

# 声子之间相互作用对半导体量子点中 磁极化子性质的影响\*

张 鹏<sup>1</sup> 肖景林<sup>2</sup>

(1 中国石油大学(北京)数理系, 北京 102249)

(2 内蒙古民族大学物理系, 通辽 028043)

**摘要:** 研究了半导体量子点中磁极化子的性质. 采用线性组合算符和微扰法, 导出了半导体量子点中磁极化子的基态能量. 在计及电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用时, 讨论了对半导体量子点中磁极化子的基态能量的影响. 通过数值计算表明, 半导体量子点中磁极化子的基态能量随量子点的有效受限长度的减小而迅速增大, 随磁场的增加而增加, 对于弱磁场声子之间相互作用的影响不能忽略.

**关键词:** 半导体量子点; 磁极化子; 声子之间相互作用; 基态能量

**PACC:** 6320; 7138

**中图分类号:** O469

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0253-4177(2005)12-2350-05

## 1 引言

近几年随着纳米材料生产技术的飞速发展, 人们对低维材料的物理特性有着越来越大的兴趣. 特别是半导体量子点的研究更为引人注目, 其所具有的奇特的光电性质和输运特性, 已成为量子功能器件研究中新的热点领域. 许多学者纷纷采用各种方法从理论和实验上研究了磁极化子对半导体量子点性质的影响. Zhu 与 Kobayashi<sup>[1]</sup> 采用 Landau-Pekar 变分法研究了量子点中强耦合磁极化子的基态结合能和电子周围的光学声子平均数. 考虑电子和体 LO 声子相互作用, Kandemir 和 Altanbani<sup>[2]</sup> 采用 LLP 变换方法研究了磁极化子对束缚于抛物量子点中电子性质的影响. Wendler 等<sup>[3]</sup> 采用二级微扰理论计算了约束在准零维量子点中磁极化子的 Landau 能级的修正和极化子的回旋质量. Nguyen 等<sup>[4]</sup> 利用仅有的一个变分参量的尝试波函数研究了抛物约束势和磁场对杂质量子点的结合能的影响. 采用少体的方法, Xie<sup>[5]</sup> 研究了处于磁场中 D 中心量子点系统的基态结合能. Chen 等<sup>[6]</sup> 采用 Larsen

方法研究了厚度对抛物量子点内浅施主杂质处于磁场中极化子效应的影响. 本文作者之一<sup>[7,8]</sup> 采用线性组合算符方法研究了半导体量子点中极化子的有效质量和强耦合磁极化子的性质.

到目前为止, 对量子点中磁极化子的研究, 均忽略了电子是在反冲效应中发射和吸收的不同波矢的声子之间的相互作用近似下进行计算, 考虑相应的相互作用对量子点中磁极化子性质影响的研究甚少. 本文计及电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用, 采用线性组合算符和微扰法研究相应的相互作用对半导体量子点中磁极化子性质的影响.

## 2 理论

因电子在一个方向(设为  $z$  方向)比另外两个方向(设为  $x, y$  方向)受限强得多, 所以我们只考虑电子在  $x-y$  平面运动. 若单一量子点中的束缚势为抛物势

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 \quad (1)$$

其中  $m$  为裸带质量;  $\mathbf{r}$  为二维坐标矢量;  $\omega_0$  为量子

\*国家自然科学基金(批准号:10347004)及中国石油大学(北京)校长基金(2005)资助项目

张 鹏 女, 1963 年出生, 副教授, 主要从事凝聚态光学性质研究.

2005-05-20 收到, 2005-07-13 定稿

点在  $xoy$  平面的特征频率,并定义为量子点的受限强度.设磁场  $B = (0, 0, B)$ , 电子-声子体系的哈密顿量为

$$H = \frac{p_z^2}{2m} + \frac{1}{2m} (p_x - \frac{2}{4}y)^2 + \frac{1}{2m} (p_y + \frac{2}{4}x)^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 + \sum_q \hbar \omega_{LO} a_q^\dagger a_q + \sum_q (V_q e^{iq \cdot r} a_q + hc) \quad (2)$$

其中

$$V_q = -i \left[ \frac{\hbar \omega_{LO}}{q} \right] \left[ \frac{4}{V} \right]^{1/2} \left[ \frac{\hbar}{2m \omega_{LO}} \right] \quad (3)$$

$$L = \left[ \frac{e^2}{2\hbar \omega_{LO}} \right] \left[ \frac{2m \omega_{LO}}{\hbar} \right]^{1/2} \left[ \frac{1}{0} \right] \quad (4)$$

$$\omega_0^2 = \frac{2eB}{C} \quad (5)$$

其中  $a_q^\dagger (a_q)$  表示波矢为  $q$  的体纵光学声子的产生湮灭算符; $r = (x, z)$  为电子的坐标.

作两次么正变换

$$\begin{cases} U_1 = \exp(-i \sum_q \hbar q \cdot r a_q^\dagger a_q) \\ U_2 = \exp(i \sum_q f_q a_q^\dagger - f_q^* a_q) \end{cases} \quad (6)$$

这里  $f_q (f_q^*)$  为变分参量.

对  $x-y$  平面运动的电子动量和坐标引入线性组合算符

$$P_j = \left[ \frac{m\hbar}{2} \right]^{1/2} (b_j + b_j^\dagger), \quad j = x, y \quad (7)$$

$$j = i \left[ \frac{\hbar}{2m} \right]^{1/2} (b_j - b_j^\dagger)$$

其中  $f_q$  为变分参量.则哈密顿量变为

$$H = U_2^{-1} U_1^{-1} H U_1 U_2 = H_0 + H_1 \quad (8)$$

$$H_0 = \frac{\hbar}{4} \sum_j (b_j^\dagger b_j^\dagger + b_j b_j + 2b_j^\dagger b_j + 1) + \frac{\hbar \omega_0^2}{4} \sum_j (2b_j^\dagger b_j + 1 - b_j^\dagger b_j^\dagger - b_j b_j) + \sum_q \left[ \hbar \omega_{LO} + \frac{\hbar^2 q^2}{2m} \right] (a_q^\dagger + f_q^*) (a_q + f_q) - \frac{e^2 \hbar}{16m^2} \sum_j (b_j^\dagger b_j^\dagger + b_j b_j - 2b_j^\dagger b_j - 1) -$$

$$\frac{i^2 \hbar}{8m} [(b_x + b_x^\dagger)(b_y - b_y^\dagger) - (b_x - b_x^\dagger)(b_y + b_y^\dagger)] +$$

$$i \frac{2}{4} \hbar \left[ \frac{\hbar}{2m} \right]^{1/2} [(b_y - b_y^\dagger) \sum_q (a_q^\dagger + f_q^*) (a_q + f_q) q_x -$$

$$(b_x - b_x^\dagger) \sum_q (a_q^\dagger + f_q^*) (a_q + f_q) q_y] +$$

$$\frac{\hbar}{m} \left[ - \left[ \frac{m\hbar}{2} \right]^{1/2} [(b_x + b_x^\dagger) \sum_q (a_q^\dagger + f_q^*) (a_q + f_q) q_x +$$

$$(b_y + b_y^\dagger) \sum_q (a_q^\dagger + f_q^*) (a_q + f_q) q_y] \right] + [V_q^* (a_q^\dagger + f_q^*) + hc] \quad (9)$$

$$H_1 = \frac{\hbar^2}{2m_{q \cdot q}} (a_q^\dagger + f_q^*) (a_q^\dagger + f_q^*) \times (a_q + f_q) (a_q + f_q) q \cdot q \quad (10)$$

其中  $H_1$  是电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用所引起的附加能量.

取基态波函数为

$$| \rangle = | \Phi(z) \rangle | 0 \rangle | 0 \rangle_b \quad (11)$$

$|\Phi(z)\rangle$  为电子  $z$  方向波函数,因电子在  $z$  方向强受限,可将其看成只在无限薄的狭层内运动,所以  $|\langle \Phi(z) | \Phi(z) \rangle|^2 = \delta(z)$ ,  $|0\rangle$  为无微扰零声子态,  $|0\rangle_b$  为  $b$  算符的真空态.分别由  $b|0\rangle_b = a_q|0\rangle = 0$  确定.(9)式对  $|\rangle$  的久期值为  $F(\omega, f_q) < |H_0| \rangle$ ,  $F(\omega, f_q)$  对  $\omega, f_q$  的变分极值可以求出和  $f_q$ ,将  $\omega$  和  $f_q$  代入可求得半导体量子点中磁极化子的基态能量和振动频率为

$$E_{01} = \hbar \left[ \frac{\hbar^2}{m^2 l_0^2} + \frac{\omega_0^2}{4} \right]^{1/2} - L \hbar \omega_{LO} \quad (12)$$

$$= \left[ \frac{\hbar^2}{m^2 l_0^2} + \frac{\omega_0^2}{4} \right]^{1/2} \quad (13)$$

其中  $l_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_0}}$  为量子点的有效受限长度.

### 3 微扰计算

将哈密顿量中  $H_0$  作为未扰部分,  $H_1$  作为微扰项进行计算,它引起的一级修正为零,其二级修正为

$$E^{(2)} = - \sum_n \frac{L (H_1)_{0n} / 2}{E_n - E_0} = - \frac{2}{3} \left[ \frac{1}{8} - \frac{1}{3} \right] L^2 \hbar \omega_{LO} \quad (14)$$

上式是考虑了电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用时,对半导体量子点中磁极化子基态能量的附加贡献,它与耦合强度  $L$  成比例,与磁场和量子点的受限长度无关.考虑二级微扰能量求得半导体量子点中磁极化子的总基态能量为

$$E_{02} = E_{01} + E^{(2)} = \hbar \left[ \frac{\hbar^2}{m^2 l_0^2} + \frac{\omega_0^2}{4} \right]^{1/2} - L \hbar \omega_{LO} - \frac{2}{3} \left[ \frac{1}{8} - \frac{1}{3} \right] L^2 \hbar \omega_{LO} \quad (15)$$

对于弱磁场,  $\omega_0 \ll \omega_{LO}$ ,  $\omega_0 \ll \omega$ , 则

$$= \frac{\hbar}{ml_0^2} + \frac{ml_0^2}{8\hbar} \quad (16)$$

$$E_{02} = \frac{\hbar^2}{m^2 l_0^2} + \frac{ml_0^2}{8} - \alpha_L \hbar \omega_{LO} - \frac{2}{3} \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{3} \right) \alpha_L^2 \hbar \omega_{LO} \quad (17)$$

(17) 式中第一项为无磁场时量子点中磁极化子的结合能;第二项为磁场作用的附加能量,由于磁场很弱,其贡献较小;第三项为电子-LO 声子耦合能量;第四项为计及声子之间相互作用时的附加能量。

对于强磁场,  $\omega_c \gg \omega_{LO}$ ,  $\omega_c \gg \omega_0$  则

$$= \frac{\omega_c}{2} + \frac{\hbar^2}{m^2 l_0^2 \omega_c} \quad (18)$$

$$E_{02} = \frac{1}{2} \hbar \omega_c + \frac{\hbar^3}{m^2 \omega_c l_0^2} - \alpha_L \hbar \omega_{LO} - \frac{2}{3} \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{3} \right) \alpha_L^2 \hbar \omega_{LO} \quad (19)$$

(19) 式中第一项为电子在强磁场中的 Landau 基态能;第二项为半导体量子点中磁极化子与磁场作用的附加能量;第三项为电子-LO 声子耦合的能量;第四项为计及声子之间相互作用的附加能量。

### 4 结果和讨论

为了更清楚直观地说明电子反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用对半导体量子点中磁极化子性质的影响,通常取极化子单位 ( $\hbar = 2m\omega_{LO} = 1$ ) 进行数值计算,结果示于图 1~3 中. 图 1 表示当电子-声子耦合强度  $\alpha_L = 0.5$  时,在不同磁场情况下,当计及声子之间相互作用时,半导体量子点中磁极化子的基态能量  $E_{02}$  与量子点的有效受限长度  $l_0$  的关系曲线. 由图可以看出,基态能量  $E_{02}$  随量子点的有效受限长度  $l_0$  的减小而迅速增大,这表明当考虑电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用时,所得到总的基态能量  $E_{02}$  仍满足随受限长度  $l_0$  的减少而迅速增大的关系,表现出奇特的量子尺寸效应,这与文献[4]的结果完全相同. 由图 1 还可以看出,基态能量  $E_{02}$  随磁场 B 的增加而增大.

图 2 表示当量子点的有效受限长度  $l_0 = 0.8r_0$  时,在不同的电子-声子耦合强度情况下,量子点中磁极化子的基态能量  $E_{02}$  与回旋共振频率  $\omega_c$  的关系曲线. 由图 2 可见,磁极化子的基态能量随回旋共振频率的增加而增大,即磁场的增加增强了极化子的

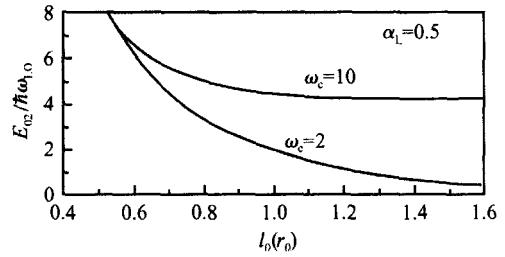


图 1 在不同磁场下,基态能量  $E_{02}$  与有效受限长度  $l_0$  的关系  
Fig. 1 Relational curve of ground state energy  $E_{02}$  and effective confinement length  $l_0$  at different magnetic fields

极化. 这和没有考虑相应相互作用的结果<sup>[8]</sup>一致. 当  $l_0$  给定时,基态能量  $E_{02}$  随电子-声子耦合强度的增加而减少.

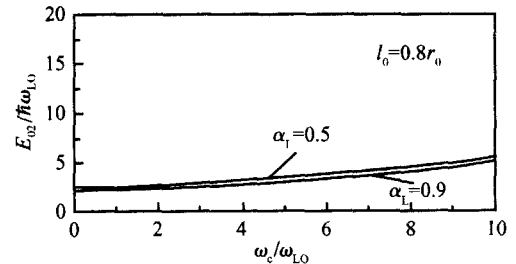


图 2 在不同耦合强度下,基态能量  $E_{02}$  与回旋共振频率  $\omega_c$  的关系  
Fig. 2 Relational curve of ground state energy  $E_{02}$  and cyclotron resonance frequency  $\omega_c$  at different coupling strengths

$E_{01}$  是不计及电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用时,半导体量子点中磁极化子的基态能量,而  $E_{02}$  是考虑相应相互作用时总的基态能量,  $(E_{01} - E_{02})$  为考虑相应的相互作用时,量子点中磁极化子附加的基态能量,为了表明附加的基态能量  $(E_{01} - E_{02})$  与总的基态能量  $E_{02}$  之间的量值关系,二者之比为

$$P = \frac{E_{01} - E_{02}}{E_{02}} = \frac{\frac{2}{3} \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{3} \right) \alpha_L^2}{\left( \frac{4}{l_0^2} + \frac{\omega_c^2}{4} \right)^{1/2} - \alpha_L - \frac{2}{3} \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{3} \right) \alpha_L^2} \quad (20)$$

式中  $P$  表明相应的相互作用对基态能量贡献部分占总基态能量的比例. 由 (20) 式可见,  $P$  不仅与电子-声子耦合常数  $\alpha_L$  有关,而且还与磁场 B 和量子点的有效受限长度  $l_0$  有关.

图 3 表示在电子-声子耦合强度  $\alpha_i = 0.9$  时,在不同回旋频率  $\omega_c$  情况下,  $P$  随量子点的有效受限长度  $l_0$  的关系曲线. 由图可看出,当  $\omega_c = 1.5$  时  $P$  随量子点的有效受限长度  $l_0$  的增加开始缓慢增加,当

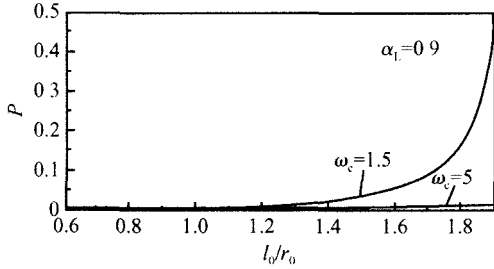


图 3 不同磁场下,  $P$  与有效受限长度  $l_0$  的关系

Fig. 3 Relational curve of  $P$  and the effective confinement length  $l_0$  at different magnetic fields

$l_0 > 1.3$  时,随  $l_0$  的增加,  $P$  迅速增大. 这表明,  $\omega_c = 1.5$  时,当  $l_0 > 1.3$  时,随着  $l_0$  的增大,电子在反冲过程中发射和吸收不同波矢声子之间的相互作用对量子点中磁极化子的基态能量的附加贡献部分占总基态能量的比例迅速增大. 当  $1.6 < l_0 < 1.8$  时,  $P$  的值取 5% 和 17% 之间,在这种情况下,声子之间相互作用不能忽略. 但当  $\omega_c = 5$  时,随  $l_0$  的增大而  $P$  变化很小. 表明磁场很强时,声子之间相互作用影响极小,这是由于磁场对半导体量子点中磁极化子基态能量的贡献远大于声子之间相互作用对基态能量的贡献. 但对于弱磁场情况,虽然声子之间相互作用能量大小不变,但由于磁场对量子点磁极化子基态

能量贡献较小以及随  $l_0$  的增加基态能量减少,声子之间相互作用能量与总的基态能量的比例增大,此时必须考虑声子之间相互作用对基态能量的贡献.

### 参考文献

- [ 1 ] Zhu K D, Kobayashi T. Magnetic field effects on strong-coupling polarons in quantum dots. *Phys Lett A*, 1994, 190: 337
- [ 2 ] Kandemir B S, Altanhan T. Polaron effect on an anisotropic quantum dot in a magnetic field. *Phys Rev*, 1999, B60: 4834
- [ 3 ] Wendler L, Czaplik A V, Haupt R, et al. Magnetopolarons in quantum dots: comparison of polaronic effects from three to quasi-zero dimensions. *J Phys: Condens Matter*, 1993, 5: 8031
- [ 4 ] Nguyen V L, Nguyen M T, Nguyen T D. Magnetic field effects on the binding energy of hydrogen impurities in quantum dot with parabolic confinements. *Physica B*, 2000, 292: 153
- [ 5 ] Xie W F.  $D^-$  center quantum dots in magnetic field. *Solid State Commun*, 2000, 115(8): 417
- [ 6 ] Chen C Y, Jin P W, Li W S, et al. Thickness effect on impurity-bound polaronic energy levels in a parabolic quantum dot in magnetic fields. *Phys Rev*, 1997, B56: 14913
- [ 7 ] Xiao J L, Xiao W. Effective mass of polaron in semiconductor quantum dots. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2004, 25(11): 1428 (in Chinese) [肖景林, 肖玮. 半导体量子点中极化子的有效质量. *半导体学报*, 2004, 25(11): 1428]
- [ 8 ] Wang Ligu, Xiao Jinglin, Li Shushen. Properties of strong-coupling magnetopolaron in semiconductor quantum dot. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2004, 25(8): 937 (in Chinese) [王立国, 肖景林, 李树深. 半导体量子点中强耦合磁极化子的性质. *半导体学报*, 2004, 25(8): 937]

## Influence of Interaction Between Phonons on Properties of Magnetopolarons in Semiconductor Quantum Dots<sup>\*</sup>

Zhang Peng<sup>1</sup> and Xiao Jinglin<sup>2</sup>

(1 *Department of Mathematics and Physics, University of Petroleum, Beijing 102249, China*)

(2 *Department of Physics, Inner Mongolia National University, Tongliao 028043, China*)

**Abstract :** The properties of the magnetopolaron in a semiconductor quantum dot are studied. The ground state energy of the magnetopolaron is derived by using a linear combination operator and the perturbation method. Considering the interaction between phonons of different wave vectors in the recoil process, the influence on the ground state energy of the magnetopolaron is discussed. Numerical calculations show that the ground state energy of magnetopolarons will increase strongly with a decrease in the effective confinement length of the quantum dots and will decrease with increasing magnetic field. For a weak magnetic field, the influence of the interaction between phonons on the ground state energy of the magnetopolarons can not be ignored.

**Key words :** semiconductor quantum dot ; magnetopolaron ; interaction between phonons ; ground state energy

**PACC :** 6320 ; 7138

**Article ID :** 0253-4177(2005)12-2350-05

---

<sup>\*</sup>Project supported by the National Natural Science Foundation of China(No. 10347004) and the President Foundation of China University of Petroleum-Beijing(2005)

Zhang Peng female, was born in 1963, associate professor. Her main research interests are in properties of condense matter luminescence.

Received 20 May 2005, revised manuscript received 13 July 2005

©2005 Chinese Institute of Electronics