

半导体折射率波导激光器 谐振模式的自洽计算*

孔 军 张文俊 杨之廉

(清华大学微电子所 北京 100084)

摘要 用数值方法对半导体折射率波导激光器的模式进行了研究,提出了一种方法可以高效并且自洽地求得谐振腔内的模式分布.利用该方法对一种 GRIN-SCH-BH-SQW 激光器的波导谐振腔的光子能量相关的模式特性进行了数值计算,分析了阱宽、阱内载流子浓度等因素的影响

EEACC: 4130J, 0290T

1 引言

光子在谐振腔内的来回运动,形成了一些不连续的谐振模式,只有属于这些模式的光子才能够通过受激辐射不断放大.在对半导体激光器进行数值模拟时,必须确定腔内各个模式的分布情况,包括谐振频率和光强分布

在比较粗浅的研究中,经常忽略模式的细节,仅用一个光限制因子,只考虑一个模式,其谐振频率采用与实验接近的值.这种简化对定性分析而言,是可以理解的,但是对数值模拟来说,就显得不够了.为了详细地了解各个模式,就需要求解 Helmholtz 方程.目前的激光模拟器通常是在指定的频率下进行求解,因而也没有给出模式的自洽的频谱特性^[1-5].这就是说,给定一个频率,求解 Helmholtz 方程得到的传播常数并不会自动满足相位谐振条件

为了自洽地求得谐振模式,需要(1)对 Helmholtz 方程的高速求解;(2)在此基础上根据一定的策略自洽地决定各个模式的频率及场分布

2 用有限元方法解 Helmholtz 方程

我们用有限元方法^[6]来离散 Helmholtz 方程.波导场的分析可用如下定义于波导横截面上的二维标量波动方程(Helmholtz 方程)来解答:

$$\left[\nabla^2 - \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - \beta^2 \right) \right] \phi = 0 \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助,项目号 69476025

孔 军 男,1970 年出生,博士生,从事半导体光电子器件的计算机模拟的研究

杨之廉 男,1934 年出生,教授,研究方向为集成电路 CAD,着重于器件的模型与模拟

1998-06-16 收到,1998-09-14 定稿

其中 ϵ 是相对光学介电常数; β 是传播常数; 在 TE 模和 TM 模时, ϕ 分别代表 H_z 和 E_x 边界条件为:

$$\text{TE 模: } \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_L = 0 \tag{2}$$

$$\text{TM 模: } \phi_L = 0 \tag{3}$$

根据变分原理, 可构造下列泛函:

$$F(\phi) = \frac{1}{2} \int \left[|\phi|^2 - \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - \beta^2 \right) \phi^2 \right] dx dy \tag{4}$$

当此泛函取极小值时, 可以证明其取极小值的极值函数必定满足上述 Helmholtz 方程 由此得到波导场的有限元方程为

$$[M][\phi] = \beta^2 [T][\phi] \tag{5}$$

这是一个广义特征矩阵方程

求解 Helmholtz 方程, 需要给出谐振腔内折射率的分布 我们采用了文献[7]中的折射率模型来描述 GaInAs 的本征部分 对于载流子浓度和晶格温度的影响, 用了文献[1]中的简化的做法

用数值方法解 Helmholtz 方程, 首先要把所模拟的结构进行数值表示 由于我们的程序是在电学模拟程序 PISCES 基础上构成的, 因而直接采用了 PISCES 的三角元网格^[8] 在网格结构确定之后, 最后得到的广义特征方程左右两个矩阵的结构, 即非零元的位置也相应惟一地固定下来 为了矩阵元素寻址的方便, 在装配方程之前, 先根据网格结构, 确定所有非零元的位置(图 1). 频率、温度或者电特性的改变都不会使矩阵中非零元的位置发生改变 在多次求解 Helmholtz 方程时, 不必重新建立稀疏矩阵结构

特征方程的装配是用有限元方法通常的做法, 先装配每一个单元的单元方程, 再结合到总体方程中去

广义特征问题, 一般可用 Cholesky 分解等方法转化为标准的特征问题来解 但是这将不得不碰到矩阵的求逆和矩阵乘法运算, 更糟糕的是, 矩阵的稀疏性也恶化了. 如果需要多次地求解 Helmholtz 方程, 实际的计算量之繁重是不可忍受的 出于计算效率的考虑, 我们采用了能够直接求解广义特征问题的软件包 LANZ^[9]. LANZ 处理实对称的问题, 这正是用有限元法求解折射率波导问题遇到的情况 LANZ 的算法是属于 Lanczos 一类的, 在求解过程中不会改变矩阵的稀疏性, 主要的运算是稀疏矩阵与向量的乘法 在要求的特征值数目不太多时, Lanczos 类型的算法速度极快 这也正好是我们这里所处理的情况 最大的特征值与基横模相对应

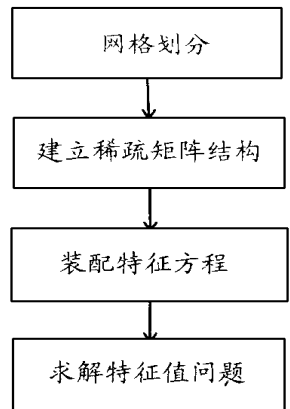


图 1 用有限元法解场方程的流程

3 谐振模式的自洽求解

由于 Helmholtz 方程求解的速度很快, 因而提出了一种方法, 可自洽地决定光子谐振频率, 在这些频率下相应的 Helmholtz 方程的传播常数都能满足相位谐振条件

该算法的意义在于,在谐振腔内的折射率分布确定的情况下,可以自洽地决定腔内谐振模式的频率及相应的光场和模式群折射率。也即在该频率处,求解 Helmholtz 方程,得到的传播常数 β 满足相位谐振条件:

$$\beta L = m \pi \quad (6)$$

其中 L 是腔长,模式序数 m 是一个整数,各个模式间相差 1。

为了高效率地找到可能的谐振模式,需要(1)恰当地估计模式的初始频率;(2)有效地修正频率,使之能较快地接近谐振频率(图 2)。

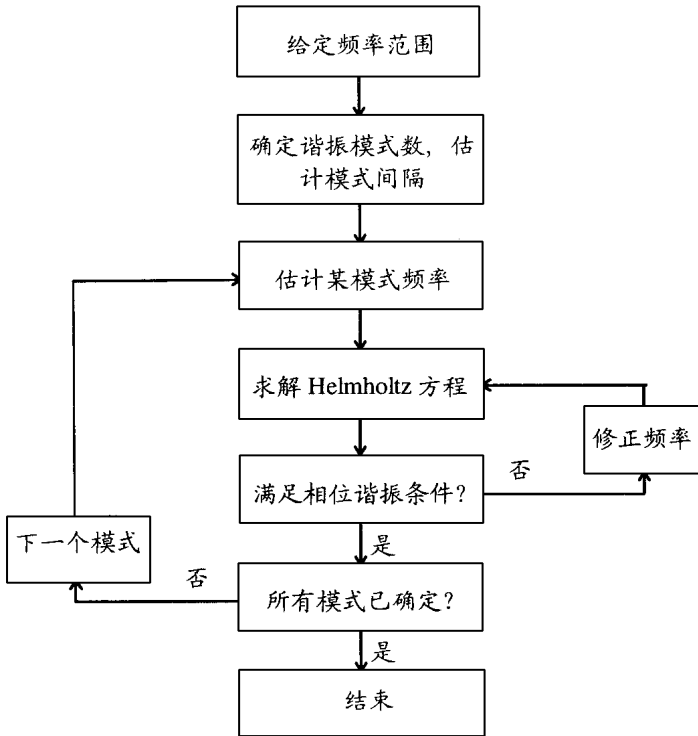


图 2 模式的谐振频率的确定

腔内各模式的间隔是不均匀的,不过变化并不是很大。在给定的频率范围时,如果知道这个范围内的谐振模式数,则可以求出平均模式间隔。在确定了一个模式的频率之后,可用该频率加上平均模式间隔,作为下一个模式的频率的初始估计值。我们发现,这种估计方法工作得非常好。该法比用前一模式的频率加上前一模式间隔作为下一模式的初始频率的方法更稳定,比直接用频率范围平均划分的方法收敛快得多。

腔内谐振模式数是这样确定的。在频率范围的两端,分别求得相应的传播常数,再用下式决定两个整数 m_1 和 m_2 :

$$m = \text{Int}(L \beta / \pi) \quad (7)$$

则 m_1 和 m_2 之差再加 1 即为所考虑的腔内谐振模式数。

另外一个重要方面是如何修正频率。如果模式序数为 m 的模式估计频率为 f ,相应传播常数为 β ,如下定义一个实数 d :

$$d = L \beta / \pi \quad (8)$$

那么, 用下式来确定频率的改变 Δf :

$$\Delta f = a(m/d - 1)f \tag{9}$$

其中 a 是一个 0 和 1 之间的小数

在决定各模式的频率和光场的同时, 还可以顺便算出模式群折射率:

$$n_g = \frac{c}{2\pi} \frac{d\beta}{df} \tag{10}$$

上述方法能够十分有效地自洽地确定腔内在指定的频率范围内可以存在的谐振模式除了开始的几个模式, 每个模式只要解两三次 Helmholtz 方程精度就已很高了。

在所考虑的频率范围内, 在有源区处, 材料的直接禁带是小于光子能量的, 在波导区则大于光子能量 这就要求有一个统一的并且易于实现的折射率模型, 能很好地描述当光子能量在直接禁带以上和以下时的折射率 此外, 载流子浓度和晶格温度对折射率的影响, 也是需要加以考虑的

4 结果与讨论

我们研究了一种渐变折射率分别限制异质结 (GRN-SCH) 隐埋异质结构 (BH) 单量子阱 (SQW) 激光器的波导谐振腔^[10]。0.4 μm 的渐变波导层的 Ga_{1-x}Al_xAs 的 Al 含量从 0.2 渐变到 0.5, 并对称地包围 10~20nm 的量子阱, p-及 n-Ga_{0.5}Al_{0.5}As 包层厚 1.5 μm , 掺杂至 $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, 有源层及渐变折射率波导层未掺杂 激光器条宽 1 μm 。1 μm 的 p-Ga_{0.3}Al_{0.7}As 与 3 μm n-Ga_{0.3}Al_{0.7}As 用来作电流限制 图 3 表示在垂直于量子阱层的方向上材料 Al 的含量 在阱区折射率比波导区要大, 这使得光场向阱区集中 电流限制区的 Al 含量为 0.7, 折射率较小, 同时也提供了光限制 腔长固定为 250 μm 。

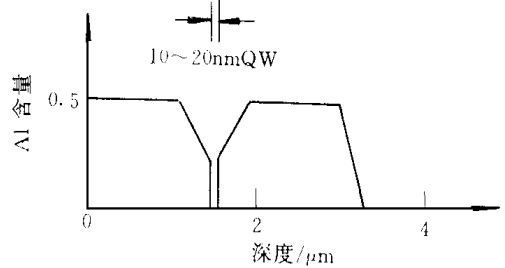


图 3 GRN-SCH BH SQW 激光器 Al 含量纵向分布示意图

图 4 和图 5 比较了阱宽 10nm、20nm 及阱内载流子浓度分别为 10^{18} 和 10^{19}cm^{-3} 时的模

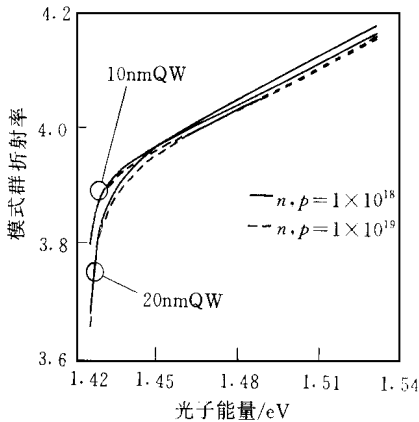


图 4 模式群折射率与光子能量关系

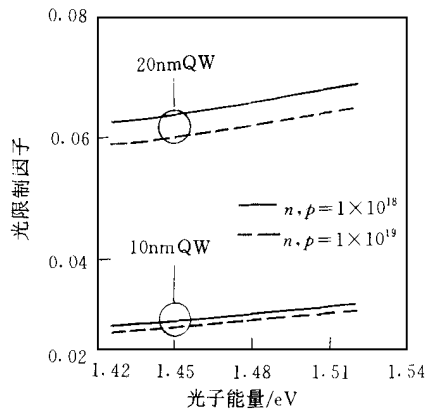


图 5 光限制因子与光子能量关系

式群折射率和光限制因子对光子能量的依赖关系。模式群折射率是一个重要的参数,粗略地说,大致相当于材料群折射率在平行于镜面的截面上的平均。光限制因子是该模式光子出现在有源区的几率。由图可见,模式群折射率随光子能量的变化还是较为明显的。因而对于比较细致的研究来说,取一个恒定的值是不够精确的。

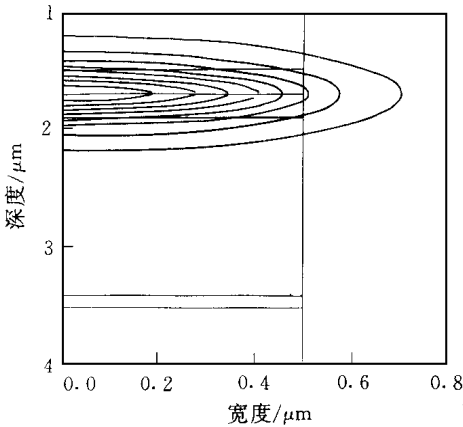


图 6 1.48eV 的模式的光场

20nm 的激光器模式群折射率随光子能量的变化率与 10nm 的情形相比也反映出差异。在阱宽不变时,较小的载流子浓度有较大的模式群折射率,并且这种载流子浓度引起的差异在光子能量接近直接禁带时会变小。阱宽对光限制因子的影响非常明显,大致是与阱宽成正比的,这是由光限制因子的定义决定的。在同一阱宽下,阱内载流子浓度很高时,阱区折射率下降,光限制因子也下降。

对确定的器件结构,由于腔长或考虑的频率范围不同,所求得和谐振模式数少则几个,多则几百。图 6 给出了一个能量为 1.48eV 的模式在谐振腔截面上的光场分布。在量子阱处有最大的光强。

6 结论

对半导体激光器折射率波导谐振腔的模式特性进行了数值研究。用有限元方法离散 Helmholtz 方程,由此得到的广义特征矩阵问题用软件 LANZ 直接求解,速度很快。提出了一种方法,在谐振腔内的折射率分布确定的情况下,实现了自治地决定腔内各谐振模式的频率及相应的光场和模式群折射率。

我们具体计算了一种 GRN-SCHBH-SQW 激光器的折射率波导谐振腔的模式群折射率、光限制因子与光子能量、阱宽、阱内载流子浓度的关系。结果表明模式群折射率有较为明显的能量相关性,这也表明模式的自治计算的必要性。光限制因子随光子能量的变化虽然不如阱宽的变化作用大,但就次级效应而言,也还是可观的。阱内载流子浓度对模式特性也有不可忽略的影响。

参 考 文 献

- [1] G. H. Song, Two-dimensional simulation of quantum well lasers including energy transport. Technical Report CE-91-01, the Beckman Institute, University of Illinois, 1991.
- [2] G. L. Tan, N. K. Lee and J. M. Xu, IEEE J. Quantum Electron., 1993, 29: 822~ 835.
- [3] M. Ueno, S. Asada and S. Kumashiro, IEEE J. Quantum Electron., 1990, 26: 972~ 981.
- [4] Z. M. Li, K. M. Dzurko and S. P. Mcclister, COMPEL, 1991, 10: 255~ 268.
- [5] T. Ohtoshi, K. Yamaguchi and N. Chinone, IEEE J. Quantum Electron., 1989, 25: 1369~ 1375.
- [6] 刘圣民, 电磁场的数值方法, 武汉: 华中理工大学出版社, 1991.
- [7] 孔军, 张文俊, 杨之廉, 一个 GaInAs 的折射率模型, 半导体学报, 1999, 20(9), 748~ 752.

- [8] Z Yu, D. Chen, L. So and R. W. Dutton, PISCES-2ET—two dimensional device simulation for silicon and heterostructure, Integrated Circuits Lab, Stanford University, 1994.
- [9] M. Jones, LANZ 软件包, ftp 站点: ftp. netlib. org
- [10] P. L. Derry, A. Yariv, K. Y. Lau *et al.*, Appl Phys Lett, 1987, **50**: 1773~ 1775.

Self-consistent Calculation of Oscillating Modes of Semiconductor Refractive Index Wave-Guide Lasers

Kong Jun, Zhang Wenjun, Yang Zhilian

(Tsinghua University, Institute of Microelectronics, Beijing 100084)

Received 16 June 1998, revised manuscript received 14 September 1998

Abstract Mode characteristics of semiconductor refractive index wave-guide lasers are numerically studied. A scheme is put forward to effectively and self-consistently calculate the mode distribution in the cavity. By this method, the photon energy dependent mode characteristics of cavity of a GRN-SCHBH SQW laser are simulated and the impacts of well width and carrier concentration are also discussed.

EEACC: 4130J, 0290T