第 24 卷第 9 期　　半　导　体　学　报　　Vol. 24, No. 9
2003 年 9 月　　CHINESE JOURNAL OF SEMICONDUCTORS　　Sep., 2003

一种基于二分搜索法的平面螺旋电感的快速优化技术

王　涛　王　勇　陈抗生

(浙江大学电子信息科学技术研究所, 杭州　310027)

摘要: 针对平面螺旋电感的物理模型和 Jenei 等提出的闭式电感公式, 提出了一种基于二分搜索法在工艺参数和工作频率确定的条件下快速优化电感版图参数的技术. 实验证明 Jenei 公式的计算速度比 Greenhouse 方法提高了大约两个数量级并且能够提供相当的精度. 对 Jenei 公式进一步数学分析证明在工艺参数和工作频率确定的条件下可以用二分搜索法快速地找出满足电感值和其他约束条件的所有版图参数, 并从中选出 Q 值最大的一组. 实验证明该法能够提供足够的精度和较快的优化速度.

关键词: 平面螺旋电感; 射频集成电路; 微波无源电感

EEACC: 2140; 1350; 2570

中图分类号: TN43　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 0253-4177(2003)09-0999-06

1　引言

低成本、低功耗的射频集成电路要求直接在硅片上集成电感元件. 平面螺旋电感和压焊线电感是两种可能的实现方式. 与压焊线电感相比, 平面螺旋电感具有明显的优点[1], 成为首选的实现方式. 然而, 在射频工作频段, 趋肤效应和线圈与 Si 衬底的强烈耦合会引起严重的损耗, 这使得电感的品质因数显著下降[2]. 改进工艺条件可以显著地提高性能[3~5], 但是改进的工艺往往和 CMOS 工艺不兼容, 付出的代价是相当大的. 如果对电感的性能要求并不苛刻, 优化电感的参数设计则是更方便快捷、代价更低的提高性能的方法.

Yue 提出的螺旋电感的参数提取模型[6]具有各寄生参数物理意义明确的突出优点, 因此基于这种模型计算出的等 Q 线成为工程设计人员寻求最佳 Q 值的一种主要设计手段. 然而, 等 Q 线的设计效率十分低下. 针对这一问题, 文献[7]将遗传算法运用于电感的优化设计中, 使得在工艺参数、版图参数、工作频率的很大的变化范围内能高效灵活地寻找出 Q 值最优的设计方案.

然而, 注意到大多数集成电路的设计都是在选定工艺参数和工作频率的条件下进行的, 文献[8]提出了一种在工艺参数和工作频率确定的条件下优化电感版图参数的技术. 该技术使用 Greenhouse 方法[9]计算电感值, 并且使用顺序搜索法来找出满足电感值以及其他约束条件的所有版图参数, 然后从中选取 Q 值最大的一组. 然而, Greenhouse 方法和顺序搜索法的效率都比较低, 所以该方法的优化速度较慢.

为了快速地优化电感的版图参数, 本文根据 Jenei 等人提出的闭式的电感公式[10], 提出了一种基于二分搜索法在工艺参数和工作频率确定的条件下快速优化电感版图参数的技术. 本文第 2 部分简单地描述了电感物理模型和各个电路参数的提取公式, 第 3 部分用大量的实验证明了 Jenei 公式的计算速度比 Greenhouse 方法提高了大约两个数量级, 而且精度与 Greenhouse 方法相当. 第 4 部分的数学分析证明可以用二分搜索法(BSA)快速地找出满足电感值和其它约束条件的所有版图参数, 并从中选出 Q 值最大的一组. 一些对比实验证明 BSA 的搜索速

王　涛　男, 硕士研究生, 主要研究方向是射频和微波集成电路.

陈抗生　男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向是微波、毫米波与光导波技术及射频和微波集成电路.

2002-10-31 收到, 2003-02-27 定稿

©2003 中国电子学会

度比顺序搜索法提高了大约三个数量级, 而且精度相当. 第 5 部分用一些优化实例证明了本方法能够提供足够的精度和较快的优化速度. 第 6 部分作了一些总结.

2 物理模型及其参数提取公式

图 1 给出了 Yue 提出的平面螺旋电感的物理模型[6]. L_s 描述了线圈的电感, R_s 描述了线圈的趋肤效应, C_{ox}、C_{Si}、R_{Si}描述了线圈与衬底的电容耦合及其损耗效应, C_s 描述了线圈与一端引出线之间的电容耦合效应.

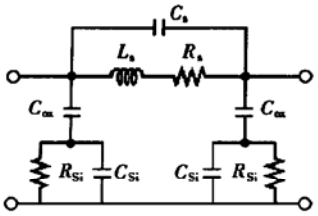

图 1 平面螺旋电感等效电路

Fig. 1 Equivalent circuit for planar spiral inductor

我们使用 Jenei 等人提出的闭式的电感公式[10]来计算 L_s, 以下为 Jenei 公式:

$$L_s = L_{self} + M^- + M^+$$

$$= \frac{\mu}{2\pi} l \left(\ln \frac{l}{n(w+t)} - 0.2 \right) - 0.47 \frac{\mu}{2\pi} l n + \frac{\mu}{2\pi} l (n-1) \left(\ln \left(\sqrt{1 + \left(\frac{l}{4nd^+} \right)^2} + \frac{l}{4nd^+} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{4nd^+}{l} \right)^2} + \frac{4nd^+}{l} \right)$$

$$l = (4n+1) d_{in} + (4N_i + 1) N_i (w+s)$$

$$d^+ = (w+s) \frac{(3n - 2N_i - 1)(N_i + 1)}{3(2n - N_i - 1)}$$

其中 n 为线圈圈数, 它可以有小数部分, 但必须是 0.25 的倍数; N_i 是它的整数部分; w 为线宽; s 为线距; d_{in}为内径; l 为线圈总长; t 为金属厚度.

以下的公式给出了其余各电路参数的提取公式:

$$R_s = \frac{\rho l}{w t_{eff}}$$

$$t_{eff} = \delta (1 - e^{-t/\delta})$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu f}}$$

$$C_s = N_i w^2 \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox12}}$$

$$C_{ox} = \frac{1}{2} lw \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}}$$

$$C_{Si} = \frac{1}{2} lw C_{sub}$$

$$R_{Si} = \frac{2}{lw G_{sub}}$$

其中 δ 为金属趋肤深度; t_{ox12}为金属层间距; t_{ox}为氧化层厚度; ρ为金属电阻率; μ 为金属磁导率; ε_{ox}为氧化层介电常数; C_{sub}为衬底单位面积电容; G_{sub}为衬底单位面积电导; f 为工作频率. C_{sub}、G_{sub}仅跟衬底的材料与厚度有关, 它们是根据实测数据拟合得到的[11].

将电感的一端接地后, 电感的 Q 值可以用以下公式求出[8]:

$$Q = \frac{\omega L_s}{R_s} \times \frac{R_p}{R_p + [(\omega L_s / R_s)^2 + 1] R_s} \times [1 - (C_p + C_s)(\omega^2 L_s + R_s^2 / L_s)]$$

$$R_p = \frac{1}{\omega^2 C_{ox}^2 R_{Si}} + \frac{R_{Si}(C_{ox} + C_{Si})^2}{C_{ox}^2}$$

$$C_p = C_{ox} \frac{1 + \omega^2 (C_{ox} + C_{Si}) C_{Si} R_{Si}^2}{1 + \omega^2 (C_{ox} + C_{Si})^2 R_{Si}^2}$$

3 Jenei 公式与 Greenhouse 方法的比较

Jenei 公式也是通过物理分析推导而来的, 它和 Greenhouse 方法的主要区别在于它是通过计算电感的所有线段的平均自感和平均互感来计算 L_s 的, 而 Greenhouse 方法则是通过叠加所有线段的自感和互感来计算 L_s 的. 显然 Jenei 公式更方便快捷, 而且文献[10]中用大量的实验证明了 Jenei 公式比以往提出的闭式电感公式都精确, 然而, 文献[10]并没有比较 Jenei 公式和 Greenhouse 方法的精确度和运算速度.

我们根据文献[11]中提供的大量电感的版图参数以及实测得到的电感值, 分别用 Greenhouse 方法和 Jenei 公式来计算它们的电感值, 并记录这两种方法的运算时间以及相对于实测值的误差, 以此来比较 Greenhouse 方法和 Jenei 公式的精度及其运算速度. 以上实验是在工作频率为 366MHz 的 PC 机上进行的, Greenhouse 方法和 Jenei 公式都是用 C 语言实现的.

实验证明, Greenhouse 方法的运算时间随 n 的

增大以抛物线趋势递增, 和 w 、s 、d_{in}没有明显的关系; 而 Jenei 方法的运算时间和 n 、w 、s 、d_{in}都没有关系, 在所有的测试实验中几乎恒定, 大约为 0.01ms. 图 2 显示了两种方法的运算时间与 n 的函数关系. 因为 Greenhouse 方法需要累加计算 $4n$ 次自感 、$2n^2$ 次负互感以及 $2n(n-1)$ 次正互感, 而每次计算所花的时间几乎相等, 所以 Greenhouse 的运算时间随 n 的增加成抛物线趋势递增; 而 Jenei 方法对于任何一组 n 、w 、s 、d_{in}都只需计算一次就能得到结果, 所以 Jenei 方法的运算时间几乎是恒定的. Greenhouse 方法的运算时间大多都在 1ms 以上, 因此, Jenei 方法的运算速度比 Greenhouse 方法提高了大约两个数量级.

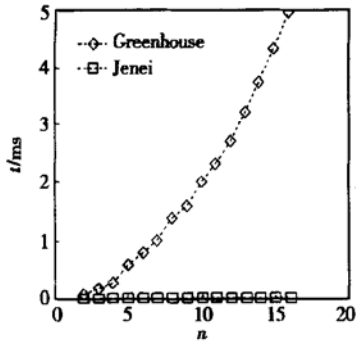

图 2　Jenei 公式与 Greenhouse 方法的运算时间随 n 的变化比较图

Fig. 2　Running times with n for Jenei' s formula and Greenhouse method

图 3 显示了两种计算结果对实测数据的相对误差的分布. 图中任意一点的横坐标代表一个相对于实测数据的相对误差, 纵坐标代表计算误差大于该相对误差的电感占所有电感数量的百分比. 从该图中我们可以发现, Greenhouse 方法的计算精度比

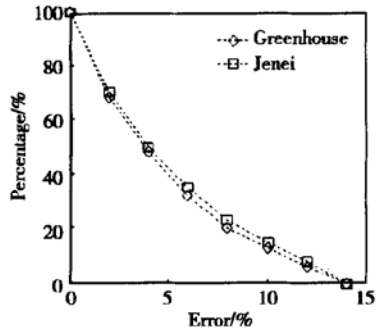

图 3　Jenei 公式与 Greenhouse 方法的计算误差分布图

Fig. 3　Error distributions for Jenei' s formula and Greenhouse method

Jenei 公式的高一些, 但是差距不大. 由图可知, 两种方法的 50% 的计算结果的误差都小于 4%, 而 80% 的计算结果的误差都小于 8%, 所以, 两种方法都能够提供足够的精确度. 两种方法的最大误差都在 14% 左右, 这可能是由于以上文献中提供的某些数据误差较大引起的[11].

4　优化方法的推导及其实验分析

我们可以将 Jenei 公式表示成以下形式:

$$L_s = \frac{\mu}{2\pi} l L_{perlength}$$

$$L_{perlength} = \left(\ln \frac{l}{n(w+t)} - 0.2 \right) - 0.47n + (n-1)\left(\ln \left(\sqrt{1+\left[\frac{l}{4nd^+}\right]^2} + \frac{l}{4nd^+} \right) - \sqrt{1+\left[\frac{4nd^+}{l}\right]^2} + \frac{4nd^+}{l} \right)$$

当 n 、w 、s 取定后, d^+ 也取定了, 而 t 是固定的工艺参数, 这时只有 l 可变. 由于 $l>0$, $L_s>0$, 所以 $L_{perlength}>0$. 将 L_s 对 l 取微分可得:

$$\frac{dL_s}{dl} = \frac{\mu}{2\pi} l \frac{dL_{perlength}}{dl} + \frac{\mu}{2\pi} L_{perlength}$$

而

$$\frac{dL_{perlength}}{dl} = \frac{1}{l} + \frac{(n-1)}{4nd^+} \times \frac{\sqrt{1+(l/4nd^+)^2}-1}{(l/4nd^+)^2}$$

显然 $\frac{dL_{perlength}}{dl} > 0$, 所以 $\frac{dL_s}{dl} > 0$, 于是 L_s 随 l 单调递增. 由于此时 l 随着 d_{in}单调递增, 所以 L_s 随着 d_{in}单调递增.

根据以上的数学分析, 在 n 、w 、s 取定的条件下, 如果已知 d_{in}的上界 DMAX 、下界 DMIN 以及要求的搜索精度 ACCUR, 我们可以利用 BSA 快速地找到使 $L_s = L_0$ 的 d_{in}. 下面的一段类 C 语言描述了 BSA.

```
float BSA _ SEARCH(L0, n, w, s)
{ float dmin, dmax;
  dmin = DMIN; dmax = DMAX;

  if (dmin, n, w, s 对应的Ls 大于 L0 或
      dmax, n, w, s 对应的Ls 小于 L0)
return din不存在;
```

```
while( d_max - d_min > ACCUR)
{ if( d_min, n, w, s 对应的 L_s 等于 L_0)
    return d_min;

  if( d_max, n, w, s 对应的 L_s 等于 L_0)
    return d_max;

  d_avg = ( d_min + d_max) / 2;

  if( L_0 小于 d_avg, n, w, s 对应的 L_s)
    d_max = d_avg;

else if ( L_0 大于 d_avg, n, w, s 对应的 L_s)
     d_min = d_avg;

  else return d_avg;
}
return d_avg; }
```

由于 RFIC 使用的平面螺旋电感是一种集总式的电路元件, 所以电感的外径必须比工作频率对应的波长小得多. 一般来说, 电感的外径应该小于工作波长的 1/10[12]. 另外, 电感是 RFIC 中占用面积最大的元件, 设计指标一般都对电感的外径有最大值的限定. 所以 DMAX 可以由电感外径的最大值来确定.

我们再次根据文献[11]中提供的大量的电感数据, 假定在 n、w、s、t 已知的条件下, 用文献[8]中的顺序搜索法和 BSA 分别根据实测电感值搜索 d_{in}, 并记录两种方法的运算时间以及相对于实际值的误差, 以此来比较文献[8]中的顺序搜索法和 BSA 的速度与精度. 以上实验同样是在工作频率为 366MHz 的 PC 机上进行的, 两种方法都是用 C 语言实现的, 其中 DMIN= 0μm, DMAX= 500μm, ACCUR= 1μm.

实验证明, BSA 的搜索时间几乎是恒定的, 大约为 0.1ms, 而顺序搜索时间随着 n 和 d_{in} 的增大而增大, 且最少需要 10ms 的搜索时间. 图 4 和图 5 分别显示了两种方法的运算时间随着 n 和 d_{in} 的变化情况. 因为 BSA 一般需要计算 $\log_2((DMAX-DMIN)/ACCUR)$ 次 L_s 才能找到 d_{in}, 而且每次计算的时间几乎恒定, 所以 BSA 用时几乎恒定; 而顺序搜索法则需要计算 $(d_{in}-d_{min})/ACCUR$ 次 L_s, 且每次计算时间随 n 增大而增加, 所以用时随 n 和 d_{in} 增大而增加. 一般来说, d_{in} 都大于 50μm, 而 DMAX= 500μm, DMIN= 0μm, ACCUR= 1μm 时, BSA 一般需要计算 9 次 L_s, 由上节可知每次计算需要 0.01ms, 所以 BSA 每次搜索耗时大约为 0.1ms. 而顺序搜索需要多于 50 次才能找到 d_{in}, 且由上节可知, Greenhouse 方法的计算时间比 Jenei 方法慢 2 个数量级以上, 所以 BSA 的搜索速度比顺序搜索快 3 个数量级以上.

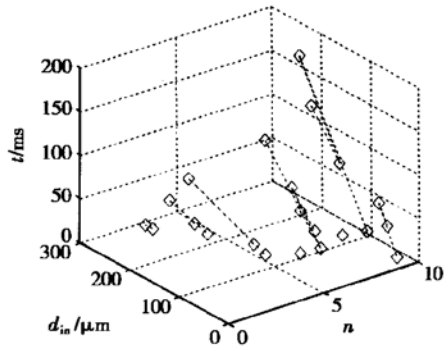

图 4 顺序搜索法用时与 n、d_{in}的关系

Fig. 4 Running times with n and d_{in} for incremental search algorithm

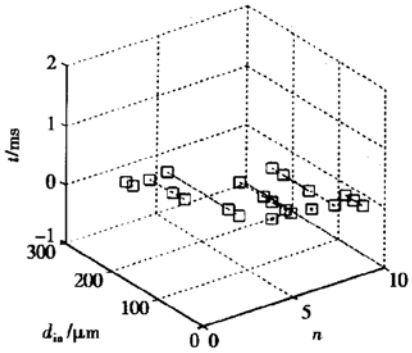

图 5 BSA 用时与 n、d_{in}的关系

Fig. 5 Running times with n, d_{in} for BSA

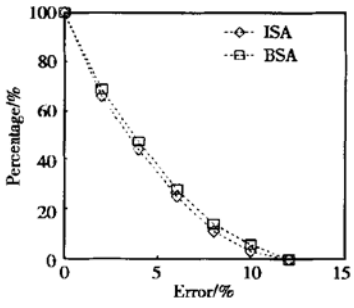

图 6 两种方法的误差分布图

Fig. 6 Error distributions for two methods

图 6 显示了两种方法的误差分布图. 由图中可

知, 文献[8]的顺序搜索法精度稍好, 但相差不大.

整体的优化方法可以用类 C 语言描述如下, 其中 Conditions 代表了其他的约束条件, 例如 R_s< 15, C_s< 30fF 等等.

```
ALGORITHM OPTIMIZE(L0, Conditions)
{
  float best_Q, best_w, best_s,
        best_n, best_din;
  float n, w, s, din;
best_Q= 0;
best_w= 0; best_s= 0;
best_n= 0; best_din= 0;

for(n= NMIN; n<= NMAX; n+= NSTEP)
  for(w= WMIN; w<= WMAX; w+= WSTEP)
    for(s= SMIN; s<= SMAX; s+= SSTEP)
  {
      din= BSA_SEARCH(L0, n, w, s);
      if(no din exist) continue;
    if(din, n, w, s 满足 Conditions)
    {
      计算 din, n, w, s 对应的Q;
      if(该 Q 大于 best_Q)
        { best_Q= Q;
          best_n= n;
          best_w= w;
          best_s= s;
          best_din= din; }
          }}}
```

5　优化实例

为了验证 BSA 算法能提供较快的优化速度和足够的精度, 我们用 BSA 来优化文献[7]中的一个实例: 设计一个电感量为 8nH, 最大面积不超过 400μm × 400μm, 且工作在 1.6GHz 的平面螺旋电感. 设计的工艺条件是: 金属线条厚度 t= 2μm, 氧化层的厚度 t_{ox}= 5μm, 两层金属间距 t_{ox12}= 1μm, 衬底的电阻率 ρ_{Si}= 10Ω·cm, 所用金属材料是 Al. BSA 算法的参数设置为 NMIN= 1, NMAX= 20, NSTEP= 0.25, WMIN= 1μm, WMAX= 20μm, WSTEP= 1μm, SMIN= 1μm, SMAX= 20μm, SSTEP= 1μm, DMIN= 0μm, DMAX 满足面积最大值, 而搜索精度 ACCUR= 1μm. 当 w= 15μm, s= 5μm 时, 文献[7]中提供的遗传算法的最优结果是 d_{out}= 300μm, Q= 5.24, 而 BSA 优化算法的最优结果是 d_{out}= 301μm, Q= 5.21. 当 w、s、n、d_{out}都可变时, 文献[7]中提供的遗传算法的最优结果是 w= 12.2μm, s= 3.2μm, d_{out}= 344.7μm, n= 4, Q= 5.8, 而 BSA 算法的优化结果是 w= 13μm, s= 3μm, d_{out}= 343.3μm, n= 4, Q= 6.0. 可见, BSA 算法的优化结果与遗传算法是非常接近的, 误差都在 5% 以内, 这说明 BSA 算法能够提供足够的精度. 在工作频率为 366MHz 的 PC 机上实验时, BSA 方法分别用了 14ms 和 7s.

为了比较 BSA 算法与文献[8]的算法的速度和精度, 我们分别用这两种方法来优化文献[8]中的一个实例: 设计工作在 2GHz 的 10nH 的电感, s= 4μm, 使用 Al 金属, 采用文献[6]中的工艺参数, 而 BSA 的参数设置与上例相同, 文献[8]中的算法使用与 BSA 相同的参数设置. 文献[8]给出的结果是 d_{out}= 306μm, Q= 3.9, 而采用 BSA 的优化结果是 d_{out}= 299μm, Q= 3.9. 可见, BSA 算法的优化结果与文献[8]算法也是非常接近的, 误差都在 5% 以内. 在工作频率为 366MHz 的 PC 机上实验时, BSA 的运行时间大约为 1s, 而文献[8]中的方法需要大约 45s. 可见 BSA 方法确实能够提供与文献[8]中的方法相当的精度和更快的速度.

6　结论

基于电感的物理模型, 本文通过分析 Jenei 等人提出的电感公式, 提出了利用 BSA 快速优化电感版图参数的方法, 并通过实验证明本方法能够提供较快的优化速度和足够的精度.

参考文献

[1] Lee T H. The design of CMOS radio frequency integrated circuits. Cambridge University Press, 1998

[2] Burghartz J N. Progress in RF inductors on silicon-understanding substrate losses. In: Tech Dig Int Electron Devices Meeting(IEDM), 1999: 523

[3] Zu L, Lu Y, Frye R C, et al. High Q-factor inductors integrated on MCM Si substrates. IEEE Trans Compon Packag, Manuf Technol B, 1996, 19(3): 635

[4] Nguyen N M, Meyer R G. Si IC-compatible inductors and LC

passive filters. IEEE J Solid-State Circuits, 1990, 25(4): 1028

[5] Chang J Y C, Abidi A A. Large suspended inductors on silicon and their use in a 2μm CMOS RF amplifier. IEEE Electron Device Lett, 1993, 14(5): 246

[6] Yue C P, Ryu C, Lau J, et al. A physical model for planar spiral inductors on silicon. Int Electron Devices Meeting Tech Dig, 1996: 155

[7] Lin Min, Li Yongming, Chen Hongyi. An optimization technique for planar spiral inductor based on the inductor's physical model and genetic algorithm. Chinese Journal of Semiconductors, 2001, 22(7): 897(in Chinese) [林敏, 李永明, 陈弘毅. 一种基于物理模型与遗传算法的平面螺旋电感的优化技术. 半导体学报, 2001, 22(7): 897]

[8] Post J E. Optimizing the design of spiral inductors on silicon. IEEE Trans Circuits Sys Ⅱ, 2000, 47(1): 15

[9] Greenhouse H M. Design of planar rectangular microelectronic inductors. IEEE Trans Parts, Hybrids, Pack, 1974, 10(2): 101

[10] Jenei S, Nauwelaers B K J C, Decoutere S. Physics-based closed-form inductance expression for compact modeling of integrated spiral inductors. IEEE J Solid-State Circuits, 2002, 37(1): 77

[11] Mohan S S, Hershenson M M, Boyd S P, et al. Simple accurate expressions for planar spiral inductances. IEEE J Solid-State Circuits, 1999, 34(10): 1419

[12] Long J R, Copeland M A. The modeling, characterization, and design of monolithic inductors for silicon RF IC's. IEEE J Solid-State Circuits, 1997, 32(3): 357

A Fast Optimizing Technique for Planar Spiral Inductors Based on Binary Search Algorithm

Wang Tao, Wang Yong and Chen Kangsheng

(Institute of Electronic Information Science and Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: According to the physical model of planar spiral inductor and a closed-form inductance expression proposed by Jenei *et al.*, a technique based on binary search algorithm is presented for fast optimizing layout parameters of inductors when technology parameters and working frequency are fixed. First, many experiments prove that Jenei's formula can enhance the computing speed two magnitude order higher than Greenhouse method while yielding a comparable accuracy. Mathematical analysis to Jenei's formula further shows that when technology parameters and working frequency are fixed, BSA can be used to search out all layout parameters satisfying the inductance and other constraints, and the one with the largest Q can be identified. Experiments show that the above technique can yield a sufficient accuracy and run quickly.

Key words: planar spiral inductor; RF IC; microwave passive inductor

EEACC: 2140; 1350; 2570

Article ID: 0253-4177(2003)09-0999-06

Wang Tao male, graduate student. His current research interests include RF and microwave integrated circuits.

Chen Kangsheng male, professor. His research interests focus on guided wave technology, RF and microwave integrated circuits.

Received 31 October 2002, revised manuscript received 27 February 2003 ©2003 The Chinese Institute of Electronics