

# 基于遗传算法的 Kriging 元模型及其在模拟 集成电路优化设计中的应用\*

游海龙<sup>†</sup> 贾新章 王少熙

(西安电子科技大学微电子学院 宽禁带半导体材料与器件教育部重点实验室, 西安 710071)

**摘要:** 提出了建立电路 Kriging 元模型, 并与遗传算法相结合确定电路参数, 优化电路的方法. 相对传统多项式回归模型, Kriging 模型更适合电路仿真的实验类型; 利用遗传算法, 解决了基于 Kriging 元模型电路系统的全局优化问题. 最后将该方法应用于带隙基准电路设计, 取得令人满意的结果.

**关键词:** 模拟集成电路; Kriging 元模型; 最优化; 遗传算法

EEACC: 2570

中图分类号: TP302

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2007)08-1325-05

## 1 引言

现代集成电路的开发周期要求模拟集成电路的优化设计方法更加高效, 基于传统 EDA 工具的电路参数优化设置, 存在迭代次数多、不收敛等问题; 另外, 由于传统数值优化算法容易局部收敛, 使得电路优化设计结果并不是设计空间内的全局最优解<sup>[1]</sup>. 将电路性能指标的元模型与数值优化方法结合对电路进行优化设计已经成为解决上述问题的一种可行方法<sup>[2,3]</sup>. 建立电路性能指标与设计参数直接、简单的函数关系, 即元模型 (Metamodel, 近似模型), 利用简单、直接的函数关系模型代替电学与物理原模型, 将问题简化, 减少系统仿真成本, 能够大大提高电路优化设计效率. 选择合适的优化算法, 能够容易地获得电路在设计空间内的全局最优解.

将实验设计 (design of experiment, DOE) 与仿真实验相结合是构造电路元模型的主要途径<sup>[4]</sup>. 构造元模型的传统方法主要是多项式回归分析与部分因子实验相结合. 这一类传统方法一般用于实际、非仿真系统, 如农业、工程等. 该方法是建立在重复实验、随机组合以及区组化原则基础上的. 而电路仿真实验不同于真实的物理、化学实验, 在给定的条件下, 输出值确定, 不存在物理实验的随机误差, 并不需要考虑实验的重复性、随机以及区组化问题, 如图 1 所示. 因此传统多项式回归模型以及对应的实验设计类型并不是最好的选择<sup>[5,6]</sup>. 特别是多项式模型对于参数较多的情况, 如 9 个, 由于模型形式复

杂, 参数估计需要较大的实验规模, 并且很难有效近似原有电路. 本文探讨一种 Kriging 元模型与遗传算法相结合的电路优化设计方法, 以解决利用传统 EDA 工具优化电路出现的效率低、不收敛等问题. 相对传统的多项式模型以及实验设计方法, 该方法能够利用较少的实验次数, 建立电路系统更有效的近似模型, 利用遗传算法得到模型全局最优解, 优化电路性能, 从而确定参数大小. 最后以带隙基准电压源的优化设计为例, 应用该方法实现了电路性能指标的优化.

## 2 Kriging 元模型

### 2.1 电路仿真实验的特点

电路仿真实验, 是一种无误差的计算机实验, 因此, 重复性实验对它没有意义. 对于这种无误差、无重复电路仿真实验, 在模型上与真实的物理实验有很大的区别, 如图 1 所示. 对于电路仿真实验可以通过回归方法得到预测趋势线, 但是在无误差存在条件下, 该模型并没有明确的实际意义. 因此常采用一种空间统计方法, 如 Kriging 模型来分析仿真实验数据.

Kriging 模型是一种估计方差最小的无偏估计模型. 该方法最早由南非地质学者 Krige 于 1951 年提出, 在被引入仿真实验领域之前主要广泛应用于地质界, 用来确定矿产储量分布. 它能够提供一种精确的插值, 即对于样本内输入条件下, 模型预测输出值等于仿真值. 与多项式模型相比, 它能够提供更好

\* 模拟集成电路国家重点实验室基金资助项目 (批准号: 9140C09040206DZ061221)

<sup>†</sup> 通信作者. Email: youhailong@126.com

2006-12-19 收到, 2007-03-26 定稿

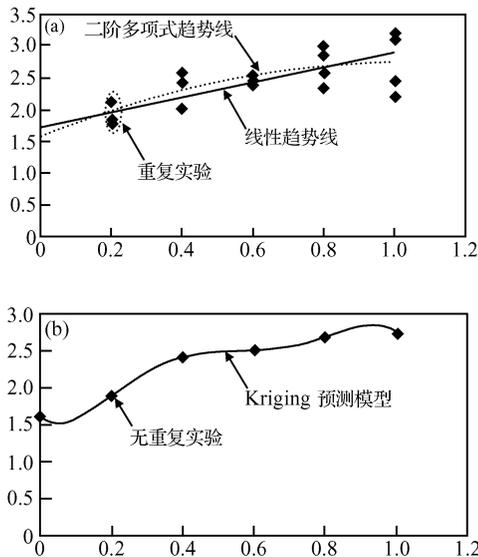


图 1 回归模型(a)与 Kriging 模型(b)的区别

Fig.1 Difference between regression model (a) and Kriging model (b)

的全局预测.对于给定输入条件、输出值确定的仿真实验,Kriging 更具优势,因此常常应用于计算机辅助设计领域<sup>[4,5]</sup>.

## 2.2 Kriging 模型基本理论

Kriging 模型假设系统的响应值与自变量之间的实际关系可以表示成如下的形式

$$f(x) = g(x) + z(x) \quad (1)$$

其中  $g(x)$  是确定性部分,称为确定性漂移,一般用多项式表示; $z(x)$  称为涨落,它具有如下的统计特性:

$$\begin{aligned} E[z(x)] &= 0 \\ \text{Var}[z(x)] &= \sigma^2 \\ E[z(x_i), z(x_j)] &= \sigma^2 R(\theta, x_i, x_j) \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $R(\theta, x_i, x_j)$  是以  $\theta$  为参数的相关函数,  $R(\theta, x_i, x_j)$  中常用的核函数为高斯函数:

$$r(d_k) = \exp(-\theta_k d_k^2) \quad (3)$$

其中  $d_k$  是表征待测点与样本点之间距离关系的量; $\theta_k$  是核函数在样本点第  $k$  方向的常数参量,各个方向  $\theta_k$  的值可以相同,也可以不同,对应各向同性和各向异性问题.此处取  $d_k = |x_i^k - x_j^k|$ , ( $j = i, \dots, m; i = 1, \dots, n$ ) 其中  $x_i^k, x_j^k$  为样本点  $i, j$  在  $k$  方向的向量.

经过推导,模型的预测值为:

$$\hat{f}(x) = f(x)^T \beta^* + r(x)^T \gamma^* \quad (4)$$

该式就是用于预测系统输出的 Kriging 模型的表达式.对于给定的样本点,  $\beta^*$  和  $\gamma^*$  的值都可以通过计算确定,因此构造 Kriging 模型时只需要确定  $f(x)$

和  $r(x)$ .其中  $f(x)$  为回归多项式,它由训练模型的样本量而定,通常为一阶或二阶多项式;而当  $r(x)$  选择为高斯函数时,由相关模型参数  $\theta$  确定.因此,构造 Kriging 模型时需要确定模型参数包括  $f(x)$ 、核函数  $r(x)$  形式以及参数  $\theta$ ,详细推导过程可参阅文献<sup>[5,6]</sup>.

## 2.3 遗传算法与 Kriging 模型结合的电路优化设计

Kriging 模型是一种基于黑匣(black-box)的插值模型,不具有明确的显函数形式,模型的信息很少.不同的系统,Kriging 模型可能是非线性、多形态以及不连续的.用于工程优化设计的传统数值优化方法包括最快下降法、共轭梯度法、二次规划、模式搜索法等.这些方法具有效率高优点,但是它们需要目标函数的梯度、可导等信息,同时具有对于起始点的选取非常敏感,很有可能收敛于局部最优等缺点.利用遗传算法(GA)进行多参数优化时,GA 的搜索是从初始种群开始,而不是从单个解开始,避免了对起始点过于依赖而造成优化结果的局部化;另外,不要求导或其他辅助知识,而只需要影响搜索方向的目标函数和响应的适值函数<sup>[7]</sup>.基于遗传算法容易获得目标函数的全局最优解.因此,为了解决基于 Kriging 模型的电路优化问题,本文采用遗传算法电路进行优化设计,确定电路参数的设置.本文将遗传算法与 Kriging 模型结合用于电路优化与设计的流程如下:

- (1)建立电路参数指标与元件的 Kriging 元模型;
- (2)建立电路优化的评价函数,将多目标问题转换为单目标;
- (3)依据评价函数,建立遗传算法进化目标——适值函数(fitness function);
- (4)在元件参数变化空间,产生初始种群;
- (5)将种群代入 Kriging 模型构成的适值函数,计算与评估适值函数;
- (6)根据评估结果,选取父种群,交差,变异,生成下一代;
- (7)判断适值函数是否收敛,如不收敛,则返回(5);如果收敛,退出,输出优化结果.

通过该方法,解决了基于 Kriging 模型的电路全局优化,反过来在利用遗传算法优化电路中采用 Kriging 模型代替电路仿真,节省了遗传算法迭代和进化成本,使效率得到很大提高.

## 3 应用实例——一种带隙基准电压源优化设计与参数设置

本文讨论的带隙基准电压源核心电路原理图如

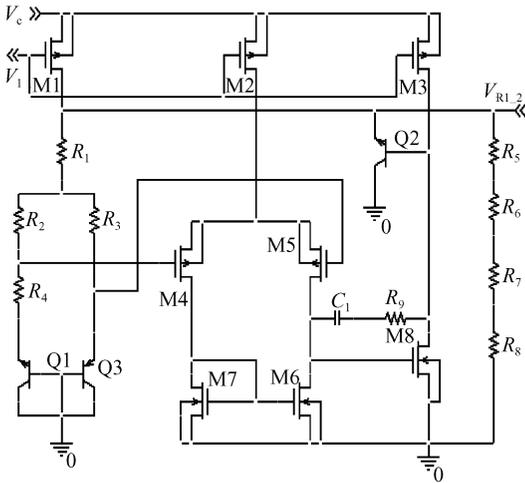


图 2 一种带隙基准电压源核心电路

Fig.2 Main circuit of the band-gap voltage reference

图 2 所示. 该电路目标就是在电路运行环境变化时能够提供一个稳定的电压. 衡量带隙基准电路有两个重要指标, 即电压抑制比 (PSRR, db) 以及温度系数 (TC, ppm/°C), 这里期望通过电路元件参数设置, 使电路具有最大的 PSRR 与最小的 TC<sup>[8]</sup>.

根据电路优化要求, 考虑如下电路设计参数的设置: 包括 4 个电阻  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , 分别表示为电路优化中的变量  $v_1, v_2, v_3, v_4$ ; 而 8 个 MOS 管的长宽比: M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7, M8, 分别表示为  $v_5, \dots, v_{12}$ , 电路优化的参数变化范围如表 1 所示. 因此电路优化设计就是通过实验设计建立 PSRR, TC 的 Kriging 模型, 基于模型寻找合适  $v$  参数设置, 对电路进行多目标优化.

### 3.1 目标函数与实验变量

根据电路优化设计要求, 将 PSRR, TC 作为目标函数, 而  $v$  作为实验变量. 通过电路分析可知,  $v_2 = v_3, v_8 = v_9, v_{10} = v_{11}$ . 因此实际上需要建立一个 9 输入、2 输出的 Kriging 模型.

表 1 电路参数变化范围及实验变量变化范围优化设计结果

Table 1 Range of parameters and results of optimization

实验变量	变化范围	优化设计结果
1 $v_1/k\Omega$	240,360	321
2 $v_2 = v_3/k\Omega$	300~450	395
3 $v_4/k\Omega$	100~150	144
4 $v_5$	0.8~1.2	1.0
5 $v_6$	0.8~1.2	1.0
6 $v_7$	0.8~1.2	1.1
7 $v_8 = v_9$	10~15	11.0
8 $v_{10} = v_{11}$	0.4~0.6	0.4
9 $v_{12}$	0.4~0.6	0.6

### 3.2 拉丁超立方体抽样与数据采集

由经验发现传统的实验设计抽样, 往往存在堆积点的问题, 所得模型也不能代表整个参数变化区域<sup>[7]</sup>. 在西方, 拉丁超立方体抽样 (Latin hypercube sampling, LHS) 广泛应用于仿真实验中. 它是由 McKay 等人于 1979 年专门为仿真实验提出的一种实验设计类型. 它使输入组合相对均匀地填满整个实验区间, 因此被称作充满空间设计. 在抽取的样本点中, 每个实验变量水平只使用一次, 如果一个参数几乎不影响响应指标, 而被从实验变量设置中删除, 实验设计仍然是没有任何点是重合的拉丁超立方体设计. LHS 具有的充满空间特性, 使它成为构造 Kriging 模型最为主要的设计类型<sup>[6]</sup>, 关于 LHS 的详细讨论可参阅文献<sup>[9]</sup>.

由于 LHS 的实验规模具有相当大的弹性, 选择多少实验次数并没有理论指导, 根据经验一般选取实验变量个数 3, 4 倍实验次数. 这里从建立 Kriging 模型需要出发, 由于 Kriging 模型中的  $f(x)$ , 一般用多项式表示, 需要足够的实验次数进行参数估计. 同时参数  $\theta$  的优化选择对实验也提出要求. 因此, 基于模型需要采用实验变量为 9, 实验次数为 52 的拉丁超立方体实验. 传统响应曲面实验设计已经很难提供有效方案, 基于小复合 Draper/Lin 方法的响应曲面方法最小实验次数也需要 63 个<sup>[10]</sup>. 建立抽样方案后, 基于 Hynix 的 0.50 $\mu\text{m}$  CMOS 工艺模型, 通过 Hspice 对电路进行仿真实验, 采集数据.

### 3.3 电路的 Kriging 元模型

根据(4)式, 利用电路目标参数的 Kriging 模型进行响应预测时, 需要确定  $f(x)$  和核函数  $r(x)$  以及参数  $\theta$ . 这里采用 1 阶多项式来确定  $f(x)$ , 核函数采用高斯函数,  $\theta$  参数初始值假设为各向同性, 大小为 1. Kriging 模型是一种精确插值模型, 即在样本点上预测值与仿真实验值相等. 因此, 需要额外数据来验证模型. 为了反映模型在整个实验空间的预测精度, 通过另一种充满空间的设计方法均匀实验设计构造了 20 组实验组合来验证模型. 采用判定系数  $R^2$  来衡量模型预测值与仿真真实值偏差,  $R^2$  越大越好, 1 表示预测值与实际值基本吻合<sup>[10]</sup>. 本模型的 PSRR 和 TC 的判定系数  $R^2$  分别为 96.72% 和 88.68%. 图 3 是模型预测值与电路仿真结果的对比. 可以看出, Kriging 模型预测结果能较好地反映真实的电路输出结果的趋势, 与仿真实验结果基本吻合.

### 3.4 电路的优化与参数设置

该电路系统的优化为一个多目标、多维、非线性

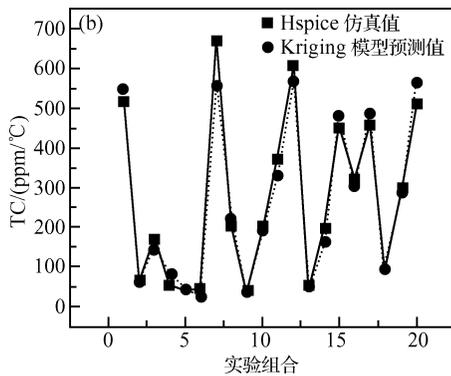
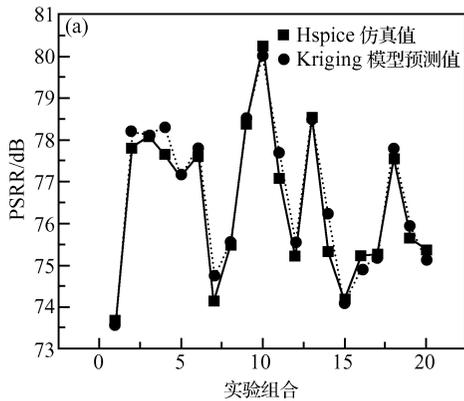


图 3 Kriging 模型预测值与 Hspice 仿真值对比 (a) PSRR; (b) TC  
Fig.3 Comparison of Kriging model and Hspice simulation (a) PSRR; (b) TC

性、有界数值优化问题. 多目标优化问题的基本方法是评价函数方法. 这里将传统的评价函数方法中的理想点法和线性加权法相结合构造评价函数, 将多目标问题转化为单目标问题. 构造的评价函数为:

$$\varphi(\hat{f}(x)) = \sqrt{\lambda_1 (\hat{f}_{PSRR}(x) - f_{PSRR}^*)^2 + \lambda_2 (\hat{f}_{TC}(x) - f_{TC}^*)^2} \quad (5)$$

其中  $f_{PSRR}^*, f_{TC}^*$  为单个目标函数的最优值, 即为值域中的一个理想点;  $\lambda_1, \lambda_2$  为加权系数. 该方法构造的评价函数不仅将多目标优化转化为单目标优化问题, 同时通过加权函数解决了不同函数模型预测精度的差异对评价函数的影响. 需要强调的是,  $\hat{f}_{PSRR}, \hat{f}_{TC}$  是电路性能指标 PSRR 以及 TC 的 Kriging 元模型的预测结果, 而不是电路数值模型的仿真结果, 即在优化过程中利用 Kriging 元模型预测来代替电路实际仿真, 这是本文采用 Kriging 元模型的电路优化设计方法与传统基于仿真软件的电路优化设计的区别.

首先通过遗传算法确定 PSRR 以及 TC 的单目标最优值. 基于简单遗传算法<sup>[8]</sup>, 分别求得 PSRR

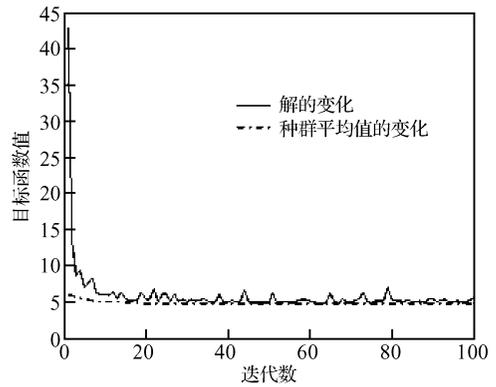


图 4 遗传算法寻优跟踪图  
Fig.4 Diagram of genetic algorithms

最大值为 84.11, 以及 TC 最小值为 7.06. 通过图 3 的拟合情况, PSRR 与 TC 相对偏差数量级关系, 确定  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.05$ . 然后构造多目标评价函数的适值函数, 遗传算法主要参数确定如下: 初始种群为 40, 交叉概率为 0.6, 变异概率为 0.08. 优化结果如图 4 所示, 经过 20 次左右的迭代, 求得目标函数  $\varphi(\hat{f}(x))$  最小值为 4.775, 同时获得优化条件, 优化后的参数设置如表 1 所示. 电路性能指标 PSRR, TC 优化的模型预测结果与 Hspice 仿真结果如表 2 所示. 从表 2 以及图 3 可见, TC 的 Kriging 模型在极值点附近预测能力相对较差, 这与 Kriging 模型是一种空间插值模型有关. 极值点很可能出现于空间断点, 也就是说在极值点附近, 抽样量不够, 造成模型在极值点附近预测精度不够, 这是由于拉丁超立方抽样方法是一种均匀抽样引起的. 由于 Kriging 模型能够提供趋势预测, 而不影响对极值点寻找.

### 4 结 语

提出了基于 Kriging 元模型(近似模型)与遗传算法结合的模拟集成电路优化设计与参数生成方法. 该方法中, Kriging 模型相对传统多项式模型更适合计算机仿真实验特点, 所需的仿真成本较低, 同时具有较高的精度, 基于遗传算法的优化解决了 Kriging 这类插值模型的优化问题. 所提出的方法应用于一种带隙基准电压源电路优化设计, 通过理想点与线性加权法相结合构造电路的评价函数, 实现了电路的多目标优化, 获得了令人满意的结果.

表 2 在电路预测优化点上模型预测值与实际输出值比较  
Table 2 Comparison of calculated and simulated results

	模型预测值	Hspice 仿真值
PSRR/dB	79.70	79.94
TC/(ppm/°C)	15.18	24.10

## 参考文献

- [1] Biirmen A, Puhan J, Burmen T T. Robust design and optimization of operating amplifiers. IEEE Proceedings of International Conference on Industrial Tools, 2003; 745
- [2] Carroll J, Chang K. Statistical computer-aided design for microwave circuits. IEEE Trans Microw Theory Tech, 1996, 44(1): 24
- [3] Gao Xuelian, Shi Yin. Generation of polynomial response surface models for sizing of an analog IC. Chinese Journal of Semiconductors, 2005, 26(11): 2241 (in Chinese) [高雪莲, 石寅. 利用正多项式响应曲面模型实现模拟电路参数自动生成. 半导体学报, 2005, 26(11): 2241]
- [4] You Hailong, Jia Xinzhang, Zhang Xiaobo, et al. Study on the method of the design of experiment integrated with simulation for constructing the integrated circuit metamodel. Acta Electronic Sinica, 2006, 34(6): 1159 (in Chinese) [游海龙, 贾新章, 张小波, 等. 试验设计与仿真相结合构造集成电路元模型的方法研究. 电子学报, 2006, 34(6): 1159]
- [5] Simpson T W, Manery T M, Korte J J, et al. Comparison of response surface and Kriging models for multidisciplinary design optimization. 7th AIAA/USAF/NASA/ISSOMO symposium on Multidisciplinary Analysis & Optimization, 1998; 381
- [6] Kleijnen J P C. An overview of the design an analysis of simulation experiments for sensitivity analysis. European Journal of Operational Research, 2005, 164(2): 287
- [7] Xuan G N, Cheng R W, Yu Y J. Genetic algorithms and engineering optimization. Beijing: Tsinghua University Press, 2003 (in Chinese) [玄光男, 程润伟, 于韵杰. 遗传算法与工程优化. 北京: 清华大学出版社, 2003]
- [8] Razavi B. Design of analog CMOS integrated circuits. Translated by Chen Guican, Cheng Jun, Zhang Ruizhi, et al. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2003 (in Chinese) [拉扎维 B. 模拟 CMOS 集成电路设计. 陈贵灿, 程军, 张瑞智, 等译. 西安: 西安交通大学出版社, 2003]
- [9] Fang Kaitai. Uniform design: theory, method and applications. Application of Statistics and Management, 2004, 23(3): 69 (in Chinese) [方开泰. 试验均匀试验设计的理论、方法和应用: 历史回顾. 数理统计与管理, 2004, 23(3): 69]
- [10] Montgomery Douglas C. Design and analysis of experiments. New York: Wiley, 1997

## Kriging Metamodel Based on Genetic Algorithms and Its Application in Analog IC Optimization \*

You Hailong<sup>†</sup>, Jia Xinzhang, and Wang Shaoxi

(Key Laboratory of the Ministry of Education for Wide Band-Gap Semiconductor Materials and Devices, School of Microelectronics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** We present a method of constructing the Kriging metamodel of circuits and combining it with genetic algorithms (GA) to optimize a circuit and determine the parameters. Compared with the polynomial regression model, the Kriging model is more suitable to the circuit simulation experiments. Using GA, the problem of the circuit global optimization is solved based on the Kriging metamodel. The method is applied to the optimization design of the band-gap voltage reference, and the result shows that the presented method is effective.

**Key words:** analog IC; Kriging metamodel; optimization; genetic algorithms

EEACC: 2570

Article ID: 0253-4177(2007)08-1325-05

\* Project supported by the Foundation of National Laboratory of Analog Integrated Circuits (No. 9140C09040205DZ061221)

<sup>†</sup> Corresponding author. Email: youhailong@126.com

Received 19 December 2006, revised manuscript received 26 March 2007

©2007 Chinese Institute of Electronics