

# 非对称耦合双量子点中激子的动力学行为

刘灿德<sup>1</sup> 苏希玉<sup>1</sup> 刘玉申<sup>2</sup> 张会云<sup>1</sup>

(1 曲阜师范大学物理工程学院, 曲阜 273165)

(2 复旦大学物理系 表面物理实验室, 上海 200433)

**摘要:** 利用二能级近似理论分析了外场驱动下非对称耦合双量子点中激子的动力学行为, 并给出了局域化的条件. 分析发现: 当外场振幅较小时, 库仑相互作用扮演着重要角色, 激子的动力学行为主要发生在低能级子空间, 场强和频率之比是 Bessel 方程的根时, 准能发生回避交叉, 激子的局域化现象发生. 随着外场振幅增大, 激子解体, 电子和空穴可以独立在量子点之间隧穿. 借助于 Floquet 理论, 进行了数值计算, 计算结果与理论分析相符.

**关键词:** 激子; 量子点; 局域态; 准能; Floquet 态

**PACC:** 7340G; 7335G; 7135

**中图分类号:** O471.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-4177(2005)06-1135-05

## 1 引言

众所周知, 交变电场驱动下低维量子体系的动力学性质有很多有趣的现象, 一直受到理论和实验工作者的极大关注. 起初, Grossmann 和 Dirtrich 利用 Floquet 理论<sup>[1]</sup>研究了高频交变电场驱动下耦合双量子点中单电子的动力学性质, 首次提出了“动态局域化”的概念<sup>[2]</sup>. 研究表明: 在准能的严格交叉和回避交叉点, 量子隧穿现象受到抑制, 交变电场能够将电子长期束缚在单量子点中; 数值计算表明: 当场强和频率之比是零阶 Bessel 方程的根时, 这种局域化现象就会发生. 后来 Zhang 等人研究了双量子点双电子系统的动力学性质. 我们知道: 当耦合双量子点中存在两个电子时, 电子之间的库仑排斥作用增加了系统的复杂性. Zhang 的研究表明<sup>[3~5]</sup>: 在准能的严格交叉处, 动力学局域化现象仍然能够发生. 刘承师等人利用 Floquet 理论研究了对称量子点中激子的动力学行为<sup>[6,7]</sup>. 研究表明: 在准能的严格交叉和回避交叉点, 动力学局域化现象同样能够发生.

本文研究了非对称耦合双量子点中激子的动力学行为, 对于非对称量子点由于两量子点之间存在一个能量失谐, 可能会发生与对称量子点不同的量

子现象. 本文首先利用 Hubbard 模型和二能级近似理论分析了该系统的动力学性质, 然后又借助于 Floquet 理论, 数值方法对角化一周期的时间演化因子, 得到准能, 并计算了准能随外场的演化. 计算表明: 准能随外场的变化出现回避交叉. 我们分析了在交叉点处系统的动力学行为, 同时还分析了外场对系统的影响. 本文的研究有助于了解激子在低维量子体系中的动力学性质, 并能在量子计算和信息处理中得到应用.

## 2 理论模型及分析

我们采用两点的 Hubbard 模型研究一维耦合双量子点中激子的动力学行为, 假设每个量子点中只有一个电子能级和一个空穴能级. 哈密顿量<sup>[8]</sup>可写成

$$H(t) = \sum_{e,h;i=L,R} \epsilon_i(t) d_i^+ d_i + w \sum_{e,h} (d_L^+ d_R + d_R^+ d_L) + U_1 (n_{eL} n_{hL} + n_{eR} n_{hR}) + U_2 (n_{eL} n_{hR} + n_{hL} n_{eR}) \quad (1)$$

这里  $d_i^+$  ( $d_i$ ) 表示左边(右边)量子点中电子(空穴)的产生(湮灭)算符;  $L(R)$  ( $t$ ) = - (+)  $\frac{1}{2} (E +$

刘灿德 男, 1977 年出生, 硕士研究生, 主要从事凝聚态理论方面的研究.

苏希玉 男, 1961 年出生, 教授, 主要从事凝聚态理论的研究.

刘玉申 男, 1979 年出生, 硕士研究生, 主要从事量子输运方面的研究.

2004-08-04 收到, 2004-11-17 定稿

$V_0 \cos(\omega t)$ ,  $E$  为两点之间的能量失谐<sup>[9]</sup>, 表征了量子点的非对称性,  $V_0$  表示外加驱动场的振幅;  $w$  为电子(空穴)在两点之间的隧穿系数;  $U_1$  和  $U_2$  分别是点内和点间的库仑相互作用. 对于这个系统有四个可能的状态, 分别用  $|LL\rangle, |RR\rangle, |LR\rangle, |RL\rangle$  四个态矢表示. 图 1 给出了电子和空穴在双量子点中四个可能的状态, 这样系统的波函数可以用这四个基矢表示:

$$|\psi(t)\rangle = a_1(t)|LL\rangle + a_2(t)|RR\rangle + a_3(t)|LR\rangle + a_4(t)|RL\rangle \quad (2)$$

其中  $|LL\rangle$  和  $|RR\rangle$  表示两个局域态, 构成低能级子空间;  $|LR\rangle$  和  $|RL\rangle$  是两个非局域态, 构成高能级子空间. 这里  $a_1(t), a_2(t), a_3(t), a_4(t)$  满足薛定谔方程:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K - (E + V_0 \cos(\omega t)) & & & \\ & 0 & & \\ & & w_h & \\ & & & w_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

( $i=1, 2$ ),  $K = U_1 - U_2$ . 在此系统中当外场较小时, 电子和空穴的隧穿系数也很小, 库仑相互作用充当一个重要角色. 这时满足条件  $|K|$  远大于  $w_h$  和  $w_e$ , 在这个条件下  $a_3(t)$  和  $a_4(t)$  可以近似地表示为如下形式<sup>[8]</sup>:

$$\begin{aligned} a_3(t) &= \frac{w_h}{K} a_1(t) + \frac{w_e}{K} a_2(t) \\ a_4(t) &= \frac{w_e}{K} a_1(t) + \frac{w_h}{K} a_2(t) \end{aligned} \quad (4)$$

这样方程中  $a_3(t)$  和  $a_4(t)$  将被消除, 就转化成了一个二能级系统, 经过变换很容易得到方程

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(E + V_0 \cos(\omega t)) & \frac{2w_h w_e}{K} \\ \frac{2w_h w_e}{K} & +(E + V_0 \cos(\omega t)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

这里  $|a_i(t)|^2 = |b_i(t)|^2$  ( $i=1, 2$ ), 对于这个二能级系统, 库仑相互作用  $K$  被转移到了隧穿矩阵元, 可以看到库仑相互作用越强, 对激子局域化程度的影响就越大.

进一步变换, 在  $\omega \gg \left| \frac{2w_h w_e}{K} \right|$  条件下, 方程(5)可以表示为高频近似下的方程

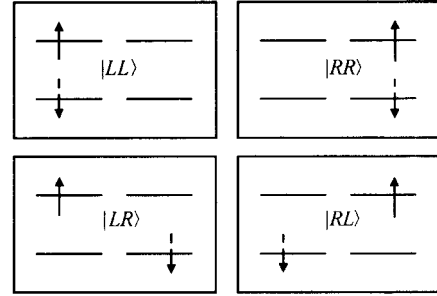


图 1 电子和空穴在双量子点中可能分布图. 在每一个分图中, 左边量子点用  $L$  表示, 右边量子点用  $R$  表示, 实线箭头表示电子, 虚线箭头表示空穴.

Fig. 1 Scheme of the electron and hole configuration in two quantum dots. In each panel, the left side corresponds to dot  $L$ , the right side to dot  $R$ . The solid arrows indicated the electron, the dotted ones indicated the hole.

$$\begin{pmatrix} 0 & w_h & w_e \\ K + (E + V_0 \cos(\omega t)) & w_e & w_h \\ w_e & 0 & 0 \\ w_h & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2w_h w_e}{K} J_n(x) \\ \frac{2w_h w_e}{K} J_n(x) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

这里  $|b_i(t)|^2 = |c_i(t)|^2$  ( $i=1, 2$ );  $J_n(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x \exp(i x \sin(\theta) - n\theta) d\theta$ ,  $x = \frac{V_0}{\omega}$ ,  $n = \frac{2E}{\omega}$ ,  $\theta = \omega t$ ,  $J_n(x)$  是  $n$  阶 Bessel 函数. 对于这个二能级系统, 由方程(6)可以看出: 在高频近似下 ( $\omega \gg \left| \frac{2w_h w_e}{K} \right|$ ), 当  $J_n(X_n) = 0$  ( $n=0, 1, 2, 3, \dots$ ), ( $X_n = \frac{V_0}{\omega}$ ,  $n = \frac{2E}{\omega}$ ) 即  $X_n$  是  $n$  阶 Bessel 方程的根时, 电子和空穴就会局域在一个量子点中, 且状态不随时间的变化而变化, 动态局域化现象发生.

### 3 数值计算

对于以时间  $T$  为周期的哈密顿量, 由 Floquet 理论知, 量子系统的态矢量可以表示为:  $|\phi(t)\rangle =$

$e^{-i t} |\phi(t)\rangle$ , 这里  $|\phi(t)\rangle = |\phi(t+T)\rangle$ ,  $|\phi(t)\rangle$  是 Floquet 态, 相应的  $\epsilon_l$  称为准能. 为了得到准能和 Floquet 态, 我们对角化一周期的时间演化因子  $U(T, 0)$ , 由于  $[H(t_1), H(t_2)] \neq 0$ , 只能用数值积分的方法求解时间演化方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} U(t, 0) = H(t) U(t, 0) \quad (7)$$

利用初始条件  $U(0, 0) = I_{4 \times 4}$ , 可以得到准能  $\epsilon_l$  和 Floquet 态  $|\phi_l(t)\rangle$ . 这样 Floquet 态  $|\phi_l(t)\rangle$  可以通过本征方程

$$\left[ H(t) - i \frac{\partial}{\partial t} \right] |\phi_l(t)\rangle = \epsilon_l |\phi_l(t)\rangle \quad (8)$$

得到. 在这里我们把准能  $\epsilon_l$  限定在第一 Brillouin 区  $[-0.5, 0.5]$ . 当外场绝热减小到零时, 能量本征值和准能的关系可以表示为:  $\epsilon_l^0 = E - l$ ; Floquet 态矢量和定态的本征矢量的关系可表示为:  $|\phi_l(t)\rangle = |\phi_l^0\rangle e^{i l t}$ , 指标  $l$  表示光子数. 为了使能量在第一 Brillouin 区, 必须把能量本征值减去  $l$  个光子的能量. 给出系统的初态  $|\psi(0)\rangle$ , 那么系统随时间的演化可以用 Floquet 态表示为<sup>[9]</sup>:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_l \exp(-i \epsilon_l t) |\phi_l(t)\rangle \langle \phi_l(0) | \psi(0) \rangle \quad (9)$$

这里讨论的系统是从初始状态  $|LL\rangle$  开始演化的, 图 2 给出了准能随外场的函数关系. 由理论分析得出, 当  $J_n(X_n) = 0$  时两准能交叉. 由图中可以看出,  $\epsilon_{1,7}$  和  $\epsilon_{2,7}$  随着外场的变化出现两个回避交叉点, 这正是  $n$  阶 Bessel 方程的两个根, 与理论分析相符. 然而, 在对称量子点中, 交叉点满足零阶 Bessel 方程  $J_0(X_0) = 0$ , 由此看到对称量子点和非对称量子点的交叉点情况不相同. 而  $\epsilon_{3,0}$  和  $\epsilon_{4,0}$  随外场的变化基本不变, 这说明激子的动力学行为主要发生在低能级子空间. 在双电子系统中, 由于电子之间的库仑力是相互排斥的, 所以它的局域化现象发生在高能级子空间.

为分析激子的局域化现象, 这里计算了局域态  $|LL\rangle$  的几率  $P_{LL} = |a_1(t)|^2$  和另一个局域态  $|RR\rangle$  的几率  $P_{RR} = |a_2(t)|^2$  来说明激子的动力学性质. 在图 3 中, 计算了不同的外场下  $P_{LL}$  和  $P_{RR}$  随时间的演化. 通过该图可以看到: 在准能的回避交叉点 (如图 3(c), (e)) ( $V_0 = 1.910, 3.452$ ), 激子的动力学性

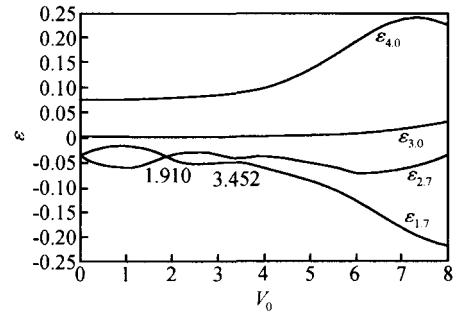


图 2 准能谱线随外场  $V_0$  的变化关系 其中参数的取值为:  $\gamma = 1, K = -6.5, E = 0.5, w_e = 0.4, w_h = 0.3$   
 Fig. 2 Floquet spectrum as a function of field strength of the ac field  $V_0$ . Where  $\gamma = 1, K = -6.5, E = 0.5, w_e = 0.4, w_h = 0.3$

质表现出特殊性, 初始局域在左边量子点的激子永远保持在其中, 量子隧穿得到抑制. 但是不在准能的交叉点处 (如图 3(a), (b), (d)), 量子隧穿现象就会出现. 由方程 (6) 可以看到当  $J_n(2V_0/\gamma) = 0$  时,  $\frac{d c_1(t)}{d t} = \frac{d c_2(t)}{d t} = 0$ , 初始条件为  $|c_1(0)|^2 = |a_1(0)|^2 = 1, |c_2(0)|^2 = |a_2(0)|^2 = 0$  且  $|c_2(t)|^2 = |a_2(t)|^2$ , 在以后的演化过程中, 态  $|LL\rangle$  和  $|RR\rangle$  出现的几率不随时间变化  $P_{LL} = |a_1(t)|^2 = 1$  而  $P_{RR} = |a_2(t)|^2 = 0$ , 电子和空穴局域在左边量子点中. 这正是数值计算的结果.

为了分析驱动场对这个量子系统的影响, 计算了处在局域态的总几率  $P_Q = |a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2$  和两个非局域态的总几率  $P_P = |a_3(t)|^2 + |a_4(t)|^2$ , 如图 4 所示. 由图可以看出: 在振幅较小的时候 ( $V_0 < |K|$ ) 这里  $|K| = 6.5$ , 激子处在低能级态的几率是  $P_Q \approx 1$ , 而处在高能级态的几率  $P_Q \approx 0$ . 这说明当驱动场振幅不太大时, 电子和空穴之间的库仑相互作用扮演着一个重要角色, 电子和空穴作为一个整体在两个量子点中隧穿, 不会分开; 当振幅较大时 ( $V_0 > |K|$ ), 电子和空穴的隧穿系数也变大, 这时电子和空穴不再是一个整体, 而是作为独立的粒子在量子点之间隧穿. 所以, 非局域态的几率  $P_P$  变大, 此时, 库仑相互作用的影响相对变弱, 这一结论在理论分析中也可以得到, 当外场很大时,  $|K|$  远大于  $w_h$  和  $w_e$  的条件就不满足, (4) 式的近似不成立, 就不能转化为二能级系统, 这时两个非局域态的出现几率较大, 不可忽略.

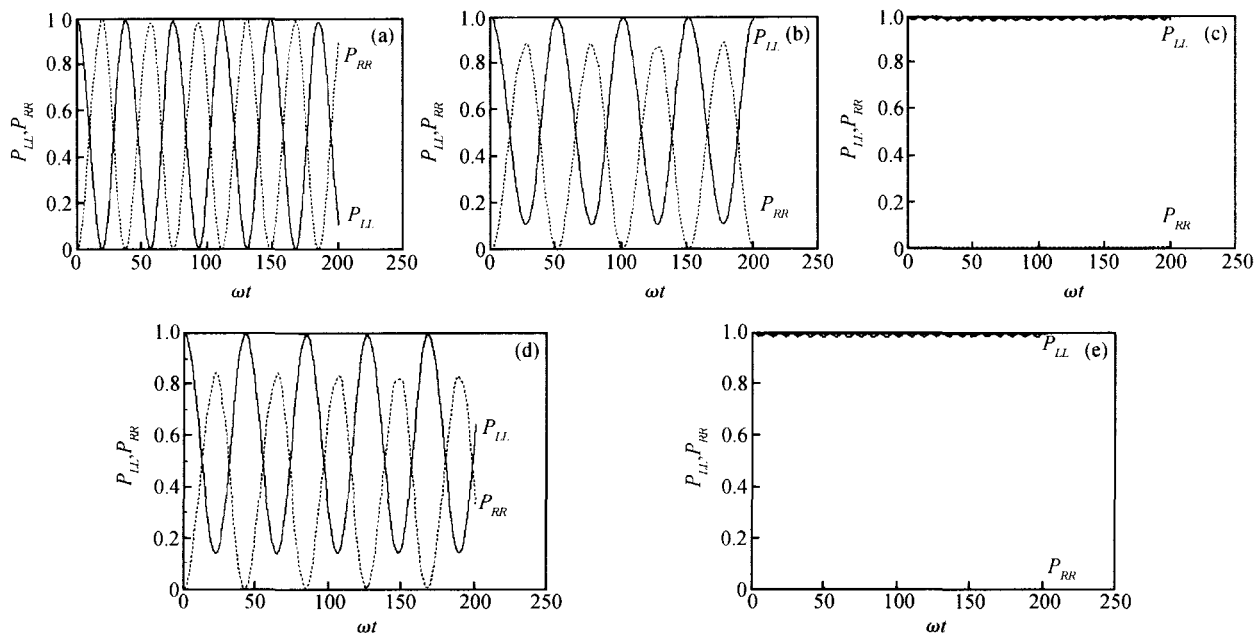


图 3 几率随时间的变化关系 实线表示处在  $|LL\rangle$  态的几率,点线表示处在  $|RR\rangle$  态的几率. 参数取值如下:  $\gamma = 1, K = -6.5, E = 0.5, w_e = 0.4, w_h = 0.3$  (a)  $V_0 = 0.4$ ; (b)  $V_0 = 1.6$ ; (c)  $V_0 = 1.91$ ; (d)  $V_0 = 2.9$ ; (e)  $V_0 = 3.452$

Fig. 3 Time evolution of the probabilities  $P_{LL}$  (solid lines) and  $P_{RR}$  (dashed lines) for the follow values of the strength of an ac field:  $\gamma = 1, K = -6.5, E = 0.5, w_e = 0.4, w_h = 0.3$  (a)  $V_0 = 0.4$ ; (b)  $V_0 = 1.6$ ; (c)  $V_0 = 1.91$ ; (d)  $V_0 = 2.9$ ; (e)  $V_0 = 3.452$

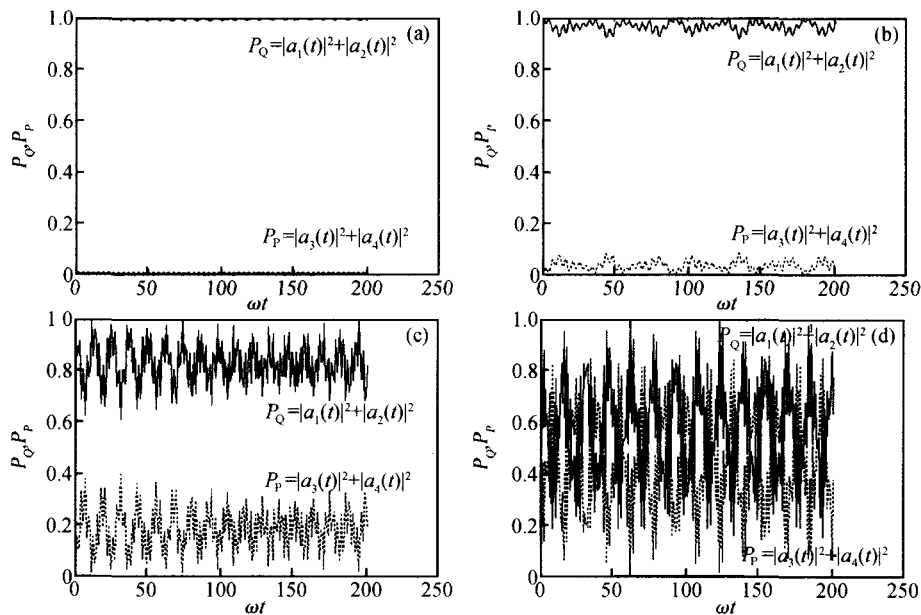


图 4 两局域态的总几率  $P_Q$  和两非局域态总几率  $P_P$  在不同的外场下随时间的变化关系 实线表示局域态的几率  $P_Q$ ,点线表示非局域态的几率  $P_P$ . 参数取值为:  $\gamma = 1, K = -6.5, E = 0.5, w_e = 0.4, w_h = 0.3$  (a)  $V_0 = 2.0$ ; (b)  $V_0 = 5.0$ ; (c)  $V_0 = 6.5$ ; (d)  $V_0 = 8.0$

Fig. 4 Time evolution of probabilities of the localized states  $P_Q$  (solid lines) and the delocalized states  $P_P$  (dashed line) for the following values of an ac field:  $\gamma = 1, K = -6.5, E = 0.5, w_e = 0.4, w_h = 0.3$  (a)  $V_0 = 2.0$ ; (b)  $V_0 = 5.0$ ; (c)  $V_0 = 6.5$ ; (d)  $V_0 = 8.0$

## 4 结论

本文研究了交变电场驱动下受限在非对称耦合量子点中的激子问题. 虽然在双量子点中的激子与双电子系统中库仑作用所起的作用相反, 而且在两个量子点中存在能量失谐, 但是准能随外场的变化仍然会出现回避交叉; 在准能的回避交叉点, 能够发生激子的动态局域化现象. 同时, 外场强度较小时, 这个量子系统可以用二能级理论来解释, 电子和空穴的动力学行为主要发生在两个低能级子空间, 电子和空穴作为一个整体在两个局域态之间隧穿; 随着外场的增大, 库仑相互作用的影响逐渐减弱, 电子和空穴不再是一个整体, 它们可以独立地在两个量子点之间隧穿. 这些计算结果有助于了解低维体系中激子的动力学性质, 并能在量子计算和信息处理中得到应用.

## 参考文献

[ 1 ] Grifoni M, Hänggi P. Driven quantum tunneling. *Physics Reports*, 1998, 304:229

- [ 2 ] Grossmann F, Dittrich T, Jung P, et al. Coherent destruction of tunneling. *Phys Rev Lett*, 1991, 67:516
- [ 3 ] Zhang P, Zhao X G. Quantum dynamics of a driven double quantum dot. *Phys Lett A*, 2000, 271:419
- [ 4 ] Zhang P, Zhao X G. Localization and entanglement of two interacting electrons in a double quantum dot. *Phys Conden Matter*, 2001, 13:8389
- [ 5 ] Zhang P, Zhao X G. The Floquet spectrum and dynamical localization of a two electron system driven by an alternating-current field. *Phys Conden Matter*, 2000, 12:2351
- [ 6 ] Liu Chengshi, Ma Benkun, Wang Limin. Dynamical localization of an exciton in double quantum dot molecule. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2003, 24(7):707 (in Chinese) [刘承师, 马本堃, 王立民. 双量子点分子中激子的动态局域化行为. *半导体学报*, 2003, 24(7):707]
- [ 7 ] Liu Chengshi, Ma Benkun, Wang Limin. Dynamic behaviours of an exciton confined in coupled quantum dots driven by an alternating current electrical field. *Acta Physica Sinica*, 2003, 52:2020 (in Chinese) [刘承师, 马本堃, 王立民. 交变电场驱动下耦合双量子点中激子的动力学行为. *物理学报*, 2003, 52:2020]
- [ 8 ] Liu Yushen, Chen Hao. Localization and entanglement of an exciton in a quantum dot molecule by an ac electric field. *Phys Lett A*, 2004, 324:235
- [ 9 ] Liu Yushen, Chen Hao. Dynamical localization in an asymmetric two-electron quantum dot molecule by an alternating-current electric field. *Chin Phys Lett*, 2004, 21:923

# Dynamical Localization of Exciton in Asymmetric Quantum Dots by Alternating-Current Electric Field

Liu Cande<sup>1</sup>, Su Xiyu<sup>1</sup>, Liu Yushen<sup>2</sup>, and Zhang Huiyun<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

(<sup>2</sup> Surface Physics Laboratory, Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract :** Dynamics of an exciton in asymmetric double coupled quantum dots with an ac-electric field are analyzed based on the two-level systems theory, and the conditions in which dynamical localization occurs is determined. Theoretical analysis shows that when the amplitude of the ac-field is small, the Coulomb interaction plays an important role and the electron and hole can't be divided. The dynamics of the exciton are mainly confined in a low-energy subspace. When the ratio of the amplitude and frequency is the root of the Bessel function, the electron and hole are localized in one dot. But when the amplitude of the ac-field is much larger, the electron and hole can be divided. The numerical results, based on Floquet theory, agree well with the theoretical analysis.

**Key words :** exciton; quantum dots; localization; quasienergy; Floquet states

**PACC :** 7340 G; 7335 G; 7135

**Article ID :** 0253-4177(2005)06-1135-05

Liu Cande male, was born in 1977, master candidate. He is working with the condensed matter theory.

Su Xiyu male, was born in 1961, professor. He is working on the condensed matter theory.

Liu Yushen male, was born in 1979, master candidate. He is working on quantum transportation.

Received 4 August 2004, revised manuscript received 17 November 2004

©2005 Chinese Institute of Electronics