

# MOS 场效应管的新的电流公式

汤庭鳌 王晓晖 郑大卫

(复旦大学 ASIC 和系统实验室 电子工程系 上海 200433)

C. A. Paz de Araujo

(University of Colorado, Colorado Springs, U.S.A. CO 80933—7150)

**摘要** 本文采用由相似变换方法求解的二维泊松方程的结果直接用于推导近代 MOS 场效应管的电流-电压特性,避免了过去在推导中引进的关于表面势的假设。所得到的电流模型适用于包括亚阈值工作区在内的不同工作区域。计及了纵向电场引起的载流子迁移率下降及速度饱和效应,得到了适用于短沟道 MOS 管的电流公式。

EEACC: 2560R, 0290P, 2560B

## 1 引言

随着 ULSI 电路中 MOS 场效应管按比例缩小技术的发展,在设计晶体管时,电流-电压特性日益成为很重要的必须考虑的因素之一。通常,在推导漏源电流公式时要引进一些假设。例如,在较简单的“二段”模型中<sup>[1]</sup>或更复杂些的“电荷薄层”方法中<sup>[2,3]</sup>,均只考虑漂移电流,反型层中载流子迁移率看作常数,忽略反向漏电流,认为沟道是缓变的,还作了表面势  $\Psi_s(x)$  用  $2\phi_F + V(x)$  表示的近似假设。其中  $x$  为沟道中的位置,  $\phi_F$  为费密势。即使在 Ping. K. K. 近期在题为“按比例缩小方法”<sup>[4]</sup>的叙述中,仍引进了此近似。在本工作中,利用相似变换方法求解二维泊松方程的结果,正如我们在先前关于 MOS-FET 的  $V_T$  模型所做的工作一样<sup>[5]</sup>,将具有一定边界条件的电势分布用来推导不同工作区的漏源电流公式,在避免了有关表面势的近似假设的情况下,得到了较为精确的电流模型。与 MINIMOS 模拟结果及 A.S.Grove 等人建立的传统 [1] 理论的比较表明本结果更接近于数值分析结果,因此是可以实用的。为了将电流模型推广到适用于很短沟道的 MOS 场效应管,采用了类似于文献[4]中的做法,计及了由于纵向电场引起的载流子迁移率下降及速度饱和效应,得到了适用于亚微米沟道 MOS FET 的电流解析表达式。二维泊松方程中自由载流子部份对电流的影响,原则上也可以考虑进去。本文得到的电流模型物理意义比较明确,不必引进过多的假设,在设计按比例缩小的 MOS 场效应管时,它将是必须考虑的重要因素之一。在电路模拟技术中,它也可作为较精确的解析模型加以应用。

## 2 MOS FET 漏极电流的推导

为清楚起见,我们讨论 n 沟 MOS 晶体管,其截面如图 1 所示。当晶体管偏置于强反型时,扩散电流分量可以忽略,因此电流输运方程为

$$I_p = \frac{Z \mu_n}{L} \int_0^L Q_n(x) \frac{d\Psi_s}{dx} dx \quad (1)$$

式中  $Z$  和  $L$  分别为沟道的宽度和长度,  $\mu_n$  为电子的表面迁移率,  $Q_n(x)$  是沟道中位置  $x$  处单位面积反型电荷,  $\Psi_s(x)$  为位置  $x$  处的表面势。显然  $Q_n(x)$  可以表示为

$$\begin{aligned} Q_n(x) &= -[V_G - V_{FB} - \Psi_s(x)]C_{ox} + Q_B(x) \\ &= -[V_G - V_{FB} - \Psi_s(x)]C_{ox} + qN_A W_m(x) \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $W_m(x) = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_s \Psi_s(x)}{qN_A}}$  (3)

(2) 式中  $V_G$  为栅极电压,  $C_{ox}$  是单位面积氧化层电容,  $W_m(x)$  为沟道耗尽层厚度,  $\Psi_s(x)$  将由下述二维泊松方程的解给出:

$$\frac{\partial^2 \Psi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x, y)}{\partial y^2} = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon_s} (n - p + N_A) \quad (4)$$

我们在文献<sup>[5]</sup>中已由解方程(4)得到表面势  $\Psi_s(x)$  为:

$$\begin{aligned} \Psi_s(x) &= V_{bi} + \frac{V_D}{L} x + \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} x(x-L) - \frac{x}{L\beta} \ln \frac{b^4}{(L^2+b^2)^2} \\ &\quad + \frac{1}{\beta} \ln \frac{b^4}{(x^2+b^2)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $V_{bi}$  为源结内建势,  $V_D$  为漏极电压,  $b$  是某一常数,  $\beta = \frac{q}{kT}$  反映了自由载流子的影响。此求解泊松方程方法之优点在于它的简便以及精确,由它所导得的  $V_T$  解析模型<sup>[5]</sup> 已得到说明。将(5)式对  $x$  求导可得:

$$\frac{d\Psi_s(x)}{dx} = \frac{V_D}{L} + \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} (2x-L) - \frac{1}{L\beta} \ln \frac{b^4}{(L^2+b^2)^2} - \frac{4x}{\beta(x^2+b^2)} \quad (6)$$

将(5)式代入(3)和(2)式,可得

$$W_m(x) = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_s}{qN_A}} \left[ V_{bi} + \frac{V_D}{L} x + \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} x(x-L) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Q_n(x) &= - \left[ V_G - V_{FB} - V_{bi} - \frac{V_D}{L} x - \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} (x^2-xL) \right] C_{ox} \\ &\quad + \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_s q N_A} \left[ V_{bi} + \frac{V_D}{L} x + \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} x(x-L) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (8)$$

图 2 给出沟道区中  $W_m(x) \sim \frac{x}{L}$  的关系图,两端为源及漏,其中  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{bi} = 0.8 \text{ V}$ ,  $V_D = 5 \text{ V}$ ,  $L$  分别为 2 及  $0.5 \mu\text{m}$ 。由图可见  $0.5 \mu\text{m}$  器件耗尽层平均厚度大于  $2 \mu\text{m}$  器件情况。将(6)及(8)式代入(1)式,可得

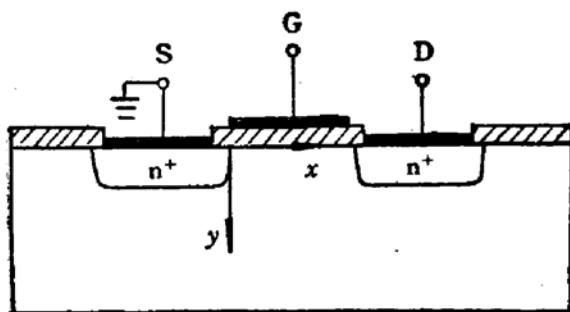
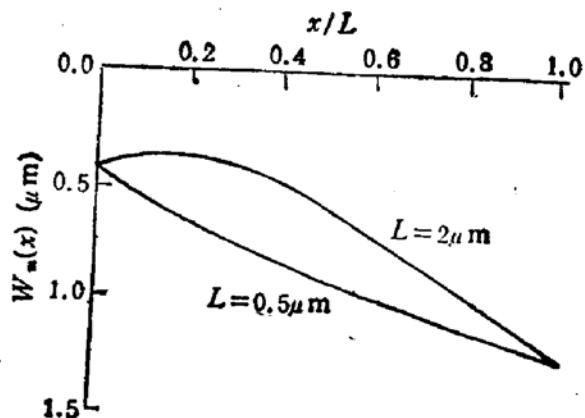


图1 MOS FET 剖面图

图2  $W_m(x)$  与  $X/L$  关系图

$$I_D = \frac{Z \mu_n}{L} \int_0^L \left[ \frac{V_D}{L} + \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} (2x - L) \right] \left\{ -C_{ox} \left[ V_G - V_{FB} - V_{bi} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{V_D}{L} x - \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} (x^2 - xL) \right] + \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_s q N_A} \left[ V_{bi} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{V_D}{L} x + \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} (x^2 - xL) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} dx \quad (9)$$

$$|I_D| = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 \quad (10)$$

其中

$$I_1 = \frac{Z \mu_n}{L} \left( V_D - \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) (V_G - V_{FB} - V_{bi}) C_{ox} \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{Z \mu_n}{L} \left[ (V_G - V_{FB} - V_{bi}) \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} - \frac{1}{2} \left( V_D - \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right)^2 \right] C_{ox} \quad (12)$$

$$I_3 = - \frac{Z \mu_n}{L} \frac{1}{4} \frac{qN_A L^2}{\epsilon_0\epsilon_s} \left( V_D - \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) C_{ox} \quad (13)$$

$$I_4 = - \frac{Z \mu_n}{2L} \left( \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right)^2 C_{ox} \quad (14)$$

$$I_5 = - \frac{Z \mu_n}{L} \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_s q N_A} \left( V_D - \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \frac{\epsilon_0\epsilon_s}{qN_A L^2} \left[ \left( V_D + \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \right. \\ \left. \cdot \sqrt{V_{bi} + V_D} - \left( V_D - \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \sqrt{V_{bi}} \right] \quad (15)$$

 $I_6$  可以忽略, 因此总的电流为

$$I_D = \frac{Z}{L} \mu_n C_{ox} \left\{ (V_G - V_{FB} - V_{bi}) V_D - \frac{1}{2} V_D^2 - \frac{\sqrt{2\epsilon_0\epsilon_s q N_A}}{C_{ox}} \left( V_D - \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \right. \\ \left. + \frac{\epsilon_0\epsilon_s}{qN_A L^2} \left[ \left( V_D + \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \sqrt{V_D + V_{bi}} - \left( V_D - \frac{qN_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \sqrt{V_{bi}} \right] \right\} \quad (16)$$

(16)给出当 MOS 管的漏端未夹断, 也就是  $V_D < V_{Dsat}$  时的漏极电流。图 3 表示由(16)式给出的在各种  $(V_G - V_{FB})$  下的非饱和  $I_D-V_D$  关系。晶体管的参数为  $L=2 \mu m$ ,  $Z=20 \mu m$ ,  $N_A=1 \times 10^{15} cm^{-3}$ ,  $t_{ox}=400 \text{ \AA}$ 。和文献[1]中的讨论一样, 曲线的下降部分根据物理考虑是不合理的。

当漏端的反型电荷完全耗尽即所谓漏端夹断时, 称晶体管进入饱和工作区。 $V_D$  的夹

断条件可由  $Q_n(L) = 0$  求得。

根据方程(8), 我们有

$$-[V_G - V_{FB} - V_{bi} - V_{D,sat}] C_{ox} + \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_s q N_A} [V_{bi} + V_{D,sat}]^{\frac{1}{2}} = 0$$

由此可得  $V_{D,sat}$  为

$$V_{D,sat} = (V_G - V_{FB} - V_{bi}) - \frac{\epsilon_0\epsilon_s q N_A}{C_{ox}^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{2C_{ox}^2(V_G - V_{FB})}{\epsilon_0\epsilon_s q N_A}} - 1 \right] \quad (17)$$

此表达式与 R.S. Muller<sup>[1]</sup> 得到的几乎相同, 将(17)式代入(16)式, 可得到饱和漏极电流。

$M = \frac{\sqrt{\epsilon_0\epsilon_s q N_A}}{C_{ox}}$  是与衬底浓度及氧化层厚度有关的量。当衬底浓度不太高以及  $C_{ox}$  较小时,  $M^2 \ll 1$ ,  $-M^2 \left[ \sqrt{1 + \frac{2(V_G - V_{FB})}{M^2}} - 1 \right] \approx -M\sqrt{2(V_G - V_{FB})}$ 。于是  $V_{D,sat}$  可近似为

$$V_{D,sat} = V_G - V'_T \quad (18)$$

其中:

$$V'_T = V_{FB} + V_{bi} + M\sqrt{2(V_G - V_{FB})} \quad (19)$$

$V'_T$  可被理解为修正的阈值电压, 它来源于  $Q_B(x)$  与  $x$  有关的影响。将(18)代入(16)式, 可得到在低  $M$  情况下 MOS FET 的饱和漏极电流。

$$I_{D,sat} \approx \frac{Z\mu_n C_{ox}}{2L} (V_G - V'_T)^2 \quad (20)$$

图 4 给出非饱和及饱和工作区的  $I_D-V_D$  特性。实线表示由(17)式的  $V_{D,sat}$  值所得的结果, 点线为由数值模拟得到的结果, 虚线是由传统近似理论所得的结果。当  $V_D > V_{D,sat}$  时, 发生沟道长度调制现象, 在此情况下方程(20)可被下式替代,

$$I_D = I_{D,sat} \left[ \frac{L}{L - \Delta L} \right] \quad (21)$$

上式中  $\Delta L$  是夹断区的长度, 它从漏端延伸并随  $V_D$  而增加。当  $L$  较短时, 此效应才较显著。

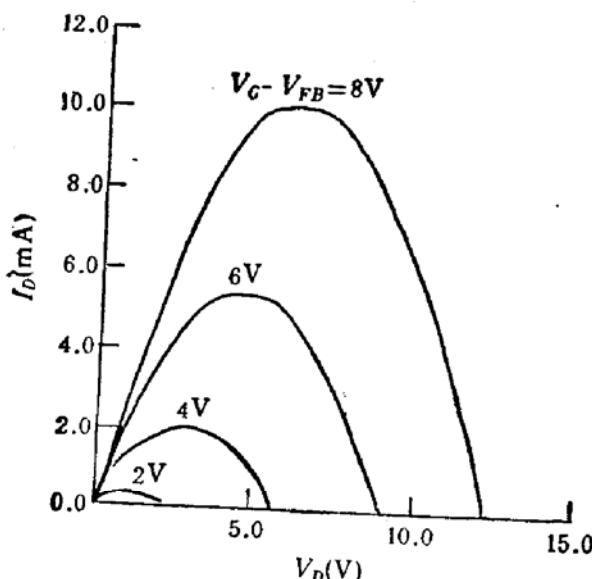


图 3 非饱和  $I_D-V_D$  图

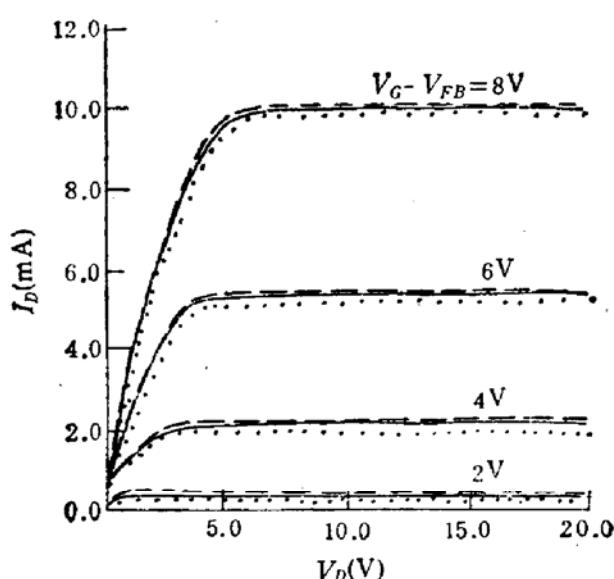


图 4 MOS 管  $I_D-V_D$  特性

### 3 亚阈值电流模型

当加在 MOS 场效应管的栅极电压低于阈值电压时,漏极电流随  $V_G$  的减小很快下降。这时称器件进入亚阈值区或弱反型区。

在弱反型区,漏极电流的主要来源是扩散电流,它可用类似于均匀基区双极型晶体管中推导集电极电流的方法来得到<sup>[6,7,3]</sup>。

$$I_D = -qAD_n \frac{dn}{dx} = -qAD_n \beta n_p^0 e^{\beta \Psi_s} \frac{d\Psi_s}{dx} \quad (22)$$

式中  $A$  为电流流过的面积,  $\beta = \frac{q}{kT}$ ,  $\Psi_s(x)$  为沟道中的表面势。利用(8)式中用过的相同表式,并忽略自由载流子部份,可得

$$\begin{aligned} I_D = qAD_n \beta n_p^0 & \left[ \frac{V_D}{L} + \frac{qN_A}{4\epsilon_0\epsilon_s} (2x - L) \right] \exp \left\{ \beta \left[ V_0 - V_{FB} - V_{bi} \right. \right. \\ & \left. \left. - \left( \frac{V_D}{L} - \frac{qN_A L}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) x - \frac{qN_A x^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right] \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

在整个沟道区内对(23)式两边进行积分,最后可得

$$I_D = \frac{qAD_n n_p^0}{L} e^{\beta(V_G - V_{FB} - V_{bi})} (1 - e^{-\beta V_D}) \quad (24)$$

上式表明在亚阈值区漏极电流与栅极电压是指数关系,在室温时若  $V_D > 3kT/q$  则漏极电流与  $V_D$  无关。此结论与其他作者得到的结果<sup>[3,6-8]</sup>相一致。

电流流过的面积可表示为:

$$A = Z \cdot t_{inv} \quad (25)$$

式中  $Z$  为沟道宽度,  $t_{inv}$  为反型沟道平均厚度。将(25)式代入(24)式便有

$$I_D = \frac{qZt_{inv}D_n n_p^0}{L} e^{\beta(V_G - V_{FB} - V_{bi})} \cdot (1 - e^{-\beta V_D}) \quad (26)$$

根据文献[9]的结果,  $t_{inv}$  可表示为:

$$t_{inv} = \frac{\sqrt{2kT\epsilon_0\epsilon_s} \left[ \frac{q(N_A - n_p^0)W_m}{2\sqrt{2\epsilon_0\epsilon_s kTN_A}} - \sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_s}{2kTN_A}} \frac{4W_m}{\beta(W_m^2 + 1)} \right] - qN_A W_m}{qn_p^0 e^{2\beta\psi_F}} \quad (27)$$

其中  $W_m$  为沟道最大耗尽层厚度,  $L_D$  为非本征德拜长度

$$L_D = \sqrt{\frac{kT\epsilon_0\epsilon_s}{N_A q^2}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_s}{qN_A \beta}} \quad (28)$$

为简单起见,考虑到电子浓度与  $\Psi$  是指数关系,  $t_{inv}$  可用  $\Psi$  减小  $kT/q$  所对应的距离来近似描述。这样,  $t_{inv}$  就等于  $kT/q\epsilon_s$ ,  $\epsilon_s$  为弱反型表面电场,它由下式给出<sup>[3]</sup>

$$\epsilon_s = \sqrt{\frac{2qN_A \Psi_s}{\epsilon_0\epsilon_s}} \quad (29)$$

图 5 给出 MOS 管的亚阈值电流特性,管子的参数为:  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $L = 5\mu\text{m}$ ,  $Z = 50\mu\text{m}$ ,  $t_{ox} = 5 \times 10^{-6}\text{cm}$ ,  $\phi_F = 0.331\text{V}$ ,  $C_{ox} = 6.9 \times 10^{-8}\text{F/cm}^2$ 。

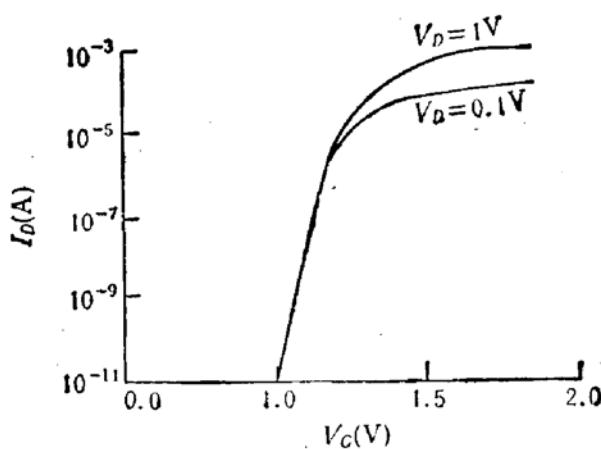


图 5 MOS 管亚阈值特性

#### 4 短沟道 MOS 管的漏极电流模型

对于短沟道 MOS 管, 必须考虑一些附加的因素, 其中最重要的是纵向电场引起的迁移率下降及速度饱和效应。

载流子的表面迁移率与栅极电压有关。通常, 对于优质 Si-SiO<sub>2</sub> 界面, 在室温表面强反型时, 声子散射是主要的散射机制。B. Hofflinger 等人提出有效表面迁移率的经验模型<sup>[10]</sup>为

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{\mu_0}{1 + (E_{\text{eff}}/E_0)^{\nu}} \quad (30)$$

$\mu_0$ 、 $E_0$  及  $\nu$  的值可在文献[4]中找到。 $E_{\text{eff}}$  由下式给出:

$$E_{\text{eff}} = \frac{Q_B + Q_n/2}{\epsilon_s} \quad (31)$$

在高电场下, 电子的表面迁移速度将饱和。根据一些作者的研究工作<sup>[11-13]</sup>, 电子表面饱和速度的范围在  $6 \times 10^6$ — $1 \times 10^7\text{cm/s}$  之间。在众多载流子饱和速度的经验模型中<sup>[14-16]</sup>, 下述模型是常用的:

$$\nu = \frac{\mu_{\text{eff}} E}{1 + \left(\frac{E}{E_{\text{sat}}}\right)} , E < E_{\text{sat}} \quad (32)$$

$$\nu = \nu_{\text{sat}}, E \geq E_{\text{sat}} \quad (33)$$

或写成

$$\nu_{\text{sat}} = \mu_{\text{eff}} E_{\text{sat}} / 2 \quad (34)$$

将(32)代入电流公式可得

$$I_D + \frac{I_D}{E_{\text{sat}}} \frac{d\Psi_s}{dx} = Z \mu_{\text{eff}} Q_n(x) \frac{d\Psi_s}{dx} \quad (35)$$

将上式对  $x$  从零到  $L$  积分, 便有

$$I_D = \frac{Z \mu_{\text{eff}} C_{\text{ox}}}{L \left(1 + \frac{V_D}{E_{\text{sat}} L}\right)} \left\{ (V_G - V_{FB} - V_{bi}) V_D - \frac{1}{2} V_D^2 \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\sqrt{2\epsilon_0\epsilon_s q N_A}}{C_{ox}} \frac{\epsilon_0\epsilon_s}{q N_A L^2} \cdot \left( V_D - \frac{q N_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \left[ \left( V_D + \frac{q N_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \sqrt{V_D + V_{bi}} \right. \\
 & \left. - \left( V_D - \frac{q N_A L^2}{4\epsilon_0\epsilon_s} \right) \sqrt{V_{bi}} \right] \}
 \end{aligned} \quad (36)$$

由上式可见, 当  $\frac{V_D}{L} \ll E_{sat}$  时, 表达式(36)将回到(16)式。在漏端载流子速度饱和时, 漏极电流发生饱和。令漏极电流等于由(36)式给出的  $V_D = V_{D,sat}$  时的电流, 可以得到  $V_{D,sat}$ 。它的近似式为:

$$V_{D,sat} = \frac{E_{sat} L (V_G - V_{FB} - V_{bi})}{E_{sat} L + (V_G - V_{FB} - V_{bi})} \quad (37)$$

由此可得短沟道 MOS 管的饱和漏极电流为:

$$I_{D,sat} = Z \nu_{sat} C_{ox} \frac{(V_G - V_{FB} - V_{bi})^2}{(V_G - V_{FB} - V_{bi}) + L E_{sat}} \quad (38)$$

## 5 结论

本文直接从二维泊松方程的解, 避免了有关表面势的近似假设, 得到了 MOS 场效应管的电流-电压关系, 适用于包括亚阈值区在内的各个工作区。与 MINIMOS 模拟结果的比较表明本模型比传统近似模型更为精确。考虑了纵向电场对载流子迁移率的影响和速度饱和效应后, 可以推广到描述短沟道 MOS 管的特性。本结果可用于电路模拟, 在设计 MOS 管时作为重要因素之一。

## 参 考 文 献

- [1] R. S. Muller and T. I. Kamins, 'Devices Electronics For Integrated Circuits', 2nd ed., Wiley, New York, (1986).
- [2] Y. P. Tsividis, 'Operation and Modeling of the MOS Transistor', 1st ed., McGraw-Hill, New York, (1987).
- [3] S. M. Sze, 'Physics of Semiconductor Devices', 2nd ed., Wiley-Interscience, New York, (1987).
- [4] Ping K. Ko, 'Approaches to Scaling', Chapter 1 of 'VLSI Electronics Microstructure Science', Vol.18, Edited by Norman G. Einspruch and Gennady Sh. Gildenblat, Academic Press, San Diego, (1989).
- [5] 汤庭鳌 and C. A. Paz de Araujo, 半导体学报, 1992, 13(9):564.
- [6] W. M. Gosney, IEEE Trans. Electron Devices, 1972, ED-19:213.
- [7] J. R. Brews, IEEE Trans. Electron Devices 1979, ED-26:1282.
- [8] W. Fichtner and H. W. Potzl, 'MOS Modeling by Analytical Approximation: I. Subthreshold Current and Threshold Voltage', Int. J. Electron., 1979, 46:33.
- [9] C. A. Paz de Araujo and Ting-Ao Tang, 'The performance of MOS structure by using the present analytical solution of 2-D Poisson's Equation with free carriers' (to be published).
- [10] B. Hofflinger, H. Sibber, and G. Zimmer, IEEE Trans. Electron Devices, 1979, ED-26: 513.
- [11] F. Fang and X. Fowler, J. Appl. Phys., 1969, 41:1825.
- [12] R. Coen and R. S. Muller, Solid State Electron, 1980, 23:35.
- [13] J. A. Cooper and D. F. Nelson, IEEE Electron Devices Lett., 1983, EDL-2(7):169.
- [14] S. R. Hofstein and G. Warfield, IEEE Trans. Electron Devices, 1965 ED-12:129.

- [15] F. N. Trofimenkoff, Proc. IEEE, 1965, 53:1765.  
[16] D. M. Caughey and R. E. Thomas, Proc. IEEE, 1967, 55:2192.

## Advanced Current Characteristics of MOS Field Effect Transistors

Tang Tingao, Wang Xiaohui and Zheng Dawei

(Department of Electronics Engineering, Fudan University, Shanghai 200433)

C. A. Paz de Araujo

(University of Colorado, Colorado Springs, CO 80933-7150, U.S.A.)

**Abstract** The solution of 2-D Poisson's Equation solved by Similarity Method is used to derive the current-voltage characteristics of modern MOS field effect transistors. The assumption about the surface potential introduced in previous derivation has been avoided. This current model is available to different operating areas including the subthreshold area. The degradation of carrier mobility and velocity saturation effect caused by the vertical electric field are considered to obtain the current performance for short channel MOS transistors.

**EEACC:** 2560R, 0290P, 2560B