一致, 所以中心抽头差分电感和无中心抽头的差分电感的差分等效参数 RLQ 是相同的.

4 测试验证

为了验证中心抽头差分电感的单端和差分阻抗, 在 $0.35\mu\text{m}$ 1P4M 射频工艺上设计一个中心抽

头接地的差分叠层电感,如图 8 所示.该电感由第一、二层金属的并联再与第三、四层金属的并联相串联.相邻层的金属并联能够降低直流电阻值,金属的串联能够提高电感值.第四层金属的厚度为 $0.895\mu\text{m}$,第一、二和三层金属的厚度均为 $0.64\mu\text{m}$.采用地屏蔽的开路通路去嵌入结构(G:信号;S:信号)测试中心抽头差分电感的两端口 S 参数^[10].相对于普通的开路去嵌入,这种方法不仅能剔除焊盘和信号线的寄生电容,而且能够消除长信号线所带来的寄生串联电阻和串联电感的影响.

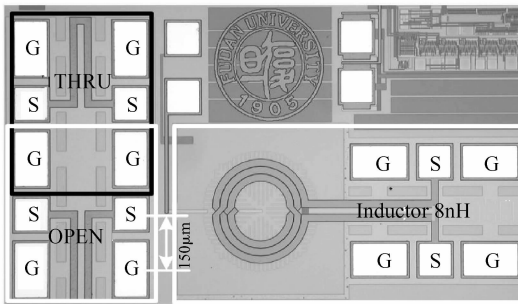


图 8 中心抽头差分叠层电感的芯片照片

Fig.8 Microphotograph of a multi-layer center-tapped differential inductor

图 9 为中心抽头差分电感的集总电路等效模型.电阻 $R_{s1(2)}$ 和电感 $L_{s1(2)}$ 表征金属高频下的趋肤效应,电容 C_s 表示 L_1 和 L_2 之间的金属间的寄生电容.

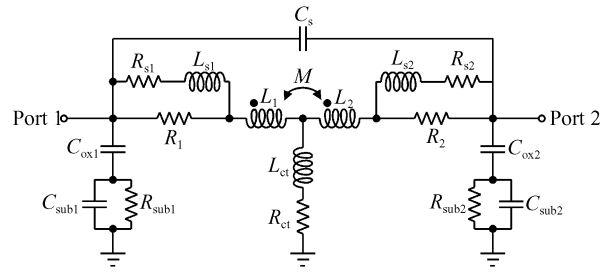


图 9 集总电路等效模型

Fig.9 Lumped circuit equivalent model

对多个芯片进行测量,每组测试结果和模型都吻合得相当好.图 10 为集总电路等效模型和测试结果的比较.在自激振荡频率以内,集总电路模型与测试结果相当吻合.在自激振荡频率以外,受模型的局限性,两者有一定的误差,但该误差在工程设计的容许误差范围之内.差分等效电阻值和等效电感值分别是单端等效电阻值和等效电感值的 2 倍.例如,200MHz 时差分电阻值为 6.363Ω ,单端电阻值为 3.179Ω .图 10(c) 中的单端 Q_{sc} 值和差分 Q_{diff} 值非常接近,在 1.3GHz 时最大值达到 6.应该指出,该中心抽头等效模型虽然在 $0.35\mu\text{m}$ 射频工艺下得到验证,但它也适用于其他工艺中.

集总电路等效模型的元件值如表 1 所示,其中电感 $L_{1(2)}$ 为 2.114nH ,互感 M 为 1.934nH ,则耦合系数 k 为 0.915.

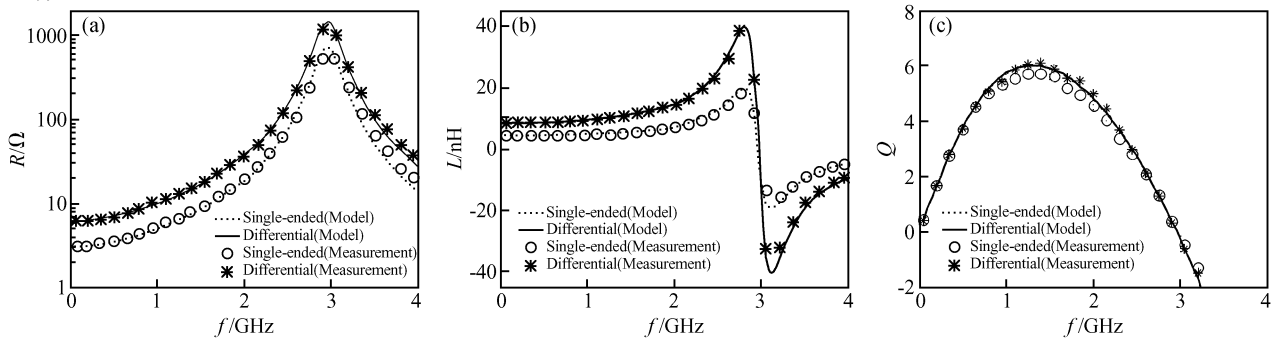


图 10 等效模型与测试结果的比较 (a)等效电阻值;(b)等效电感值;(c)品质因数

Fig.10 Comparisons between lumped circuit equivalent model and measurements (a)Equivalent resistance;(b)Equivalent inductance;(c) Q-factor

表 1 集总电路等效模型中的元件值

Table 1 Element values of lumped circuit equivalent model

元件	$L_{1(2)}$	$R_{1(2)}$	M	$L_{s1(2)}$	$R_{s1(2)}$	C_s	L_{ct}
值	2.114 nH	3.695 Ω	1.934 nH	1.947 nH	31.07 Ω	247.0 fF	0.001870 nH
元件	R_{ct}	C_{ox1}	C_{ox2}	C_{sub1}	C_{sub2}	R_{sub1}	R_{sub2}
值	0.4447 Ω	774.1 fF	792.2 fF	280.1 fF	305.6 fF	544.6 Ω	761.2 Ω

图 11 为 S 参数的阻抗 Smith 圆图,等效模型和测试的两端口 S 参数在自激振荡频率以内非常吻合. S_{11} 居于 Smith 圆图的左侧,这主要是因为中心抽头交流接地,端口 1 的输入阻抗的实部(直流电阻值)很小的缘故.

5 结论

本文提出了中心抽头差分电感的中心抽头等效模型.相对于两端口 π 模型,该模型能更好地反映其

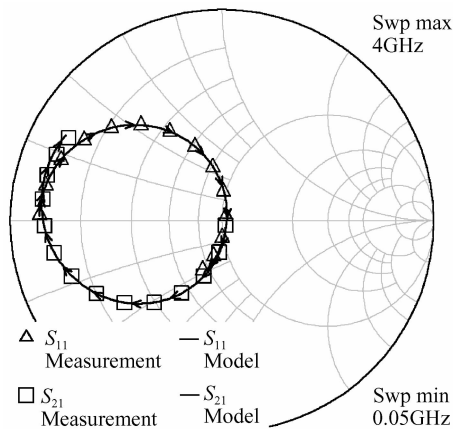


图 11 模型与测试的 S_{11} 和 S_{21} 的比较

Fig. 11 Comparisons of S_{11} and S_{21} between model and measurements

物理特征. 分别推导了中心抽头差分电感的单端和差分阻抗, 利用两端口 S 参数提取出等效 RLQ 参数. 该方法避免一个端口加入宽带 180° 相移网络带来的相位误差的问题. 在 $0.35\mu\text{m}$ 1P4M 射频工艺上实现了一个中心抽头的差分叠层电感, 使用去嵌入方法测试两端口 S 参数, 验证了集总电路等效模型和推导的单端和差分阻抗公式的正确性. 在自激振荡频率以内, 等效模型和测试结果相当吻合.

参考文献

[1] Astis G D, Cordeau D, Paillot J M, et al. A 5-GHz fully integrated full PMOS low-phase-noise LC VCO. IEEE J Solid-State Circuits, 2005, 40(10): 2087

- [2] Gierkink S L J, Levantino S, Frye R C, et al. A low-phase-noise 5-GHz CMOS quadrature VCO using superharmonic coupling. IEEE J Solid-State Circuits, 2003, 38(7): 1148
- [3] Li Xiaoyong, Shekhar S, Allstot D J. Gm-booster common-gate LNA and differential colpitts VCO/QVCO in $0.18\text{-}\mu\text{m}$ CMOS. IEEE J Solid-State Circuits, 2005, 40(12): 2609
- [4] Chen H C, Wang T, Lu S S, et al. A monolithic 5.9-GHz CMOS I/Q direct-down converter utilizing a quadrature coupler and transformer-coupled subharmonic mixers. IEEE Microw Wireless Compon Lett, 2006, 16(4): 197
- [5] Troedsson N, Wernehag J, Sjolund H. Differential measurement and parameter extraction of symmetrical inductors. 23rd NORCHIP Conf, 2005: 289
- [6] Bunch R L, Sanderson D I, Raman S. Quality factor and inductance in differential IC implementations. IEEE Microwave Magazine, 2002, 3(2): 82
- [7] Danesh M, Long J R, Hadaway R, et al. A Q-factor enhancement technique for MMIC inductors in silicon technology. IEEE Radio Frequency Integrated Circuits (RFIC) Symposium, 1998: 217
- [8] Lim S F, Yeo K S, Ma J G, et al. A comprehensive study and modeling of centre-tap differentially driven single-turn integrated inductors for 10-GHz applications. Microwave and Optical Technology Letters, 2003, 38: 182
- [9] Danesh M, Long J R. Differentially driven symmetric microstrip inductors. IEEE Trans Microw Theory Tech, 2002, 50(1): 332
- [10] Jian Hongyan, Tang Jue, Tang Zhangwen, et al. Scalable ground-shielded open and thru fixtures applied to inductor de-embedding. Chinese Journal of Semiconductors, 2005, 26(8): 1656 (in Chinese) [菅洪彦, 唐珏, 唐长文, 等. 可缩放的开路通路地屏蔽电感在片测试结构去嵌入方法. 半导体学报, 2005, 26(8): 1656]

Equivalent Model and Parameter Extraction of Center-Tapped Differential Inductors*

Lu Lei, Zhou Feng, Tang Zhangwen, Min Hao, and Wang Junyu[†]

(State Key Laboratory of ASIC & System, Fudan University, Shanghai 201203, China)

Abstract: We propose a center-tapped equivalent model for center-tapped differential inductors. The single-ended and differential impedances in differential applications are derived. A 2-port S -parameter measurement with the center-tap grounded is used to extract the equivalent resistance, inductance, and Q -factor (RLQ). A multi-layer center-tapped differential inductor is implemented in a $0.35\mu\text{m}$ 1P4M RF CMOS process. The proposed model agrees well with the experimental results below the self-resonance frequency.

Key words: center-tapped differential inductor; center-tapped equivalent model; parameter extraction, S -parameter; 2-port

EEACC: 1110; 1150; 2140

Article ID: 0253-4177(2006)12-2150-05

* Project supported by the Shanghai Science & Technology Committee (No. 037062019) and the Shanghai Applied Material Funds (No. 0425)

[†] Corresponding author. Email: junyuwang@fudan.edu.cn

Received 10 June 2006, revised manuscript received 26 July 2006