

快速计算频变互连电感电阻的加权平均法^{*}

魏洪川 喻文健 王泽毅

(清华大学计算机科学与技术系, 北京 100084)

摘要: 通过引入导体细丝的电值占总电流的比例作为权重系数,将现有的仅能计算低频互连电感的平均值公式推广到高频情况;并通过分析功耗计算公式,得到类似形式的加权平均公式,可用于计算高频下的互连电阻.分析和数值结果都表明,该方法适用于全频段下互连电感电阻的计算,与 Fast Henry 相比,在保持精度的同时,计算时间可减少 3/4.

关键词: 频变电感; 部分元等效电路; 电阻; 全局互连

EEACC: 2570

中图分类号: TN47

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2005)04-0846-05

1 引言

在 VLSI 电路中,越来越高的工作频率已导致电感效应对电路性能的影响大大增加^[1],在使用铜互连线工艺和较宽金属线以降低互连电阻的同时,电感效应的影响也越来越突出.

提取电感的难点在于需要知道电流的流动路径,而在芯片设计完成前,确定该芯片的电流回路十分困难.趋肤效应和邻近效应使导体阻抗成为依赖频率和电流分布的变量,也增加了提取阻抗的难度. Rosa 提出了部分电感 (partial inductance) 的概念^[2],通过取无穷远为回路,避免了电感计算和确定回路之间的困难. Ruehli 将它引入电路设计领域^[3],并提出 PEEC (partial element equivalent circuit) 模型^[4]以计算互连电感电阻,软件 Fast Henry^[5]即以 PEEC 模型为基础计算互连电感.它采用场求解方法,处理复杂结构时具有很高的精度和稳定性,但由于它要求解一个稠密满阵,时间和空间开销过大,难以获得广泛的实际应用.

多数互连线长度较短,它们主要受到与其相邻导线间的耦合电容效应的影响,而较长的全局时钟

线、供电网络和共面互连线才表现出较强的电感效应,是处理电感效应时应重点考虑的部分^[6,7].它们对电路性能有较大影响,在布线中一般处于优先地位,结构也相对简单,多为平行等长导体^[8],可通过简化的快速算法,在满足精度要求条件下大大减少计算时间.

当前,快速提取算法一般利用解析公式直接计算导体间自感和互感^[9],但它无法应用于高频下电感提取.另有一些算法将电流回路限制在较小局部范围,以减少导体间耦合,降低计算量,如等势球壳法令回路局限于一个小球壳内^[10],有限回路法利用电源线地线来限制电流回路^[11],这些方法均可减小计算规模,稀疏化阻抗矩阵,但将电流回路局限在一个局部范围内的假设往往会使精度有相当大的损失.文献[12]采用小波分析的方法对稠密满阵做稀疏化,可大大减少求解时间,但总体时间开销仍然过高;文献[13]提出了 K 参数方法,即把电路划分为若干部分并分别求取电感矩阵,求逆后组合成一个全局 K 参数矩阵,具有比电感矩阵更好的稀疏性,但需要与之相适应的基于 K 参数的模拟器才方便应用.此外,以上算法只能计算互连电感,并不能像 Fast Henry 那样可同时计算互连电阻.

^{*}国家自然科学基金(批准号:90407004)和国家高技术研究发展计划(批准号:2004AA1Z1050)资助项目

魏洪川 男,1978 年出生,博士研究生,主要从事 VLSI 互连寄生参数提取算法研究.

喻文健 男,1977 年出生,助理研究员,主要从事 VLSI 互连寄生参数提取和快速边界元计算的研究.

王泽毅 男,1940 年出生,教授,博士生导师,主要从事 VLSI 中的串并行数值方法研究,包括电路分析、器件模拟及寄生参数提取.

2004-04-02 收到,2004-10-22 定稿

本文提出一种加权平均算法,它基于文献[3]中的平均值公式,但以导体细丝上的电流值占总电流的比例作为加权系数,因此可以将趋肤效应与邻近效应考虑在内,适用范围能够扩展到高达 100 GHz 的工作频率,并可同时计算互连电阻.实例计算表明,在处理全局时钟线、供电网络等结构时,该算法能达到与 Fast Henry 同等的精度,而计算时间却大大减少.

2 背景公式

2.1 PEEC 模型和 Fast Henry

互连提取的目标是获得导体端口电压和电流之间的关系.对一个 n 端口导体系统,加以频率 ω 的正弦稳态电压,其中的电压电流关系可用一个阻抗矩阵 $Z(\omega)$ $C^n \times n$ 描述^[5],

$$Z(\omega) I(\omega) = V(\omega) \tag{1}$$

其中 $I, V \in C^n$, 分别是端口电流和电压.

记 $Y(\omega) = Z(\omega)^{-1}$, (1) 式可以改写为

$$Y(\omega) V(\omega) = I(\omega) \tag{2}$$

导纳矩阵 $Y(\omega)$ 中的第 l 列以下述方式决定^[5]: 在导体 l 上加一单位电压,其余导体电压为 0,则此时的电流向量 $I(\omega)$ 代表了 $Y(\omega)$ 中的第 l 列.将上述过程重复 n 次即可得到导纳矩阵 $Y(\omega)$ 的所有 n 列,求逆后便是阻抗矩阵 $Z(\omega)$.

Fast Henry 采用多极加速的网格方法计算依赖于频率的阻抗矩阵.每根导体被近似看成分段平直,每段直导体沿电流方向被离散化为若干细丝,并假设在每根细丝上电流均匀分布.用部分电感的方法,可以建立如下方程:

$$V_b = (R + j\omega L) I_b = Z I_b \tag{3}$$

这里 $V_b, I_b \in C^b, V_b$ 是细丝端点电压, b 是细丝数;

ω 是电路工作频率; R 是对角阵,对角线上每一元素代表细丝的直流电阻; L 是部分电感矩阵,被称为细丝阻抗矩阵.

给定细丝偏压 V_b 后,求解方程(3)可得到细丝电流分布 I_b ,叠加得到导体电流分布,由方程(2)即可得到导体阻抗矩阵.

2.2 解析公式

以 Fast Henry 为代表的场求解方法能达到很高精度,但是时间和内存开销过高,为了快速计算全

芯片电感,需要发展解析公式的方法.

考虑两根平行共面导体,分别记为 T_1 和 T_2 ,横截面 a_1 和 a_2 被划分为若干细丝,如图 1 所示.设每根细丝的电流都沿长度方向流动,且均匀分布在横截面上,便可得到公式^[3]:

$$L_{p12} = \lim_{\substack{K \rightarrow \infty \\ M \rightarrow \infty}} \frac{1}{KM} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^M L_{pfij} \tag{4}$$

其中 L_{p12} 是导体 1 和 2 之间的部分互感; L_{pfij} 是分别位于导体 1 和 2 上两根细丝间的互感; K 和 M 分别对应导体 1 和 2 上的细丝数,当导体 1 与 2 重合时,这一公式可用于计算自感.

(4) 式中的 L_{pfij} 可用电磁场理论推导出解析公式^[5],

$$L_{p_{ij}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{l_i l_j}{a_i a_j} \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{1}{|r - r'|} dV dV' \tag{5}$$

其中 l_i 是细丝 i 的长度; a_i 是其横截面面积; V_i 和 V_j 分别是细丝 i 和 j 的体积.

在实际计算中,导体的横截面只能被离散化为有限数目的细丝,方程(4)中的 K 和 M 均为有限大小的整数.通过选择适当的 K 和 M ,即可利用(4)式快速精确地计算低频下电感^[9].

3 提取阻抗的加权平均公式

方程(4)成立的前提条件是电流在导体横截面上均匀分布,所有细丝的电流值相同,因此可以取细丝阻抗的平均值得到导体阻抗.但在高频下,由于邻近效应和趋肤效应的存在,不同细丝上的电流值也不相同,电流较大的细丝,对导体阻抗贡献较大,反之则贡献较小.在极端情况下,如果一根细丝上没有电流流动,显然它对导体阻抗没有影响.因此在高频下,不能简单地将细丝阻抗取算术平均而直接得到导体阻抗,而必须考虑到电流分布的情况.本文将介绍一种加权平均法,它对公式(4)做了修正,将细丝电流占导体总电流的比例作为权值以计算细丝阻抗的加权平均值.这一算法仅需要求解一次线性方程组,即可得到所有待求阻抗值,大大减少了求解时间,并且获得接近于 Fast Henry 的精度.

设图 1 中每块导体被分为 m 根细丝,考虑导体 1 上细丝 i 的电压降 V_i ,有如下方程^[5]:

$$r_i I_i + j\omega \sum_{k=1}^m L_{i1k} I_k + j\omega \sum_{k=1}^m L_{i2k} I_k = V_i \tag{6}$$

其中 r_i 是导体 1 上细丝 i 的直流电阻; L_{i1k} 是细丝

i 与导体 1 细丝 k 之间的互感; $L_{1,2k}$ 是细丝 i 与导体 2 细丝 k 之间的互感; I_{1k} 是导体 1 上细丝 k 的电流, I_2 是导体 2 细丝 k 上电流.

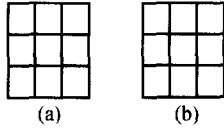


图 1 两根平行导体 (a) 导体 1; (b) 导体 2

Fig. 1 Two parallel conductors (a) Conductor 1; (b) Conductor 2

将导体 2 视为整块导体, 不划分细丝, 再次考虑细丝 i 的电压降, 有如下方程:

$$r_i I_i + j \sum_{k=1}^m L_{1,1k} I_{1k} + j L_{1,2} I_2 = \dots \quad (7)$$

其中 $L_{1,2}$ 是导体 2 与导体 1 细丝 i 之间的互感; I_2 是导体 2 上的总电流.

比较 (6), (7) 两式可得:

$$\sum_{k=1}^m L_{1,2k} I_{2k} = L_{1,2} I_2 \quad (8)$$

方程 (8) 可被改写为如下形式

$$L_{1,2} = \frac{\sum_{k=1}^m L_{1,2k} I_{2k}}{I_2} \quad (9)$$

类似可以得到如下公式

$$\sum_{i=1}^m L_{1,2} I_i = L_{12} I_1 \quad (10)$$

其中 L_{12} 是导体 1 和导体 2 间的互感; I_1 是流过导体 1 的总电流. 将 (9) 式代入 (10) 式可得:

$$L_{12} = \frac{\sum_{i=1}^m L_{1,2} I_i}{I_1} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{\sum_{k=1}^m L_{1,2k} I_{2k}}{I_2} I_i}{I_1} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m L_{1,2k} I_i I_{2k}}{I_1 I_2} \quad (11)$$

当导体 1 与导体 2 重合时, 方程 (11) 即为自感公式:

$$L_{11} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m L_{1,1k} I_i I_k}{I_1 I_1} \quad (12)$$

下面通过考虑功耗来计算电阻. 由于一根导体上消耗的热功率等于其上每根细丝热功率之和, 因此可以得到

$$R_1 / I_1^2 = \sum_{i=1}^m r_i / I_i^2 \quad (13)$$

并可通过此式得到电阻公式

$$R_1 = \frac{\sum_{i=1}^m r_i / I_i^2}{I_1^2} \quad (14)$$

这些公式可以应用于含多根导体的系统中. 对于一个含 n 端口的导体系统, 导体 p 和 q 之间的互感与各自电阻如下:

$$L_{pq} = \frac{\sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^q L_{ik} I_{p_i} I_{q_k}}{I_p I_q} \quad (15)$$

$$R_q = \frac{\sum_{i=1}^q r_i / I_{q_i}^2}{I_q^2} \quad (16)$$

其中 P, Q 分别表示导体 p, q 的细丝数目.

对于一个含 n 根导体的系统, 只需在导体两端加适当偏压, 然后将导体划分成足够数目的细丝, 计算出细丝电流, 然后根据 (15), (16) 式即可得到所有的导体阻抗. 这一方法只需求解一次线性方程组. 而 Fast Henry 却需要求解 n 次线性方程组才可以获得所有阻抗值. 由于方程求解时间在整个时间开销中占很大比重, 因此, 加权平均法能够大大减少计算时间.

4 计算结果

现通过一个时钟线例子对加权平均法和 Fast Henry 在精度和计算速度方面做一比较.

图 2 是一个共面互连结构, 所有导线平行等长且两端对齐, 最边缘的两根互连线 P 和 G 是电源线 and 地线网格的一部份, 其余标记有 s 的互连线为信号线, 共 18 根. 设所有信号线有相同宽度 $0.6 \mu\text{m}$, P/G 线宽 $2 \mu\text{m}$, 相邻信号线间的距离为 $1 \mu\text{m}$, P/G 线与相邻信号线间距离为 $12.1 \mu\text{m}$, 所有导线高度均为 $2 \mu\text{m}$.

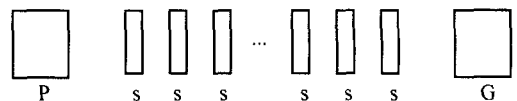


图 2 共面互连结构的横截面

Fig. 2 Cross section of a coplanar structure

我们取导线长度为 $2000 \mu\text{m}$, 分别在 10GHz 和 100GHz 两个频率点做计算, 导体偏压均设为 1V ,

每块导体做 3 × 4 细丝划分,以业界基准的 Fast Henry 的计算结果为基准值来计算误差.表 1 显示了在不同条件下计算结果的误差分布.从中可以看出,即使在频率高达 100 GHz 时,电感计算的误差仍然全部控制在 1%以内,电阻值的误差也不超过 10%.

表 2 是加权平均法(WAM)与 Fast Henry 对图 2 结构的计算时间比较.在 Fast Henry 中,计算时间

主要包括三部分:首先要建立细丝阻抗矩阵;然后根据这一矩阵建立预条件矩阵以加快方程求解速度;最后求解方程组.在我们的算法中,由于仅需求解一次方程组,因此可以略去建立预条件矩阵这一步骤,虽然导致方程组单次求解时间增加,但增加时间要少于建立预条件矩阵花费的时间,因此整体时间会有更多下降.

表 1 图 2 算例在全频段下的计算误差分布(以 Fast Henry 计算结果为比较基准)

Table 1 Error range of result for the structure in Fig. 2 (based on the result from Fast Henry)

频率/ GHz	导体长度/ μm	误差分布	<0.2 %	<0.4 %	<0.6 %	<0.8 %	<1 %	误差分布	<3 %	<6 %	<9 %
10	2000	电感	100.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	电阻	100.00 %	0.00 %	0.00 %
100			56.79 %	29.63 %	9.26 %	4.32 %	0.00 %		77.78 %	11.11 %	11.11 %

表 2 加权平均法(WAM)和 Fast Henry 在全频段下计算图 2 算例的时间比较

Table 2 Comparison of the time to compute the structure on Fig. 2 with WAM and Fast Henry

频率/ GHz	导体长度/ μm	方法	计算时间/ s			
			建立细丝矩阵	建立预条件矩阵	矩阵求解	总时间
10	2000	WAM	17.29	0	6.31	23.62
		Fast Henry	17.39	47.8	57.46	122.67
100	2000	WAM	17.3	0	10.26	27.57
		Fast Henry	17.35	47.37	57.4	122.13

令线长在 200 ~ 2000 μm 之间变动,表 3 显示出加权平均法在不同线长、不同频率下互连电阻和电感值的平均误差及计算时间,仍以 Fast Henry 计算值作为比较基准.可以看出,加权平均法具有良好的计算稳定性,对不同工作频率、不同线长的计算均能在保持精度的情况下大大减少计算时间.

表 3 加权平均法和 Fast Henry 在不同线长、不同频率下的计算结果比较

Table 3 Computational result at different length and frequency with WAM and Fast Henry

长度/ μm	频率/ GHz	电阻平均 误差/ %	电感平均 误差/ %	计算时间/ s	
				WAM	Fast Henry
200	100	2.39	0.38	27.73	139.92
500		2.39	0.29	29.5	128.14
1000		2.39	0.25	28.86	123.81
1500		2.4	0.23	27.57	122.81
2000		2.37	0.29	27.57	122.37
2500		2.37	0.21	27.5	122.25
		2.37	0.21	27.5	122.25
频率/ Hz	长度/ μm	电阻平均 误差/ %	电感平均 误差/ %	计算时间/ s	
				WAM	Fast Henry
1	2000	0	0	19.32	95.26
10 ²		0	0	19.43	94.9
10 ⁴		0	0	19.84	103.91
10 ⁶		0	0	19.73	102.2
10 ⁸		0.00	0.00	20.09	111.32
10 ¹⁰		1.50	0.03	23.62	122.67
		1.50	0.03	23.62	122.67

5 结论

上述实际算例的计算结果表明,加权平均法是一种有效的寄生电感电阻计算方法.与 Fast Henry 相比,加权平均法只需求解一次线性方程组,可以大大节省计算时间,并能接近 Fast Henry 的精度.它适用于从低频到高频的全频段互连提取,低频下趋肤效应和邻近效应不明显时,这一方法类似本文第 2 节的平均值公式,而在高频下由于考虑到趋肤与邻近效应,即使频率达到 100 GHz,计算结果仍然准确.

参考文献

[1] Deutsch A, Coteus P W, Kopcsay G V, et al. On-chip wiring design challenges for gigahertz operation. Proceedings of the IEEE, 2001, 89(4) : 529

[2] Rosa E. The self and mutual inductance of linear conductors. Bulletin of the National Bureau of Standards, 1908: 301

[3] Ruehli A E. Inductance calculation in a complex integrated circuit environment. IBM J Res Dev, 1972: 470

[4] Ruehli A E. Equivalent circuit models for three dimensional multiconductor systems. IEEE Trans Microw Theory Tech,

- 1974 ,22 :216
- [5] Kamon M ,Tsuk M J ,White J. FASTHENRY: A multipole-accelerated 3D inductance extraction program. IEEE Trans Microw Theory Tech ,1994 ,42(9) :1750
- [6] Deutsch A ,Kopcsay G V ,Restle P J ,et al. When are transmission-line effects important for on-chip interconnections. IEEE Trans Microw Theory Tech ,1997 ,45(10) :1836
- [7] Li Fuhua ,Dai Wenliang ,Li Zhengfan ,et al. Investigation on coplanar stripline on silion substrate and its application. Chinese Journal of Semiconductors ,2004 ,25 (9) : 1181 (in Chinese) [李富华 ,代文亮 ,李征帆 ,等. 硅衬底上共面线的特性及应用. 半导体学报 ,2004 ,25(9) :1181]
- [8] Qi Xiaoning. High frequency characterization and modeling of on-chip interconnects and RF IC wire bonds. PhD Thesis ,University of Standford ,2001
- [9] He Lei ,Chang N ,Shen Lin. An efficient inductance modeling for on-chip interconnects. IEEE Proc Custom Integrated Circuits ,1999 :457
- [10] Michael B ,Krauter B ,Alatan L ,et al. Equipotential shells for efficient inductance extraction. IEEE Trans Comput-Aided Des ,2001 ,20(1) :70
- [11] Shepard K L ,Tian Z. Return-limited inductances : A practical approach to on-chip inductance extraction. IEEE Trans Comput-Aided Des ,2000 ,19(4) :425
- [12] Song Ben ,Hong Wei. Wavelet-accelerated frequency-dependent inductance extraction for three-dimensional structures. Chinese Journal of Microwaves ,2000 ,16(1) :13 (in Chinese) [宋本 ,洪伟. 基于小波加速的三维导体结构频变电感参数提取. 微波学报 ,2000 ,16(1) :13]
- [13] Ji Hao ,Devgan A ,Dai Wayne. KSim: A stable and efficient RKC simulator for capturing on-chip inductance effect. Proceedings of the ASP-DAC ,2001 :379

A Weighted Average Method for Efficient Parasitic Inductance and Resistance Extraction *

Wei Hongchuan , Yu Wenjian , and Wang Zeyi

(Department of Computer Science and Technology , Tsinghua University , Beijing 100084 , China)

Abstract : Through introducing the current ratio of filament as weight factor ,a closed-form average formula can be extended to compute interconnect inductance at high frequency. And the similar formula to compute interconnect resistance can be obtained through analyzing power waste. Theory analysis and numerical results show that this method can be applied to compute impedance at high frequency ,greatly decreasing computing time and reserving similar accuracy compared to Fast Henry.

Key words : frequency-dependent inductance ; PEEC ; resistance ; global interconnect

EEACC : 2570

Article ID : 0253-4177 (2005) 04-0846-05

* Project supported by National Natural Science Foundation of China (No. 90407004) ,National High Technology Research and Development Program of China (No. 2004AA1Z1050)

Wei Hongchuan male ,was born in 1978 ,PhD candidate. His main research interest is parasitic parameters extraction in VLSI CAD.

Yu Wenjian male ,was born in 1977 ,PhD ,assistant researcher. His main research interests are parasitic parameters extraction in VLSI CAD and the application of fast BEM computation.

Wang Zeyi male ,was born in 1940 ,professor. His main research interests are applications and research on numerical methods in the areas such as circuit analysis ,device simulation ,and parasitic parameters extraction in VLSI CAD.

Received 2 April 2004 ,revised manuscript received 22 October 2004

©2005 Chinese Institute of Electronics