第13卷 第1期　　半 导 体 学 报　　Vol. 13, No. 1
1992年1月　　CHINESE JOURNAL OF SEMICONDUCTORS　　Jan., 1992

研究简报

差值取样谱函数定理及其在研究MOS陷阱弛豫效应方面的应用

许铭真　谭长华　王阳元
(北京大学微电子学研究所，北京，100871)

1991年1月8日收到，1991年3月26日修改定稿

本文利用 Rolle 定理证明了一个差值取样谱函数定理．阐明了，只要陷阱弛豫原函数满足这个定理的必要条件，则其差值取样转换函数——弛豫谱函数就一定具有谱峰特征．这个定理也为差分取样谱技术提供了相应的数学模型。给出了几个例证．

PACC: 7340Q, 7740, 7220H

一、前　言

利用 MOS 器件的弛豫特性及差值取样技术来直接提取材料的电参数，已成为检测技术发展的一种趋势．例如，在 MOS 绝缘层陷阱参数测量中应用的氧化层电压弛豫谱（OVRS）技术[1]和氧化层电流弛豫谱（OCRS）技术[2]，它们的显著特点是：应用差值取样函数的谱峰特性，直接、快速、可靠地确定材料的陷阱动态参数．

OVRS 和 OCRS 的差值取样转换函数是具有谱峰特性的．然而，在什么条件下采用差值取样技术才能得到具有谱峰特性的新函数？换句话讲，即是用于描述某一物理过程的原函数式应具有什么性质呢？这个问题尚未见有人研究过．为了使差值取样技术有更广的应用范围，有必要研究弛豫原函数的一些基本性质，以便于应用差值取样技术时，更有的放矢，更简便地寻找出具有谱峰特性的弛豫谱函数及其相应的原函数式，这是本文的目的．

二、弛豫谱技术的数学模型

任何一个物理过程，可以用函数 $f(x)$ 来描述，(x 为自变量)，当 $f(x)$ 满足差值取样谱函数定理的必要条件时，差值取样谱峰技术(弛豫谱技术)可用于此物理过程的研究．

1. 差值取样谱函数定理

若有一单调变化(上升或下降)的函数 $f(x)$，在所研究的区间 $[0,\infty)$ 是连续、可微的；其初始值为确定值 $f(0)=A$，而当变量 $x\to\infty$ 时，存在有限渐近值 $f(\infty)=B$；

那么，其函数的差值函数 $F(x)=f(kx)-f(x)$（k 为有限正数），在 $[0,\infty)$ 区间必有一个极值，即 $\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{x=x_0}=0$。

2. 差值取样谱函数定理的证明

应用 Rolle 定理[3]，来证明差值取样谱函数定理。

Rolle 定理的三个要点可简述如下：(i) 函数 $F(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 是连续的；(ii) 在开区间 (a,b) 内存在有限导数 $F'(x)$；(iii) 在区间的两端点处，函数值相等，

$$F(a)=F(b);$$

那么，在 a 与 b 之间至少存在一点 c，使 $F'(c)=0$。

按照差值取样谱函数定理，其差值函数 $F(x)$ 在区间 $[0,\infty)$ 也应是连续、可微的；又，在两端点 $x=0$ 和 $x\to\infty$，有 $F(0)=F(\infty)=0$，故在 $[0,\infty)$ 区间必有极值。

三、差值取样谱函数定理的应用

1. 氧化层电压弛豫谱（OVRS）技术[1]

在 OVRS 技术中，弛豫原函数为弛豫栅电压 ΔV 与电子流量密度 F 之间的函数关系：

$$\Delta V(F)=\Delta V_0[1-\exp(-\langle\sigma\rangle F)]. \tag{1}$$

其中，ΔV_0 为常数，$\langle\sigma\rangle$ 为陷阱俘获截面。

(1) 式说明，$\Delta V(F)$ 是连续、可微的，当 $\langle\sigma\rangle$ 为常数，$F=0$ 和 $F\to\infty$ 时，原函数有确定的初始、终止值。因此，$\Delta V(F)$ 的差值函数必定是一种谱峰函数。OVRS 的差值取样函数为

$$S_V(F)=\Delta V_0[e^{-\langle\sigma\rangle F}-e^{-K\langle\sigma\rangle F}]. \tag{2}$$

用极值条件 $\left.\frac{\partial S_V}{\partial F}\right|_{F=F_m}=0$，得到峰位 F_m、峰值 S_m 分别为：

$$F_m=\frac{\ln K}{(K-1)\langle\sigma\rangle}, \tag{3}$$

$$S_m=S_V(F_m)=\Delta V_0K^{\frac{K}{1-K}}(K-1). \tag{4}$$

其原理示意图 1。

2. 氧化层电流弛豫谱（OCRS）技术[2]

OCRS 的原函数为 Fowler-Nordheim 隧道电流弛豫公式，其函数关系式为[4]

$$J(F)=AE_0^2[1\pm H(1-e^{-\langle\sigma\rangle F})]\exp\left[-\frac{B}{E_0[1\pm H(1-e^{-\langle\sigma\rangle F})]}\right]. \tag{5}$$

其中，A、E_0、H、B 均为常数。

显然，$J(F)$ 是连续、可微的；初值 $J(0)=AE_0^2e^{-B/E_0}$，终值

$$J(\infty)=AE_0^2(1\pm H)^2\exp\left[-\frac{B}{E_0(1\pm H)}\right];$$

$J(0)$ 和 $J(\infty)$ 均为有限值。因此，$J(F)$ 的差值函数是谱峰函数。为了数据处理的方便，(5) 式作一级近似处理，得到实用的差值函数式为[4]：

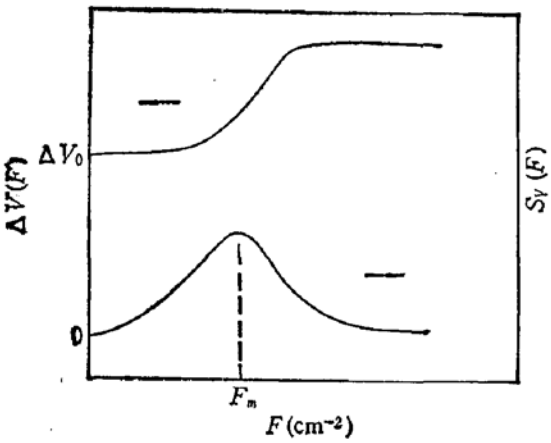

图 1 OVRS 原函数及取样谱函数关系

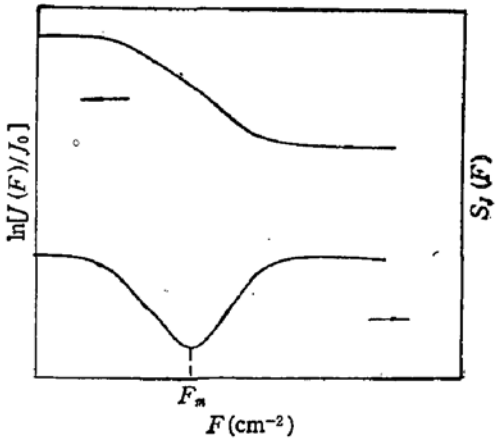

图 2 OCRS 原函数与取样谱函数的关系

$$S_J(F) = \ln\frac{J(F)}{J(0)} \approx \left(\frac{B}{E_0}+2\right)H[1-e^{-\langle\sigma\rangle F}]. \tag{6}$$

用 $\left.\frac{\partial S_J}{\partial F}\right|_{F=F_m} = 0$，得到：

$$F_m = \frac{\ln K}{(K-1)\langle\sigma\rangle} \tag{7}$$

$$S_J(F_m) = \left(\frac{B}{E_0}+2\right)HK^{\frac{K}{1-K}}(1-K) \tag{8}$$

原理示意图 2.

3. 其它应用

OVRS 和 OCRS 仅提供了指数与非指数两类原函数例子，证实了定理的普遍性与实用性．不难证明，对于其它的具有更复杂的超越函数的电荷弛豫特性[5~7]和众所周知的 DLTS[8] 原函数也满足本文的定理，因而，必存在相应的陷阱，电荷弛豫谱．

四、讨论与结论

差值取样谱函数定理提供的数学模型，其参变量可为电学的或非电学的；可为周期的或单程的；可为实时的或非实时的等等．只要描术物理过程的弛豫原函数具有本定理的三个必要条件，其差值函数必定是含谱峰特性的函数．因此，按其取样函数的性质与参变量的差异，可有不同类别的差分取样谱技术．一般而论，不同类别的取样技术是不能直接互用的．例如，以时间取样为原理的 DLTS 技术，不能用于本文所讨论的 OVRS、特别是 OCRS 技术．虽然，DLTS 与 OVRS 的取样原函数形状相似，但是 DLTS 的原函数是一种显时函数，可采用实时取样原理，而 OVRS 的原函数是隐时函数，须采用非实时取样．DLTS 技术仅是可能遇到的种类繁多的取样谱技术中的一个实时取样的特例．显然，应用差值取样谱函数定理，容易得到 DLTS 的实时取样结果；而采用实时取样，却无法得到 OVRS、OCRS 和具有更复杂的超越函数的弛豫过程的取样谱．

电学谱线分析方法与传统的非谱线分析方法相比具有以下的优点：（i）易于直接、

准确地确定陷阱参数，特别是动态参数；(ii) 易于数学处理及物理解释；(iii) 有高的灵敏度与分辨率．因此，用差值取样谱函数定理探索新的谱峰函数及发展新的谱峰技术是件有意义的工作．可以预料，利用差值取样谱函数定理将会有目的地、简捷地建立起多种新颖的弛豫谱技术．

参　考　文　献

[1] Mingzhen Xu, Changhua Tan and Yangyuan Wang, *IEEE Electron Device Lett.*, **EDL-12**, Mar (1991).
[2] Mingzhen Xu, Changhua Tan and Yangyuan Wang. *J. Appl. Phys.*, 67, 6924(1990).
[3] 华罗庚，"高等数学引论"，第一卷第一分册，165(1979).
[4] 许铭真，谭长华，刘晓卫，王阳元，半导体学报，**12**，273(1991).
[5] Tan Changhua, Xu Mingzhen, *Solid-St. Electron.*, **32**, 25(1989).
[6] Xu Mingzhen and Tan Changhua, *Solid-St. Electron*, **29**, 1145(1986).
[7] Tan Changhua, Xu Mingzhen and Wang Yangyuan. *J. Appl. Phys.*, **54**, 4398(1983).
[8] D. V. Lang, *J. Appl. Phys.*, **45**, 303(1974).

Difference Sampling Spectral Function Theorem and Its Applications in Researching Trap Relaxation Effect of MOS Structure

Xu Mingzhen, Tan Changhua and WangYangyuan

(Institute of Microelectronics, Peking University, 100871)

Abstract

A Difference sampling Spectral Function Theorem is proved by the Rolle theorem. It is presented that the difference sampling transfer function, namely, Relaxation Spectral Function will have peak characteristics if the original function satisfies the necessary conditions of the theorem. It also provides corresponding mathematical model for the difference sampling spectral techniques. Some examples are given.

PACC: 7340Q, 7740, 7220H