

基于梳齿间距偏差的硅微加速度计冲击与阶跃信号响应模型*

戴强[†] 于奇 饶青 周伟 杨谟华

(电子科技大学电子薄膜与集成器件国家重点实验室, 成都 610054)

摘要: 源于概率统计理论, 针对梳齿电容的微细加工偏差, 给出了当各梳齿间距偏差在一定范围内独立且均匀分布时, 单边电容和双边电容驱动的硅微加速度计冲击与阶跃信号响应物理模型. 经过有限元仿真和 Monte Carlo 模拟验证, 结果表明理论模型与仿真值之差小于 10%. 模型指出, 当梳齿间距偏差由 0 变化到 20%, 加速度计在受到冲击与阶跃加速度信号作用时, 其可靠工作范围将比无偏差理想情况下下降 10%~15%. 该模型可望应用于实际有加工偏差的微加速度计可靠工作范围预先评估与设计.

关键词: 微加速度计; 梳齿间距; 冲击与阶跃信号响应物理模型; 可靠工作范围

EEACC: 2575; 7230

中图分类号: TN401

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2008)07-1391-05

1 引言

对 MEMS 梳齿电容式加速度计, 电容极板间距是至关重要的参数, 决定了加速度计的量程、灵敏度、可靠工作范围等性能指标. 但由于 MEMS 加工工艺的非理想性^[1~3], 梳齿间距存在加工偏差, 因此改变了加速度计的性能.

Dong 等人^[4]研究了 ICP 深刻蚀中各个梳齿有相同的不平行度时对加速度计可靠工作范围的影响. 在实际情况中除了光刻套准误差引起的一批硅片整体偏差外, 刻蚀过程中的气体流量、压力、温度等都对刻蚀结果有影响并且是非线性和相互作用的^[2], 因此导致一批片子中各个梳齿加工偏差出现或然性的不同. 本文针对各个梳齿加工间距相对于理想版图尺寸在一定范围内有偏差, 研究了单边电容驱动和双边电容驱动的情况下对冲击和阶跃信号的响应模型, 从而得到了微加速度计有加工误差时可靠工作范围相对于理想情况下的改变. 该模型得到了 ANSYS 有限元和 Monte Carlo 仿真的验证. 依据该模型可望对微加速度计可靠工作范围进行预先评估与设计.

2 物理模型

2.1 单边电容驱动时冲击信号响应

当敏感质量块有微小位移 Δd 时, 系统的势能函数^[4,5]

$$\text{Ener}(\Delta d) = \frac{1}{2}k\Delta d^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^n\left(\frac{\epsilon A}{\text{gap}_i - \Delta d} - \frac{\epsilon A}{\text{gap}_i}\right)V^2 \quad (1)$$

其中 n 为梳齿个数; k 弹性梁的弹性常数; A 梳齿的

正对面积; V 梳齿电容两端有效电压; gap_i 第 i 个梳齿刻蚀的实际间距. 设 u 为版图的理想间距, 若 δ 为梳齿间距加工偏差范围, 则 gap_i 在 $[u - \delta, u + \delta]$ 区间任一数值的取值机会均等, 因此其概率分布密度函数为

$$f(\text{gap}_i) = \begin{cases} \frac{1}{2\delta}, & u - \delta < \text{gap}_i < u + \delta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

因 gap_i 相互独立, 则势能函数的数学期望:

$$\begin{aligned} E(\text{Ener}(\Delta d)) &= \frac{1}{2}k\Delta d^2 - \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\dots\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\times \\ &\sum_{i=1}^n\left(\frac{\epsilon A}{\text{gap}_i - \Delta d} - \frac{\epsilon A}{\text{gap}_i}\right)V^2\left(\frac{1}{2\delta}\right)^n d\text{gap}_1 d\text{gap}_2 \dots d\text{gap}_n \\ &= \frac{1}{2}k\Delta d^2 - \int_{u-\delta}^{u+\delta}\int_{u-\delta}^{u+\delta}\dots\int_{u-\delta}^{u+\delta}\frac{1}{2}\times \\ &\sum_{i=1}^n\left(\frac{\epsilon A}{\text{gap}_i - \Delta d} - \frac{\epsilon A}{\text{gap}_i}\right)V^2\left(\frac{1}{2\delta}\right)^n d\text{gap}_1 d\text{gap}_2 \dots d\text{gap}_n \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式对 Δd 求导

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\text{Ener}(\Delta d))}{\partial \Delta d} &= k\Delta d - \int_{u-\delta}^{u+\delta}\int_{u-\delta}^{u+\delta}\dots\int_{u-\delta}^{u+\delta}\frac{1}{2}\times \\ &\sum_{i=1}^n\frac{\epsilon A}{(\text{gap}_i - \Delta d)^2}V^2\left(\frac{1}{2\delta}\right)^n d\text{gap}_1 d\text{gap}_2 \dots d\text{gap}_n \\ &= k\Delta d - \frac{\epsilon AV^2 n}{4\delta}\left(\frac{1}{u - \delta - \Delta d} - \frac{1}{u + \delta - \Delta d}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

当(4)式为 0, 并令 $p = \frac{\epsilon AnV^2}{2ku^3}$, $x = \frac{\Delta d}{u}$ 得

$$x\left(1 - \frac{\delta}{u} - x\right)\left(1 + \frac{\delta}{u} - x\right) = p \quad (5)$$

(5)式共有 3 个解, 其中在 $[0, 1]$ 范围内存在两个: 稳定平衡解 x_1 , 非稳定平衡解 x_2 , 可由数值方法解得, 则微

* 国家自然科学基金资助项目(批准号:60576007)

[†] 通信作者. Email: uestc_dai@163.com

2007-11-15 收到, 2008-01-23 定稿

加速度计能承受的冲击信号的能量的期望即为这两点的能量差. 引入冲击信号所满足的边界条件^[4,5], $\dot{x}_1 = \alpha(\Delta t)$, $x_1 = \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$, 且 Δt 足够小, 以至于在冲击结束时引起的位移和速度可以忽略, α 为加速度冲击信号幅值. 器件的可靠工作条件为

$$E\left(\frac{1}{2}m\alpha^2(\Delta t)^2\right) = E(E_{\text{ner}}(ux_2) - E_{\text{ner}}(ux_1)) \quad (6)$$

两点势能期望之差可近似为

$$\begin{aligned} E(E_{\text{ner}}(ux_2) - E_{\text{ner}}(ux_1)) &\approx \frac{1}{2}k(ux_2)^2 - \\ &\frac{1}{2}k(ux_1)^2 - \int_{u-\delta}^{u+\delta} \int_{u-\delta}^{u+\delta} \dots \int_{u-\delta}^{u+\delta} \frac{1}{2} \times \\ &\sum_{i=1}^n \left(\frac{\epsilon A}{\text{gap}_i - ux_2} - \frac{\epsilon A}{\text{gap}_i} \right) V^2 \left(\frac{1}{2\delta} \right)^n \text{dgap}_1 \text{dgap}_2 \dots \text{dgap}_n \\ &+ \int_{u-\delta}^{u+\delta} \int_{u-\delta}^{u+\delta} \dots \int_{u-\delta}^{u+\delta} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\epsilon A}{\text{gap}_i - ux_1} - \frac{\epsilon A}{\text{gap}_i} \right) V^2 \times \\ &\left(\frac{1}{2\delta} \right)^n \text{dgap}_1 \text{dgap}_2 \dots \text{dgap}_n \quad (7) \end{aligned}$$

联合(6)和(7)式, 得

$$\begin{aligned} E\left(\frac{1}{2}m\alpha^2(\Delta t)^2\right) &\approx \frac{1}{2}ku^2 \times \\ &\left(x_2^2 - x_1^2 - \frac{pu}{\delta} \left[\ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_2}{1 - \frac{\delta}{u} - x_2} - \ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_1}{1 - \frac{\delta}{u} - x_1} \right] \right) \quad (8) \end{aligned}$$

变形得单边电容驱动时微加速度计可承受冲击模型

$$\begin{aligned} E(\Delta t, \alpha) &= \omega_0 u f_1(p) \\ f_1(p) &= \end{aligned}$$

$$\sqrt{x_2^2 - x_1^2 - \frac{pu}{\delta} \left(\ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_2}{1 - \frac{\delta}{u} - x_2} - \ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_1}{1 - \frac{\delta}{u} - x_1} \right)} \quad (9)$$

$f_1(p)$ 定义为单边电容驱动时的抗冲击函数, 表明了微加速度计抗冲击的能力.

2.2 单边电容驱动时阶跃信号响应

按前述, $\Delta d_1 = ux_1$ 为初始稳定位置期望, 可由(5)式解得. 当有一阶跃加速度信号 α 作用于微加速度计时, 敏感质量块满足动态方程式

$$\frac{1}{2}m\Delta \dot{d}^2 = \int_{\Delta d_1}^{\Delta d} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\epsilon AV^2}{2(\text{gap}_i - \Delta d)^2} + m\alpha - k\Delta d \right) \text{d}(\Delta d) \quad (10)$$

敏感质量块所能达到的最大位移满足条件 $\Delta \dot{d} = 0$, 则

$$\int_{\Delta d_1}^{\Delta d} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\epsilon AV^2}{2(\text{gap}_i - \Delta d)^2} + m\alpha - k\Delta d \right) \text{d}(\Delta d) = 0 \quad (11)$$

即

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon AV^2}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\text{gap}_i - \Delta d} - \frac{1}{\text{gap}_i - \Delta d_1} \right) + \\ m\alpha(\Delta d - \Delta d_1) - \frac{1}{2}k(\Delta d^2 - \Delta d_1^2) = 0 \quad (12) \end{aligned}$$

同除以 ku^2 , 得

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon AV^2}{2ku^2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\text{gap}_i - ux} - \frac{1}{\text{gap}_i - ux_1} \right) + \\ \frac{m\alpha}{ku} (x - x_1) - \frac{1}{2}(x^2 - x_1^2) = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

代入 p , 并令 $q = \frac{m\alpha}{ku}$, 得

$$q = \frac{1}{2}(x + x_1) - \frac{pu}{x - x_1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\text{gap}_i - ux} - \frac{1}{\text{gap}_i - ux_1} \right) \quad (14)$$

其中 q 表示惯性力与敏感质量块平均最大行程时的弹性力之比, 即归一化惯性力, 该值同时也量化了阶跃加速度信号大小. 当 gap_i 在区间 $[u - \delta, u + \delta]$ 均匀分布时, q 的期望

$$\begin{aligned} E(q) &= \int_{u-\delta}^{u+\delta} \int_{u-\delta}^{u+\delta} \dots \int_{u-\delta}^{u+\delta} \frac{1}{2}(x + x_1) - \frac{pu}{x - x_1} \sum_{i=1}^n \\ &\left(\frac{1}{\text{gap}_i - ux} - \frac{1}{\text{gap}_i - ux_1} \right) \left(\frac{1}{2\delta} \right)^n \text{dgap}_1 \text{dgap}_2 \dots \text{dgap}_n \\ &= \frac{1}{2}(x + x_1) - \frac{pu}{2\delta(x - x_1)} \times \\ &\left(\ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x}{1 - \frac{\delta}{u} - x} - \ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_1}{1 - \frac{\delta}{u} - x_1} \right) \quad (15) \end{aligned}$$

$E(q)$ 的极值可由 $\frac{\partial E(q)}{\partial x} = 0$ 求得

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(q)}{\partial x} &= \frac{1}{2} + \frac{pu}{2\delta(x - x_1)^2} \times \\ &\left(\ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x}{1 - \frac{\delta}{u} - x} - \ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_1}{1 - \frac{\delta}{u} - x_1} \right) - \end{aligned}$$

$$p \frac{1}{(x - x_1)(1 + \frac{\delta}{u} - x)(1 - \frac{\delta}{u} - x)} = 0 \quad (16)$$

因 x_1 为(5)式的稳定平衡解, 故可由(16)式可解得最大 q 值期望所对应的 x_{cl} , 代入(15)式可得临界加速度阶跃信号期望 $E(q_{\text{cl}})$. 则单边电容驱动临界阶跃加速度信号响应模型

$$\begin{aligned} E(q_{\text{cl}}) &= \frac{1}{2}(x_{\text{cl}} + x_1) - \frac{pu}{2\delta(x_{\text{cl}} - x_1)} \times \\ &\left(\ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_{\text{cl}}}{1 - \frac{\delta}{u} - x_{\text{cl}}} - \ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_1}{1 - \frac{\delta}{u} - x_1} \right) \quad (17) \end{aligned}$$

其中 p 由隐式给出:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{pu}{2\delta(x_{\text{cl}} - x_1)^2} \times \\ \left(\ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_{\text{cl}}}{1 - \frac{\delta}{u} - x_{\text{cl}}} - \ln \frac{1 + \frac{\delta}{u} - x_1}{1 - \frac{\delta}{u} - x_1} \right) - \\ p \frac{1}{(x_{\text{cl}} - x_1)(1 + \frac{\delta}{u} - x_{\text{cl}})(1 - \frac{\delta}{u} - x_{\text{cl}})} = 0 \end{aligned}$$

$E(q_{\text{cl}})$ 表达了单边电容驱动, 加速度信号为阶跃时的微加速度计可靠工作范围.

2.3 双边电容驱动时冲击信号响应

当双边驱动时, 其势能函数随 Δd 变化为

$$\text{Ener}_2(\Delta d) = \frac{1}{2}k\Delta d^2 - \frac{1}{2} \times$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\epsilon A}{\text{gap}_{\text{up}_i} - \Delta d} - \frac{\epsilon A}{\text{gap}_{\text{up}_i}} \right) +$$

$$\left(\frac{\epsilon A}{\text{gap_down}_i + \Delta d} - \frac{\epsilon A}{\text{gap_down}_i} \right) V^2 \quad (18)$$

其中 $\text{gap_up}_i, \text{gap_down}_i$ 分别为上、下两边梳齿间距并且独立同分布, 分布函数见(2)式, 其期望

$$E(\text{Ener}_2(\Delta d)) = \frac{1}{2} k \Delta d^2 - \int_{u-\delta}^{u+\delta} \int_{u-\delta}^{u+\delta} \dots \int_{u-\delta}^{u+\delta} \frac{1}{2} \times \sum_{i=1}^n \left(\frac{\epsilon A}{\text{gap_up}_i - \Delta d} - \frac{\epsilon A}{\text{gap_up}_i} + \frac{\epsilon A}{\text{gap_down}_i + \Delta d} - \frac{\epsilon A}{\text{gap_down}_i} \right) V^2 \left(\frac{1}{2\delta} \right)^{2n} \times \text{dgap_up}_1 \dots \text{dgap_up}_n \text{dgap_down}_1 \dots \text{dgap_down}_n \quad (19)$$

(19)式对 Δd 求导

$$\frac{\partial E(\text{Ener}_2(\Delta d))}{\partial \Delta d} = k \Delta d - \int_{u-\delta}^{u+\delta} \int_{u-\delta}^{u+\delta} \dots \int_{u-\delta}^{u+\delta} \frac{1}{2} \times \sum_{i=1}^n \left(\frac{\epsilon A}{(\text{gap_up}_i - \Delta d)^2} - \frac{\epsilon A}{(\text{gap_down}_i + \Delta d)^2} \right) V^2 \times \left(\frac{1}{2\delta} \right)^{2n} \text{dgap_up}_1 \dots \text{dgap_up}_n \text{dgap_down}_1 \dots \text{dgap_down}_n = k \Delta d - \frac{\epsilon A V^2 n}{4\delta} \left(\frac{1}{u + \delta - \Delta d} - \frac{1}{u - \delta - \Delta d} - \frac{1}{u + \delta + \Delta d} + \frac{1}{u - \delta + \Delta d} \right) \quad (20)$$

当(20)式为 0, 引入前述定义, 可简化为

$$\left[\left(1 - \frac{\delta}{u} \right)^2 - x^2 \right] \left[\left(1 + \frac{\delta}{u} \right)^2 - x^2 \right] x = 4px \quad (21)$$

其解 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , 其中 $x_1 = 0$ 表示初始稳定平衡位置, $|x_{2,3}| < 1$ 且互为相反数, 表示正、负两个方向非稳定平衡位置, 解析与数值方法均可解得. $|x_{4,5}| > 1$ 无意义, 舍去. 则微加速度计能承受冲击的期望可表为

$$E\left(\frac{1}{2} m \alpha^2 (\Delta t)^2\right) = E(E_{\text{ner}}(x_{2,3}) - E_{\text{ner}}(x_1)) \quad (22)$$

两点势能期望之差可近似为

$$E(E_{\text{ner}}(x_{2,3}) - E_{\text{ner}}(x_1)) \approx \frac{1}{2} k x_{2,3}^2 - \int_{u-\delta}^{u+\delta} \int_{u-\delta}^{u+\delta} \dots \int_{u-\delta}^{u+\delta} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\epsilon A}{\text{gap_up}_i - x_2} - \frac{\epsilon A}{\text{gap_up}_i} + \frac{\epsilon A}{\text{gap_down}_i + x_2} - \frac{\epsilon A}{\text{gap_down}_i} \right) V^2 \left(\frac{1}{2\delta} \right)^{2n} \times \text{dgap_up}_1 \dots \text{dgap_up}_n \text{dgap_down}_1 \dots \text{dgap_down}_n \quad (23)$$

由(22)和(23)式, 得

$$E\left(\frac{1}{2} m \alpha^2 (\Delta t)^2\right) \approx \frac{1}{2} k u^2 \left[x_{2,3}^2 - \frac{pu}{\delta} \left(\ln \frac{1+\delta/u-x_2}{1-\delta/u-x_2} + \ln \frac{1+\delta/u+x_2}{1-\delta/u+x_2} - 2 \ln \frac{u+\delta}{u-\delta} \right) \right], \quad x_2 > 0, x_3 < 0 \quad (24)$$

化简得双边电容驱动的可承受冲击模型

$$E(\Delta t_c \alpha) = \omega_0 u f_2(p) \\ f_2(p) =$$

$$\sqrt{x_{2,3}^2 - \frac{pu}{\delta} \left(\ln \frac{1+\delta/u-x_2}{1-\delta/u-x_2} + \ln \frac{1+\delta/u+x_2}{1-\delta/u+x_2} - 2 \ln \frac{u+\delta}{u-\delta} \right)} \quad (25)$$

$f_2(p)$ 定义为双边电容驱动时微加速度计的抗冲击函数.

2.4 双边电容驱动时阶跃信号响应

初始平衡位置期望为 0, 因此当有一阶跃加速度信号 α 作用于加速度计时(设向上电极方向), 其动态方程式为

$$\frac{1}{2} m \Delta \dot{d}^2 = \int_0^{\Delta d} \left(\sum_{i=1}^n \left[\frac{\epsilon A V^2}{2(\text{gap_up}_i - \Delta d)^2} - \frac{\epsilon A V^2}{2(\text{gap_down}_i + \Delta d)^2} \right] + m \alpha - k \Delta d \right) d(\Delta d) \quad (26)$$

根据敏感质量块最大位移满足条件 $\Delta \dot{d} = 0$, (26)式变形可得

$$q = \frac{1}{2} x - \frac{pu}{x} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\text{gap_up}_i - ux} - \frac{1}{\text{gap_up}_i} + \frac{1}{\text{gap_down}_i + ux} - \frac{1}{\text{gap_down}_i} \right) \quad (27)$$

当 $\text{gap_up}_i, \text{gap_down}_i$ 彼此独立并且均匀分布时, 归一化惯性力期望为

$$E(q) = \int_{u-\delta}^{u+\delta} \int_{u-\delta}^{u+\delta} \dots \int_{u-\delta}^{u+\delta} \left[\frac{1}{2} x - \frac{pu}{x} \times \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\text{gap_up}_i - ux} - \frac{1}{\text{gap_up}_i} + \frac{1}{\text{gap_down}_i + ux} - \frac{1}{\text{gap_down}_i} \right) \right] \times \left(\frac{1}{2\delta} \right)^{2n} \text{dgap_up}_1 \dots \text{dgap_up}_n \text{dgap_down}_1 \dots \text{dgap_down}_n = \frac{1}{2} x - \frac{pu}{2\delta x} \left(\ln \frac{1+\delta/u-x}{1-\delta/u-x} + \ln \frac{1+\delta/u+x}{1-\delta/u+x} - 2 \ln \frac{1+\delta/u}{1-\delta/u} \right) \quad (28)$$

则归一化惯性力期望的最值在 $\frac{\partial E(q)}{\partial x} = 0$ 时取得

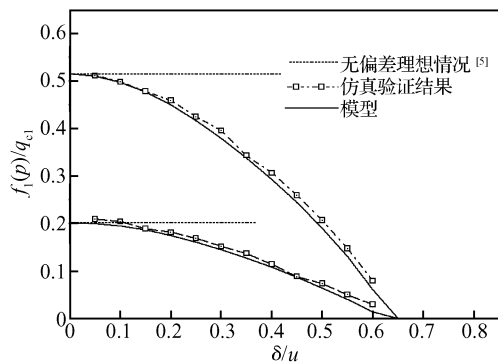
$$\frac{\partial E(q)}{\partial x} = \frac{1}{2} + \frac{pu}{2\delta x^2} \left(\ln \frac{1+\delta/u-x}{1-\delta/u-x} + \ln \frac{1+\delta/u+x}{1-\delta/u+x} - 2 \ln \frac{u+\delta}{u-\delta} \right) - p \left(\frac{1}{x(1+\delta/u-x)(1-\delta/u-x)} + \frac{1}{x(1+\delta/u+x)(1-\delta/u+x)} \right) = 0 \quad (29)$$

由(29)式解得 x_{c2} , 代入(28)式, 即可解得在均布情况下双边电容的临界阶跃加速度信号期望 $E(q_{c2})$. 因此, 双边电容驱动临界阶跃加速度信号模型为

$$E(q_{c2}) = \frac{1}{2} x_{c2} - \frac{pu}{2\delta x_{c2}} \left(\ln \frac{1+\delta/u-x_{c2}}{1-\delta/u-x_{c2}} + \ln \frac{1+\delta/u+x_{c2}}{1-\delta/u+x_{c2}} - 2 \ln \frac{1+\delta/u}{1-\delta/u} \right) \quad (30)$$

其中 p 由隐式给出:

$$\frac{1}{2} + \frac{pu}{2\delta x_{c2}^2} \left(\ln \frac{1+\delta/u-x_{c2}}{1-\delta/u-x_{c2}} + \ln \frac{1+\delta/u+x_{c2}}{1-\delta/u+x_{c2}} - 2 \ln \frac{1+\delta/u}{1-\delta/u} \right) - p \left(\frac{1}{x_{c2}(1+\delta/u-x_{c2})(1-\delta/u-x_{c2})} + \frac{1}{x_{c2}(1+\delta/u+x_{c2})(1-\delta/u+x_{c2})} \right) = 0$$

图1 单边电容驱动 $f_1(p)$ 与 q_{c1} 的验证Fig.1 Verification of $f_1(p)$ and q_{c1} of single-sided driving mode

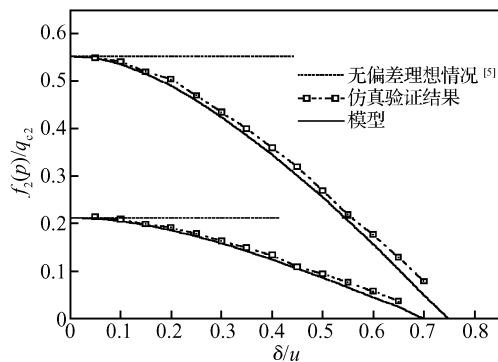
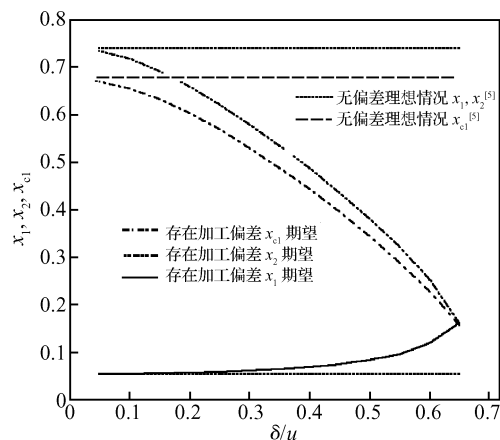
$E(q_{c2})$ 表达了双边电容驱动,加速度信号为阶跃时的微加速度计可靠工作范围.

3 模型验证与分析讨论

为验证本文模型,以 $p = 0.05$ 为例,当 δ/u 从 0 变化到 1 时,分别对单边电容和双边电容驱动的冲击与阶跃信号响应进行模拟验证.采用 ANSYS11.0 有限元仿真软件对加速度计动态特性行为进行模拟,其中机电动态特性采用 Trans126 单元完成.梳齿对数 n 取 20,采用 PDS 模块进行概率分析,概率设计采用 Monte Carlo 法,各梳齿间距采用独立的拉丁方抽样,采样数为 80,仿真结果如图 1 和 2 所示.

对冲击信号情形,首先,系统势能函数的期望是采用(5)或(21)式两个解 x_1, x_2 期望的能量差来近似,但对每一个具体样本,其 x_1, x_2 值并不准确在期望值上,因此,模型与有限元仿真会产生偏差.其次,理论计算 $f(p)$ 时,弹性常数和固有频率的理论值与有限元实际计算不同,也会使模型与有限元仿真出现偏差.

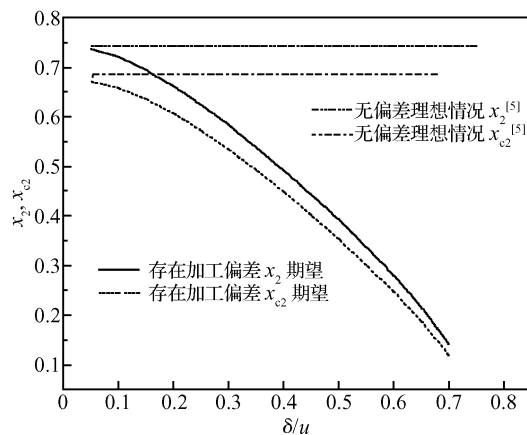
对阶跃信号情形,当微加速度计采用单边电容驱动时,主要是由 x_1 引入的偏差,而采用双边电容驱动时,偏差主要由仿真时 Monte Carlo 采样数有限和弹性常数有异引起.

图2 双边电容驱动 $f_2(p)$ 与 q_{c2} 的验证Fig.2 Verification of $f_2(p)$ and q_{c2} of double-sided driving mode图3 单边电容驱动时 x_1, x_2, x_{c1} 存在加工偏差与无偏差理想情况的对比Fig.3 Contrast of x_1, x_2, x_{c1} in ideal situation without process error and non-ideal situation with process error

但从仿真结果可知本文模型与仿真值之差小于 10%.因仿真是在梳齿间距采用拉丁方抽样的统计学基础上,再经过有限元计算方法计算而得到的结果,而模型是由基本物理公式演绎推理而得到的理论解析解,两者基本一致,从而印证了本文模型的正确性.所以本文模型可望应用于实际有加工偏差的微加速度计可靠工作范围预期估计.

图 1 和 2 同时也表明了可靠工作范围随加工偏差增大而减小,当 δ/u 从 0 增大到 20% 时,对单边电容驱动,抗冲击能力和能承受的最大阶跃加速度期望将比无加工偏差的理想情况均下降约 13%,即可靠工作范围下降约 13%.对双边电容驱动,可靠工作范围下降约 12%.本文也就 p 从 0.01 变化到 0.1 进行了计算并仿真验证,结果表明,当 δ/u 增大到 20% 时,单边和双边电容驱动可靠工作范围减小在 10%~15%.

图 3 和 4 说明了存在加工偏差时可靠工作范围比理想情况下下降的原因.对单边电容驱动,随着加工偏差的增大,系统最初的稳定平衡位置期望 x_1 相比理想情

图4 双边电容驱动时 x_2, x_{c2} 存在加工偏差与无偏差理想情况的对比
Fig.4 Contrast of x_2, x_{c2} in ideal situation without process error and non-ideal situation with process error

况增大,而另一个极值点期望 x_2 或 x_{c1} 减小,导致介于 x_1, x_2 之间的系统势能期望或 x_1, x_{c1} 之间的归一化惯性力期望减小,从而可靠工作范围减小. 对双边电容驱动,系统最初平衡点 x_1 期望为 0,而在冲击或阶跃加速度情况下取得临界点的 x_2 或 x_{c2} 期望较理想情况下降,所以可靠工作范围减小.

微加速度计梳齿宽度的不均匀和梳齿 ICP 深刻蚀时形成的侧壁不平行,事实上可等效为梳齿间距的改变,因此本文模型也具有参考意义,从而拓宽了本文的应用范围.

4 结论

基于概率统计理论和微细加工的非理想性,建立了各梳齿间距偏差独立并在一定范围内均匀分布时,单边电容和双边电容驱动的微加速度计冲击与阶跃信号响应模型. 经过有限元仿真和 Monte Carlo 模拟验证,结果表明理论模型与仿真值之差小于 10%.

模型指出当梳齿间距偏差由 0 变化到 20% 时,可靠工作范围将比无偏差理想情况下降 10%~15%.

该模型可望应用于实际有加工偏差的微加速度计可靠工作范围预先评估与设计.

参考文献

- [1] Kuo W C, Yang Y J. A novel fabrication method for suspended high-aspect-ratio MEMS structures. *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems*, 2005, 2: 1126
- [2] Xu Z, Greve D W, Fedder G K. Characterization of silicon isotropic etch by inductively coupled plasma etch in post-CMOS processing. *The Thirteenth Annual International Conference on Micro Electro Mechanical Systems*, 2000: 568
- [3] Belov N, Khe N. Using deep RIE for micromachining SOI wafers. *Proceedings of the 52nd Electronic Components and Technology Conference*, 2002: 1163
- [4] Dong Linxi, Che Lufeng, Wang Yuelin. Effect of non-parallel combs of capacitive micro-sensor on reliable operation range. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2005, 26(2): 373 (in Chinese) [董林玺, 车录峰, 王跃林. 梳齿的不平行对电容式微机械传感器可靠工作范围的影响. *半导体学报*, 2005, 26(2): 373]
- [5] Bao Minhang, Huang Yiping, Yang Heng, et al. Reliable operation conditions of capacitive inertial sensor for step and shock signals. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2004, 114(1): 41

Pulse and Step Signal Response Models of Micro-Accelerometers Based on the Comb Gaps Deviation*

Dai Qiang[†], Yu Qi, Rao Qing, Zhou Wei, and Yang Mohua

(State Key Laboratory of Electronic Thin Films And Integrated Devices, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: Based on probability and statistical theory, pulse and step acceleration signal response models of capacitive micro-accelerometer with single-sided driving mode and double-sided driving mode are investigated, respectively, which are established on the assumption that the comb gaps conform to the uniform distribution within a given scope induced by the MEMS processing non-ideality. The precision of the models has been verified by the FEA and monte carlo methods with ANSYS software. The deviation between them is less than 10%. The models suggest that the reliable operation ranges of the accelerometers will decrease 10%~15% when the comb gaps deviate 0~20% from the ideal value. The models can be used in the estimation of the reliable operation ranges of capacitive accelerometers.

Key words: micro-accelerometers; comb gap; pulse and step signal response models; reliable operation range

EEACC: 2575; 7230

Article ID: 0253-4177(2008)07-1391-05

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 60576007)

[†] Corresponding author. Email: uestc_dai@163.com

Received 15 November 2007, revised manuscript received 23 January 2008