

微加工悬臂梁在横向冲击下的响应分析

方绪文 唐洁影 黄庆安

(东南大学 MEMS 教育部重点实验室, 南京 210096)

摘要: 分析了微加工悬臂梁在横向冲击下的响应. 将悬臂梁看作一个质量分布参数系统, 利用模态叠加法计算悬臂梁在冲击下的位移和应力分布, 并根据位移和应力的最大值判断悬臂梁可能的失效模式, 从而为 MEMS 器件的可靠性设计提供依据.

关键词: MEMS; 悬臂梁; 冲击; 分布参数

EEACC: 2575; 8460

中图分类号: TN402

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2005)02-0379-06

1 引言

随着 MEMS 制造技术的发展, MEMS 器件逐渐进入应用领域. 由于 MEMS 器件的可靠性是实际应用的一个障碍, 因此其可靠性成为研究热点. 目前对 MEMS 失效的模式和机理缺乏足够的认识, 并且可靠性分析和设计的工具也非常有限. 由于 MEMS 器件是机械与微电子在微观尺度的有机结合, 因此影响机械和微电子可靠性的因素对 MEMS 都起作用. 机械和微电子可靠性试验方法与模型可以扩展到 MEMS 领域. MEMS 失效模式包括^[1~3]: 粒子污染、过载失效、黏附、强度失效、疲劳失效以及外界环境的影响导致的器件失效. MEMS 器件在运输和使用过程中同样可能受到不同程度的冲击和碰撞, 如器件跌落在地面上等. 另外应用在航空航天上的 MEMS 器件必须能够承受一定强度的冲击. 在冲击作用下, MEMS 器件可能会断裂、分层和黏附. 因此, 任何 MEMS 产品在使用之前必须经过冲击振动测试. 悬臂梁作为 MEMS 器件的基本结构, 可以用于 RF 开关、光开关、谐振器、传感器等^[4]. 所以, 分析微加工悬臂梁在冲击下的响应具有一定的通用性. 目前对 MEMS 器件在冲击下的响应分析很少, 主要是将 MEMS 器件简化为弹簧振子来分析器件

的加速度响应^[5,6], 但没有分析器件的位移和应力分布. 另一方面, 通过实验来测试器件可靠性^[7,8]的成本高、周期长, 因此需要一个模型来计算悬臂梁在冲击下位移和应力分布.

本文首先用模态叠加法推导出悬臂梁在冲击下的位移和应力分布表达式, 然后依据半导体测试国家标准进行实例分析, 最后用 ANSYS 验证理论模型. 本文的结果对 MEMS 环境可靠性设计有一定参考价值.

2 理论模型

2.1 冲击载荷的描述

在不同的环境中, 冲击载荷很复杂, 但可以通过数学变换将复杂的冲击转换成一系列简单冲击载荷的叠加(如正弦冲击的叠加). 在有些环境下的冲击, 例如跌落时的冲击可以较好地用半正弦冲击来进行近似. 如冲击载荷用半正弦来表示^[5,6,9,10], 则:

$$a(t) = a_0 \sin(\omega t), \quad 0 \leq t < t_0 \quad (1)$$
$$a(t) = 0, \quad t \geq t_0$$

式中 ω 为冲击的频率; t_0 是冲击的持续作用时间, 即脉冲宽度; a_0 是脉冲的幅值, 如图 1 所示.

方绪文 男, 1976 年出生, 硕士研究生, 主要从事 MEMS 可靠性模型研究.

黄庆安 男, 1963 年出生, 教授, 博士生导师, 主要从事微电子技术及 MEMS 的教学与研究.

2004-01-29 收到, 2004-08-06 定稿

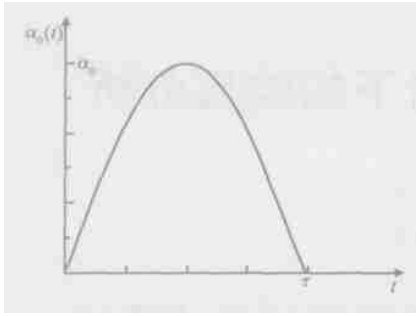


图 1 半正弦加速度冲击

Fig. 1 Half-sine acceleration shock

2.2 悬臂梁的描述

MEMS 中使用的悬臂梁厚度一般在几微米到几十微米之间,长度在几百微米以内.衬底的厚度一般不超过 1mm,长度和宽度在厘米量级.因此衬底无论在尺寸和质量上都远大于悬臂梁.可以假设衬底对悬臂梁的影响是单向的,即衬底影响悬臂梁而不受悬臂梁振动的影响^[2].同时假定只有衬底与封装的外壳接触,悬臂梁与外界没有直接的力学接触,如图 2 所示.

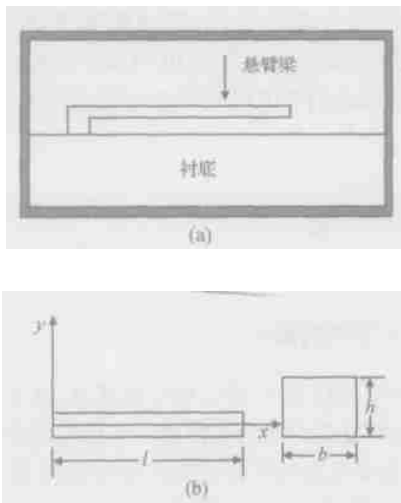


图 2 (a) 表面微加工悬臂梁的封装示意图;(b) 悬臂梁示意图

Fig. 2 (a) Schematic cross section of a surface micromachined cantilever housed in a package; (b) Schematic of a cantilever

MEMS 器件封装后,所有的冲击首先作用在外壳上,然后通过衬底作用到悬臂梁上,由于封装的外壳使作用到悬臂梁上的冲击有所减小.本文考虑极限情况,即冲击没有损耗地作用在悬臂梁上. Srikar 和 Senturia 分析指出, MEMS 微结构在冲击下的响应由下面的三个时间常数及其关系来决定^[5]:弹性

波的渡越时间 t_A 、结构的本征振动周期 T 和冲击的持续时间 t . (1) 当 $t < t_A$ 时,需要用应力波理论来分析器件的响应; (2) t 和 T 数值相当时,器件将发生振动; (3) t 大于 t_A 和 T 时,可以用准静态理论来分析 MEMS 结构在冲击下的响应. 定性描述如图 3 所示. 弹性波的渡越时间 t_A 为弹性波从衬底传到 MEMS 器件自由端的时间为

$$t_A = \frac{L}{c} \tag{2}$$

式中 L 为冲击的作用点到器件自由端的最大距离,一般 $L < 1\text{mm}$; c 为弹性波传播速度,由下式决定

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{3}$$

式中 E 为杨氏模量; ρ 为密度. 对于硅,杨氏模量 E 为 165 GPa,密度 ρ 为 2330 kg/m³,得到 c 为 8415 m/s,由此可知 t_A 小于 0.1 μs .

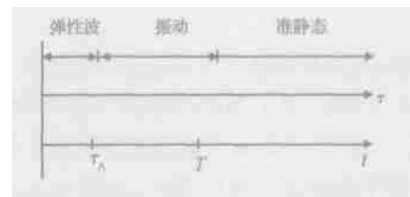


图 3 MEMS 冲击响应与 t_A 和 T 的关系

Fig. 3 Schematic illustration of the relevant timescales and corresponding responses of shock loaded MEMS

本文采用分布参数模型来计算悬臂梁的本征频率.假定悬臂梁是厚度为 h ,宽度为 b 的等截面梁.由材料力学可知,均匀等截面的直梁弯曲振动方程为^[10,11]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI_z \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \tag{4}$$

式中 m 为单位长度的质量; I_z 为梁的面积惯性矩,

$$I_z = \frac{bh^3}{12} \tag{5}$$

采用分离变量法,再由悬臂梁的边界条件:固定端的位移和转角为 0,自由端的弯矩和剪力为 0,可以得到悬臂梁的本征频率 μ_i ^[10,11]:

$$\mu_i = \sqrt{\frac{EI_z}{m}} \tag{6}$$

其中

$$\mu_i = \frac{1.8751}{l}, \frac{4.6941}{l}, \frac{7.8548}{l}, \frac{10.9955}{l}, \frac{14.1372}{l}, \dots \tag{7}$$

($i = 1, 2, 3, \dots$)

悬臂梁的主频率为：

$$f_1 = \left(\frac{1.875}{l}\right)^2 h \sqrt{\frac{E}{12}} \quad (8)$$

从上式可以看出,对频率的影响因素有:材料的杨氏模量 E ,密度 ρ ,梁的长度和厚度 h . 由于梁的厚度变化范围较小,因此影响频率的主要因素是梁的长度 l . 如假定梁宽 b 为 $10\mu\text{m}$,厚度 h 为 $2\mu\text{m}$,可以得到一阶主频率与梁的长度关系,如图 4 所示. 在梁长为 $400\mu\text{m}$ 时,主频率为 $0.107 \times 10^6 \text{Hz}$,相应的周期 T 为 $58.72\mu\text{s}$. 由上述分析可以知道,在通常冲击作用下,可以用准静态和振动理论来分析悬臂梁在冲击下的响应.

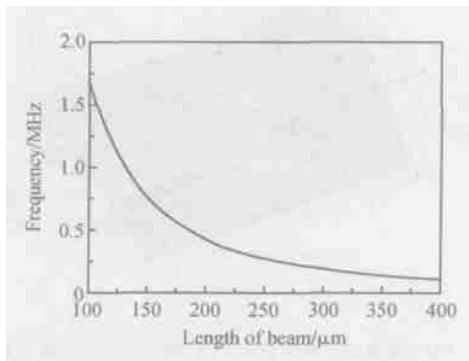


图 4 悬臂梁的主频率与长度关系

Fig.4 Relation between the fundamental frequency and the length of cantilever

2.3 悬臂梁在冲击下的响应

下面分析冲击沿 y 方向作用在悬臂梁上的响应. 如不考虑阻尼的作用,且只有一个冲击作用在 MEMS 悬臂梁上,则由材料和结构力学得到^[10,11]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI_Z \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = ma(t) \quad (9)$$

可以用模态叠加法来计算悬臂梁的响应. 由于分布参数系统有无数个广义坐标,从理论上来说,需要无数个这样的广义坐标的叠加. 但在实际的应用中,只需要考虑对响应贡献较大的那些振型分量就可以了. 由模态叠加法^[10,11],得到冲击过程中悬臂梁的几何位移坐标解为:

$$y(x, t) = \sum_{i=1} (\sin \mu_i x - sh \mu_i x + A_i (ch \mu_i x - \cos \mu_i x)) q_i(t) \quad (10)$$

自由振动过程中悬臂梁的几何位移坐标解为:

$$y(x, t) = \sum_{i=1} (\sin \mu_i x - sh \mu_i x + A_i (ch \mu_i x - \cos \mu_i x)) \times \left[q_i(t) \cos(\mu_i(t - t_0)) + \frac{\dot{q}_i(t_0)}{\omega_i} \sin(\mu_i(t - t_0)) \right] \quad (11)$$

式中 $q_i(t)$ 为第 i 个振型 t 时刻振动幅值

$$q_i(t) = \frac{P_i(l)}{2M_i} \times \frac{1}{1 - \frac{\omega_i^2}{\omega^2}} (\sin \omega t - \sin \omega_i t) \quad (12)$$

式中 M_i 和 $P_i(l)$ 分别为第 i 阶振型的模态质量和模态干扰力幅值; A_i 是由边条件决定的常量; ω_i 为冲击频率与本征频率比.

$$M_i = \int_0^l m \phi_i^2(x) dx$$

$$P_i(l) = a_0 \int_0^l \phi_i m dx \quad (13)$$

$$A_i = \frac{\sin \mu_i l + sh \mu_i l}{\cos \mu_i l + sh \mu_i l}$$

$$\omega_i = \omega / \omega_i$$

已知几何位移响应,可以得到弯矩和正应力的分布(本文中的计算和模拟均为正应力值)^[12]:

$$\sigma(x, y, t) = E y \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (14)$$

式中 y 为距离梁中心轴的坐标. 因此在强迫振动阶段悬臂梁的应力分布为:

$$\sigma(x, y, t) = - E y \sum_{i=1} \mu_i^2 \times (\sin \mu_i x + sh \mu_i x - A_i (ch \mu_i x + \cos \mu_i x)) q_i(t) \quad (15)$$

自由振动阶段应力分布为:

$$\sigma(x, y, t) = - E y \sum_{i=1} \mu_i^2 \times (\sin \mu_i x + sh \mu_i x - A_i (ch \mu_i x + \cos \mu_i x)) \times \left[q_i(t) \cos(\mu_i(t - t_0)) + \frac{\dot{q}_i(t_0)}{\omega_i} \sin(\mu_i(t - t_0)) \right] \quad (16)$$

相关理论分析指出^[2,5],当 $\omega \ll \omega_1$ 时,可以忽略 $\omega_i \sin(\omega_i t)$ 项的影响,因此可以得到在

$$t = \frac{\tau}{2} \quad (17)$$

时, $x = l$ 处,位移最大

$$y_{\max} = \sum_{i=1} (\sin \mu_i l - sh \mu_i l +$$

$$A_i(ch\mu_i l - \cos\mu_i l) \frac{P_i(l)}{2M_i} \sin \frac{\omega t}{2} \quad (18)$$

在 $x = 0$ 处应力最大,由(14)式可以看出在梁的上下表面应力最大

$$\max = 2 E y \sum_{i=1} \mu_i^2 A_i \left(\frac{P_i(l)}{2M_i} \sin \frac{\omega t}{2} \right) \quad (19)$$

当 $\omega t = \pi$,位移和应力将在 $t = \pi/\omega$ 时取得最大值,由(10)和(15)式即可得到最大位移和应力值;当 $\omega t > \pi$,最大位移发生在自由振动阶段的峰值上,大小可以近似取一阶主振动的幅值

$$y_{\max} = (\sin\mu_1 l - sh\mu_1 l + A_1(ch\mu_1 l - \cos\mu_1 l)) \times \sqrt{q_1^2(\omega) + (\dot{q}_1(\omega)/\omega)^2} \quad (20)$$

同样可以得到最大应力值为

$$\max = 2 A_1 E y \mu_1^2 \sqrt{q_1^2(\omega) + (\dot{q}_1(\omega)/\omega)^2} \quad (21)$$

通过上面的分析,可以计算在冲击下悬臂梁位移响应和应力分布,并且可以判断是否会断裂或与衬底相互作用.

3 实例分析

根据国家标准中的半导体集成电路机械和气候试验方法(GB 4590 - 84),冲击实验分 A、B 和 C 三个组,其中 C 组最为严格,峰值 a_0 为 14700m/s^2 (即 1500g),持续时间为 0.5ms ($f = 1000\text{Hz}$)的冲击.由上述分析可知,对于长度 l 为 $100\mu\text{m}$,宽 b 为 $10\mu\text{m}$, h 为 $2\mu\text{m}$ 的悬臂梁,当 $\omega t \ll \pi$,在 0.25ms 时位移和应力最大.该冲击作用在悬臂梁上的位移和应力分布如图 5 所示.其中应力为梁的表面应力值,即悬臂梁的横截面应力的最大值.

由上述分析可以得到悬臂梁的最大位移($7.81 \times 10^{-3}\mu\text{m}$)和最大应力(0.517MPa)都很小,这种冲击作用对 MEMS 的可靠性几乎没有影响.下面分析悬臂梁位移和应力分布与冲击频率以及梁的长度之间的关系.如果上述冲击的幅值不变,冲击的频率增加,位移和应力的最大值相应增加,但变化不大,这是由于 $i \sin(\omega t)$ 项的影响.当 $\omega t = \pi$ 时,此项的影响不可以忽略,所以位移和应力明显增大.并出现共振,这在实际中是需要避免的.当 $\omega t > \pi$ 时,由于作用的时间相对很短,导致位移和应力的最大值反而减小.在相同的冲击作用下,随着梁长度的增加,位移值显著增大,但是应力变化不明显,而且远小于硅的断裂强度,如图 6 所示.

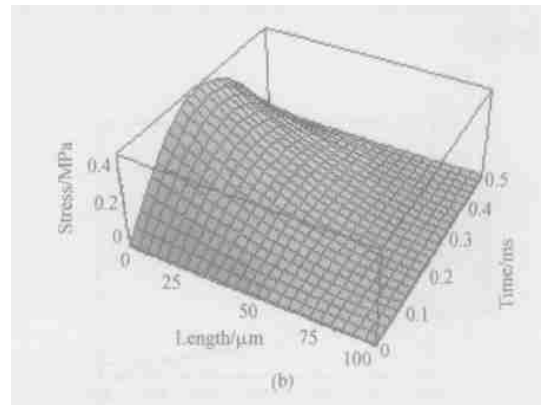
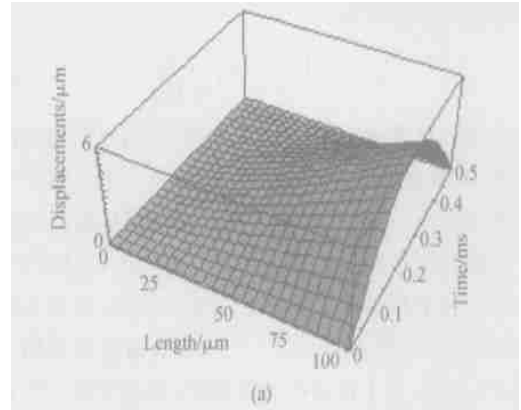


图 5 (a) 悬臂梁的位移与长度、时间的关系;(b) 悬臂梁的表面应力与长度、时间的关系

Fig.5 Length of the cantilever and time versus (a) Displacements of the cantilever;(b) Stresses on the top surface of the cantilever

从图 6 可以看出,对 $400\mu\text{m}$ 的梁,在 1500g 的冲击作用下自由端的位移已达到 $2\mu\text{m}$,对于多晶硅表面加工的悬臂梁,需要考虑自由端与衬底的相互作用,这在设计中是应当考虑的.在 ωt 不超过 π 的条件下,由(18)和(13)式可以看出,悬臂梁的位移与冲击函数的幅值 a_0 成正比,同样从(19)和(13)式可以看出悬臂梁上的应力与冲击函数的幅值 a_0 成正比.

4 数值验证

为了验证上述分析的正确性,现采用的悬臂梁材料、几何尺寸和冲击函数与第 3 部分完全相同,并考虑锚区以及加工后实际锚区对梁的应力和位移分布的影响.这里采用 ANSYS SOLID95 单元来分析悬臂梁的位移和应力分布.悬臂梁的应力和位移分布如图 7 所示.

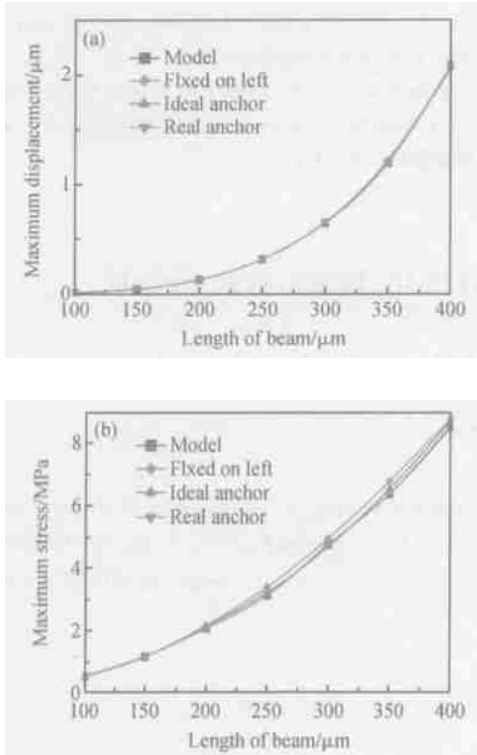


图 6 (a) 悬臂梁自由端的最大位移与长度关系; (b) 悬臂梁固置端的最大应力与长度关系

Fig.6 (a) Maximum displacement versus the length of beam; (b) Maximum stress versus the length of beam

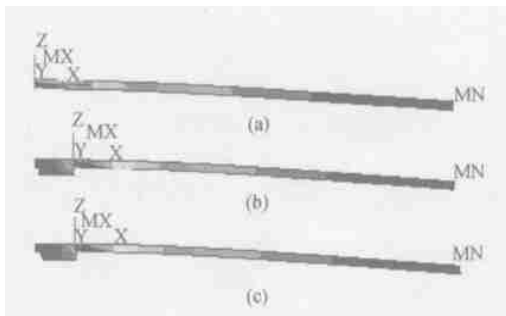


图 7 悬臂梁位移和应力分布 (a) 左端固置; (b) 理想锚区; (c) 实际锚区

Fig.7 Displacements and stresses of the cantilever by simulation of ANSYS (a) Fixed on left; (b) Ideal anchor; (c) Real anchor

位移和应力与梁的长度之间的关系如图 6 所示.从图 6 中可以看出,最大位移的计算值与 ANSYS 的模拟结果吻合很好;但计算的应力值比模拟应力值要小,这是因为高阶振型对应力的贡献大于对位移的贡献(在理论计算时,取了前 5 阶振型),要提高应力计算的精度以达到和位移计算相同的精度,应力表达式中需要包含更多的振型^[11].但是,图

6(b) 中的最大误差不超过 5%.并且考虑实际锚区形状后,模拟的应力和模型计算出的应力值之间的误差降低,小于 1.6%,这是因为实际锚区中的圆角使得应力有所降低.所以上述分析可以在工程中的应用.

5 结论

本文用解析模型分析了悬臂梁在冲击作用下的响应,通过 ANSYS 的验证,说明理论模型对悬臂梁的可靠性设计具有一定的指导意义.同时也表明 MEMS 悬臂梁的抗冲击能力是较强的,即使受 200kg 的冲击,悬臂梁的最大应力也没有超过硅的强度极限.但是悬臂梁自由端的位移随着冲击幅值和长度的增加而增大,有可能与衬底相互作用.因此在悬臂梁的设计中应该避免这种情况的出现.如果加载的是正弦载荷(如振动实验),悬臂梁在交变应力的作用下可能出现疲劳失效,则需要进一步研究梁的寿命曲线.

参考文献

- [1] Brow S B ,Arsdell C L ,Muhlstein C L. Materials reliability in MEMS devices. Transducers '97,1997:591
- [2] Miller S L ,Rodgers M S,Lavigne G,et al. Failure modes in surface micromachined microelectromechanical actuators. Reliability Physics Symposium Proceedings ,1998:17
- [3] Liu Weixin. The design for reliability of machines. Beijing: Tsinghua University Press ,1996:8 (in Chinese) [刘惟信. 机械可靠性设计. 北京:清华大学出版社,1996:8]
- [4] <http://www.onrl.gov/sci/engineering-science-technology/sms/>
- [5] Srikar V T ,Senturia S D. The reliability of microelectromechanical systems (MEMS) in shock environments. Journal of Microelectromechanical Systems ,2002 ,11 (3) :206
- [6] Ayre R S. Transient response to step and pulse functions. In: Shock and Vibration Handbook. New York:McGraw-Hill ,1996
- [7] Tanner D M ,Walraven J A ,Helgesen K S,et al. MEMS reliability in a vibration environment. Reliability Physics Symposium , 2000:139
- [8] Tanner D M ,Walraven J A ,Helgesen K,et al. MEMS reliability in shock environments. Reliability Physics Symposium ,2000:129
- [9] Suhir E. Could shock tests adequately mimic drop test conditions. Electronic Components and Technology Conference ,2002: 563
- [10] Editorial Committee of Vibration and Shock Handbook. Vibration and shock handbook (). Beijing:National Defence Industry

- Press,1988:719(in Chinese) [振动与冲击手册编辑委员会. 振动与冲击手册(). 北京:国防工业出版社,1988:719]
- [11] Tang Yougang. Advanced structural dynamics. Tianjin:Tianjing University Press,2002(in Chinese) [唐友刚. 高等结构动力学. 天津:天津大学出版社,2002]
- [12] Fan Qinshan. Strength of materials. Beijing: Higher Education Press,2000:54(in Chinese) [范钦珊. 材料力学. 北京:高等教育出版社,2000:54]

Analysis of Micromachined Cantilevers in Transverse Shock

Fang Xuwen , Tang Jieying , and Huang Qing 'an

(*Key Laboratory of MEMS of Ministry of Education , Southeast University , Nanjing 210096 , China*)

Abstract : The response of the micromachined cantilever to the transverse shock is analyzed by taking it as a distributed-parameter system. The displacements and stresses of the cantilever are formulated with the mode superposition method. The possible failure modes are estimated by the maximum displacements and stresses ,therefore the reliability designs of MEMS can be improved.

Key words : MEMS ; cantilever ; shock ; distributed parameter

EEACC : 2575 ; 8460

Article ID : 0253-4177(2005)02-0379-06

Fang Xuwen male ,was born in 1976 ,master candidate. He is engaged in the research on modeling of MEMS reliability.

Huang Qing 'an male ,was born in 1963 ,professor ,advisor of PhD candidate. He is engaged in teaching and research on microelectronics and MEMS.

Received 29 January 2004 ,revised manuscript received 6 August 2004

© 2005 Chinese Institute of Electronics