

光注入 MQW 半导体激光器分岔及其动力学稳定性

颜森林[†]

(南京晓庄学院物理系, 南京 210017)

摘要: 研究外部光注入多量子阱激光器四维系统动力学行为及其分岔, 数值模拟了外部光注入光强度、频差以及激光器线宽增强参数、驱动电流对分岔的影响, 分别得到激光由分岔、周期、多周期进入混沌的过程以及激光混沌频谱. 给出了多量子阱激光器静态锁模最大频域公式, 导出了注入多量子阱激光器四维系统的一次近似下扰动方程和本征值方程及解, 给出了该系统的 Hopf 分岔条件, 理论和数值分析了系统的动力学稳定性行为, 并进一步模拟得出激光单周期、双周期、六周期时振荡频率等值.

关键词: 多量子阱激光器; 分岔; 稳定性; 混沌

EEACC: 4320J; 4250; 2520

中图分类号: TN302

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2006)05-0910-06

1 引言

注入锁模半导体激光器的研究始于 20 世纪 80 年代, 已有大量的实验和理论报道^[1,2], 它们主要涉及到锁模区域、稳定性、噪声、调制、单模注入锁模、光频转换、微波信号发生等^[3,4]. 最近对注入锁模激光器的动力学特性研究也有相当多的报道, 许多预言和实验都提出了注入锁模激光器通过双周期分岔并能够产生混沌现象, 但它们大多数是半导体激光三维系统^[3-6], 而对多量子阱(MQW)激光器^[7-9]研究分岔和混沌现象研究还不多见.

本文主要研究外部光注入锁模渐变折射率分别限制型(graded index separate confinement, GRIN-SCH)结构单模多量子阱(multi-quantum-well)激光二极管(LD)^[6,10]的分岔、混沌现象.

2 模型

注入-锁模激光系统是由主(M)激光器和副(S)激光器组成, 如图 1 所示. 激光器是 GRIN-SCH 结构单模多量子阱激光二极管, 由势垒层(QW's)和有源势阱层(SCH)构成, N_B 和 N 分别表示两层的载流子数. M-LD 注入相干光场进入 S-LD 中驱动激光到锁模、分岔、混沌等状态. 设 M-LD 光场是 $E_m(t) \exp\{-j[\omega_m t + \phi_m(t)]\}$, S-LD 光场是 $E(t) \exp\{-j[\omega t + \phi(t)]\}$, 在有 M-LD 光场注入下的

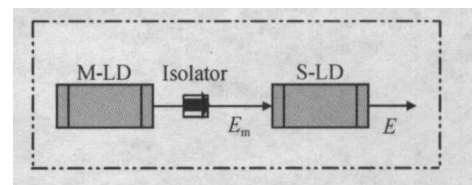


图 1 注入激光器系统模块

Fig. 1 Schematic of injection laser

S-LD 激光光场速率方程为^[6-10]

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} (G - \gamma) E + \frac{k}{L} E_m \cos(\omega_m t - \omega t) \quad (1)$$

$$\frac{dN_B}{dt} = -\frac{1}{\tau_B} N_B + \frac{k}{L} \frac{E_m}{E} \sin(\omega_m t - \omega t) \quad (2)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\tau_N} N - \frac{1}{\tau_B} N_B + \frac{1}{\tau_N} N \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\tau_N} N - (c + \gamma_B) N - G V_p E^2 \quad (4)$$

其中 $\phi_m - \phi = \omega_m t - \omega t$, $E_m(t)$ 和 $E(t)$ 都是慢变场振幅, $\omega = \omega_R - \omega_m$ 是主激光器激光和副激光器中心频率的频差; 非线性模式增益 $G = [(\gamma_0 \gamma_g) / (1 + E^2 / E_s^2)] \lg\{(N + N_s) / (N_{th} + N_s)\}$, γ_0 是线性增益常数, $\gamma = \gamma_r / V_p$ 是压缩和限制因子, V 是激光腔体积, V_p 是激光模式体积, E_s 是饱和光子场强, $N_s = n_s V$ 是光子场饱和时的载流子数, n_s 是它的密度, $N_{th} = n_{th} V$ 是 SCH 层激光为取得透明所需要的载流子值, n_{th} 是它的密度; $\gamma = \gamma_g (\gamma_m + \gamma_{im})$ 是光子损耗速率, γ_g 是激光腔内光子的群速, γ_m 是腔内光子

[†] 通信作者. Email: senlinyan@163.com

2005-08-17 收到, 2005-12-20 定稿

损耗, γ_{int} 是腔外光子损耗; γ_c 是线宽增强因子; $\tau_L = 2 n_g L / c$ 是光在激光腔长 L 内的往返时间, c 是真空中光速, $n_g = c / v_g$ 是群速度折射率; k 是注入指数; η_i 是量子效率, I 是激光驱动电流, q 是单位电荷; B_{BQ} 和 B_{QB} 分别是载流子从 SCH 输送到 QW 和从 QW 输送到 SCH 的速率指数; $\gamma_c = A_{nr} + B(N/V) + C(N/V)^2$ 是 SCH 层载流子非线性损耗速率, A_{nr} 是非辐射复合速率, B 是辐射复合因子, C 是俄歇复合因子.

3 动力学稳定性特性分析

3.1 静态锁模

由 (1) ~ (4) 式可得激光稳定态方程组:

$$\frac{1}{2} (G_0 - \gamma_c) E_0 + \frac{k}{L} E_m \cos(\omega t - \phi_0) = 0 \quad (5)$$

$$-\gamma_c + \frac{1}{2} \gamma_c (G_0 - \gamma_c) + \frac{k}{L} \times \frac{E_m}{E_0} \sin(\omega t - \phi_0) = 0 \quad (6)$$

$$\eta_i \frac{I}{q} - B_{BQ} N_{B0} + B_{QB} N_0 = 0 \quad (7)$$

$$B_{BQ} N_{B0} - (\gamma_{e0} + \gamma_{QB}) N_0 - G_0 V_p E_0^2 = 0 \quad (8)$$

式中 E_0, ϕ_0, N_{B0}, N_0 是 S-LD 在稳定态时的不动点; G_0, γ_{e0} 是在稳定态时的对应于物理量 G, γ_c 的值. 令 $\gamma_c = k E_m / L E_0$, 由 (5) 和 (6) 式可得

$$\gamma_c = (\sin \phi_0 + \gamma_c \cos \phi_0) \quad (9)$$

即有

$$\gamma_c = \gamma_{cm} + \sqrt{1 + \gamma_{cm}^2} \sin(\phi_0 + \arctg \gamma_{cm}) \quad (10)$$

静态最大锁模频域为

$$\omega / \omega_0 |_{\max} = \sqrt{1 + \gamma_{cm}^2} \quad (11)$$

对应的相位关系域是 $\arctg \gamma_{cm} - \pi/2 \sim \arctg \gamma_{cm} + \pi/2$, 这和一般半导体激光器三维速率方程得到的静态锁模结论是一致的.

3.2 动力学稳定性理论分析

耗散系统具有混沌特征必须是以系统发生失稳为前提(充分条件), 即耗散系统的非稳定性条件或者远离平衡条件才有可能产生混沌现象, 或经过多次分岔进入混沌. 现对方程组 (1) ~ (4) 系统进行稳定性和动力学行为分析. 令: $E(t) = E_0 + E(t)$, $\phi(t) = \phi_0 + \phi(t)$, $N(t) = N_0 + N(t)$, 则有

$$\begin{aligned} & G(N_0 + N, E_0 + E) \\ & G_0(N_0, E_0) + G_N N + G_E E \\ & \gamma_c(N_0 + N) - \gamma_{e0}(N_0) + e_N N \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} G_E &= \left. \frac{\partial G}{\partial E} \right|_{N=N_0, E=E_0} \\ &= (g_0 v_g) \frac{-2 E_0 / E_c^2}{(1 + E_0^2 / E_c^2)^2} g \frac{N_0 + N_s}{N_{th} + N_s} \\ G_N &= \left. \frac{\partial G}{\partial N} \right|_{N=N_0, E=E_0} \\ &= (g_0 v_g) \frac{1}{(1 + E_0^2 / E_c^2)} \times \frac{N_{th} + N_s}{N_0 + N_s} \\ e_N &= \left. \frac{\partial \gamma_c}{\partial N} \right|_{N=N_0} = \frac{B}{V} + 2C \frac{N_0}{V^2} \end{aligned}$$

一次近似下的扰动方程为

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} E \\ N_B \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ N_B \\ N \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中

$$A_{11} = \frac{1}{2} (G_0 - \gamma_c + E_0 G_E)$$

$$A_{12} = \frac{k}{L} E_m \sin(\omega t - \phi_0)$$

$$A_{13} = 0$$

$$A_{14} = \frac{1}{2} E_0 G_N$$

$$A_{21} = \frac{1}{2} \gamma_c G_E - \frac{k}{L} \times \frac{E_m}{E_0} \sin(\omega t - \phi_0)$$

$$A_{22} = -\frac{k}{L} \times \frac{E_m}{E_0} \cos(\omega t - \phi_0)$$

$$A_{23} = 0$$

$$A_{24} = \frac{1}{2} \gamma_c G_N$$

$$A_{31} = 0$$

$$A_{32} = 0$$

$$A_{33} = -B_{BQ}$$

$$A_{34} = B_{QB}$$

$$A_{41} = -2 G_0 V_p E_0 - V_p E_0^2 G_E$$

$$A_{42} = 0$$

$$A_{43} = B_{BQ}$$

$$A_{44} = -\gamma_{e0} - B_{QB} - N_0 e_N - V_p E_0^2 G_N$$

设方程 (12) 的本征值为 λ , 其本征值方程为

$$\lambda^4 + b_1 \lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_3 \lambda + b_4 = 0 \quad (13)$$

其中

$$b_1 = -(A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44})$$

$$\begin{aligned} b_2 &= (A_{11} A_{44} - A_{12} A_{21} - A_{34} A_{43} + A_{22} A_{33} + \\ & A_{33} A_{44} + A_{11} A_{22} + A_{22} A_{44} + \\ & A_{11} A_{33} - A_{41} A_{14}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3 &= (A_{21} A_{12} A_{33} + A_{21} A_{12} A_{44} - A_{11} A_{22} A_{44} - \\ & A_{11} A_{33} A_{44} + A_{11} A_{34} A_{43} - A_{22} A_{33} A_{44} + \\ & A_{22} A_{34} A_{43} + A_{41} A_{14} A_{33} - A_{41} A_{12} A_{41} + \\ & A_{41} A_{22} A_{14} - A_{11} A_{22} A_{33}) \end{aligned}$$

$$b_4 = (A_{11} A_{22} A_{33} A_{44} - A_{11} A_{22} A_{34} A_{43} - A_{21} A_{12} A_{33} A_{44} + A_{21} A_{12} A_{34} A_{43} - A_{41} A_{12} A_{24} A_{33} - A_{41} A_{22} A_{14} A_{33})$$

如果 $b_1 > 0, b_4 > 0, b_1 b_2 - b_3 > 0$, 方程(13)的本征值所有根均有负实部, 方程(1)的零解是渐近稳定的.

如果 $b_1 < 0$, 或 $b_4 < 0$, 或 $b_1 b_2 - b_3 < 0$, 方程(13)的本征值将有正的实部根, 方程(1)的零解将是不稳定的.

进一步令 $u = u - b_1/4$, 本征值方程变为

$$u^4 + au^2 + bu + cu = 0 \quad (14)$$

其中

$$a = -\frac{3}{8} b_1^2 + b_2,$$

$$b = \frac{1}{8} b_1^3 - \frac{1}{2} b_1 b_2 + b_3,$$

$$c = -\frac{3}{4} b_1^4 + \frac{1}{16} b_1^2 b_2 + b_4$$

即本征值方程化为两个二次方程

$$u^2 + \frac{1 \pm \sqrt{8y_0 + 1 - 4a}}{2} u + (y_0 \pm \frac{y_0 - b}{\sqrt{8y_0 + 1 - 4a}}) = 0 \quad (15)$$

其中 y_0 是下面三次方程的任意一个实数根

$$y^3 - \frac{a}{2} y^2 + \frac{b - 4c}{4} y + \frac{c(4a - 1) - b^2}{8} = 0 \quad (16)$$

令

$$B_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{8y_0 + 1 - 4a}}{2},$$

$$C_{\pm} = y_0 + \frac{c(4a - 1) - b^2}{8}$$

本征值方程也可以写为

$$u^2 + B_{\pm} u + C_{\pm} = 0 \quad (17)$$

其解为

$$u = \frac{-B_{\pm} \pm \sqrt{B_{\pm}^2 - 4C_{\pm}}}{2} \quad (18)$$

则本征值的解为

$$= u - \frac{b_1}{4} = \frac{-B_{\pm} \pm \sqrt{B_{\pm}^2 - 4C_{\pm}}}{2} - \frac{b_1}{4} \quad (19)$$

如果 B_{\pm} 和 C_{\pm} 都有实数, 当 $B_{\pm}^2 - 4C_{\pm} < 0$, 本征值将有复数根, 同时当 $2B_{\pm} + 2b_1 = 0$ 时, 本征值将有纯虚数根, 将产生 Hopf 分岔.

3.3 稳定性数值分析

当参数取 $k=0.18, I=50\text{mA}, \tau=4$, 其余参数取表 1 的数值时(以下模拟计算中物理量单位已归一化, 时间对纳秒归一化). 由方程组(5)~(8)解出不动点 $(E_0, \phi_0, N_{B0}, N_0)$ 为 $(0.1453, 4.6601,$

$0.3582, 1.3191)$. 而本征值方程(14)的系数 $b_1 = 39.5978 > 0, b_2 = 1.4384 \times 10^3 > 0, b_3 = 5.9963 \times 10^4 > 0, b_4 = 7.2817 \times 10^5 > 0, b_1 b_2 - b_3 = -3.0066 \times 10^3 < 0$, 本征值是 $(4.5390 \pm 36.2501i, -31.1757, -17.5002)$, 即不动点是不稳定的. 数值模拟结果如图 2 所示, 其波形变化是不稳定的, 具有随机振荡特点, 且具有典型的混沌宽频谱特性.

表 1 MQW LD 参数

Table 1 MQW LD parameters

参数	值
腔长, L	1200 μm
有源层宽度, w	1.5 μm
有源层厚度, d	0.028 μm
压缩和限制因子, Γ	0.045
群速度折射率, n_g	3.6
腔面光子损耗, α_m	11.5 cm^{-1}
腔内光子损耗, α_{int}	20 cm^{-1}
线性增益常数, g_0	2700 cm^{-1}
饱和时的载流子数密度, n_s	0.1 $\times 10^{18} \text{cm}^{-3}$
透明时的载流子数密度, n_{t0}	2.1 $\times 10^{18} \text{cm}^{-3}$
非辐射复合速率, A_{nr}	2.5 $\times 10^8 \text{s}^{-1}$
辐射复合因子, B	1.0 $\times 10^{-10} \text{cm}^3/\text{s}$
俄歇复合因子, C	5.0 $\times 10^{-29} \text{cm}^6/\text{s}$
线宽增强因子, ϵ	3
驱动电流, I	50mA
量子效率, η_i	0.8
饱和光子数, P_s	2.2 $\times 10^7$
有源势阱层到势垒层速率, B_Q	2.5 $\times 10^{10} \text{s}^{-1}$
势垒层到有源势阱层速率, Q_B	5.0 $\times 10^9 \text{s}^{-1}$

4 分岔

分岔图是研究系统非线性特性的一种重要又直观的方法, 下面的分岔图都是由方程组(1)~(4)通过变化相关参数数值模拟得到的, 模拟时间从 5~15ns, 平均取 2000 个点.

4.1 注入光的影响

图 3 是通过变化频率差 $\Delta\omega$ 数值模拟得到的分岔图. 参数值取 $E_m = 0.2529, k = 0.18, I = 50\text{mA}$, 频率差 $\Delta\omega = 2f$, 且 $f = -1.8 \sim 3.8\text{GHz}$, 并分为 100 等份. 从图中可以看到, 分岔在 $f = -0.96\text{GHz}$ 附近出现了, 以后是二周期现象; 三周期出在 $f = -0.888\text{GHz}$ 附近. 以后是多周期现象. 在 $f = 1.26\text{GHz}$ 附近, 混沌现象出现了. $f = 1.26 \sim 3.688\text{GHz}$ 是充分混沌发展区间. 以后再经过分岔走出混沌.

图 4 是通过变化注入参数 k 数值模拟得到的分岔图(取 $\Delta\omega = 0$). 从图中可以看到, 分岔在 $k = 0.07$ 附近, 以后是二周期现象. 三周期出在 $k = 0.125$ 附

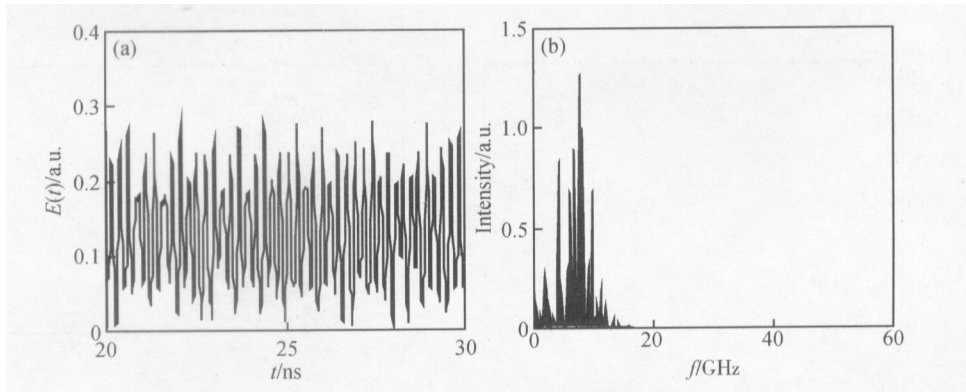


图 2 混沌 (a) 波形; (b) 频谱
Fig. 2 Chaos (a) waveform; (b) spectrum

近. 以后是多周期现象. 在 $k = 0.148$ 附近, 混沌现象出现了. 在 $k = 0.148 \sim 0.204$ 是充分混沌发展区间. 以后再经过分岔走出混沌.

0.2529, $\gamma = 4$, $k = 0.18$, $I = 50\text{mA}$. 从图中可以看到, 分岔在 $\gamma = 1.2$ 附近出现了, 以后是二周期现象. 三周期出在 $\gamma = 2.5$ 附近. 以后是多周期现象. 在 $\gamma = 3.5$ 附近, 混沌现象出现了. 在 $\gamma = 3.5 \sim 8.9$ 是充分混沌发展区间. 以后再经过分岔走出混沌. 在 $\gamma = 8.9$ 时, 有一个突然变化, 它可能是周期吸引子和混沌吸引子相互作用的结果.

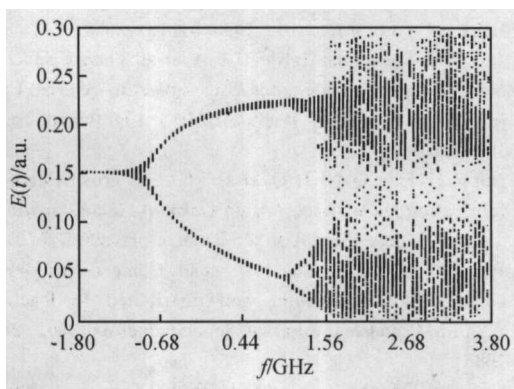


图 3 频差对激光动力学行为的影响的分岔图
Fig. 3 Bifurcation via varying frequency detuning

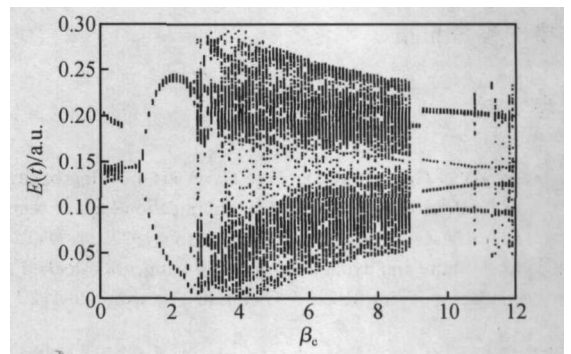


图 5 线宽增强参数对激光动力学行为的影响的分岔图
Fig. 5 Bifurcation via varying linewidth enhancement factor

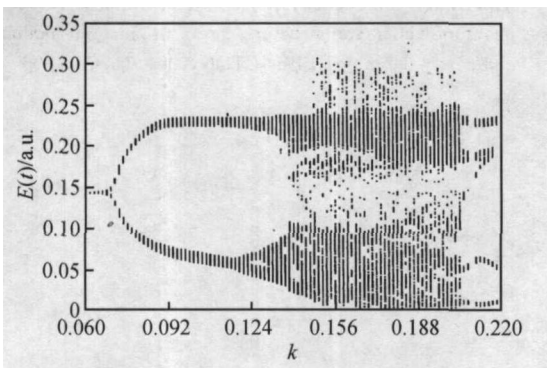


图 4 注入指数对激光动力学行为的影响的分岔图
Fig. 4 Bifurcation via varying injection factor

4.2 激光器自身参数的影响

线宽增强因子 γ 是反映激光器振荡频率展宽的重要因素, 一般情况下线宽增强因子约在 $3 \sim 8$ 之间. 图 5 是通过变化线宽增强因子 γ 数值模拟得到的分岔图. 取 $\gamma = 0 \sim 12$, 其他参数值取 $E_m =$

图 6 是通过变化驱动电流 I 数值模拟得到的分岔图. 其他参数值取 $E_m = 0.2529$, $\gamma = 4$, $k = 0.18$, 驱动电流 $I = 25 \sim 40\text{mA}$. 从图中可以看到, 分岔在 $I = 28.9\text{mA}$ 附近出现, 以后是二周期现象, 三周期出在 $I = 46\text{mA}$ 附近, 以后是多周期现象. 在 $I = 48\text{mA}$ 附近, 混沌现象出现. 在 $I = 48 \sim 55\text{mA}$ 是充分混沌发展区间, 以后再经过分岔走出混沌. 可以看到稳定态、分岔、双周期、三周期、四周期、五周期、六周期等多周期现象以及混沌和分岔走出混沌的全部现象过程. 进一步数值模拟得出, 单周期时光场振荡频率是 5GHz , 双周期时光场振荡频率是 4.3GHz , 由于激光脉冲分裂, 六周期时光场振荡频率是 5.9GHz .

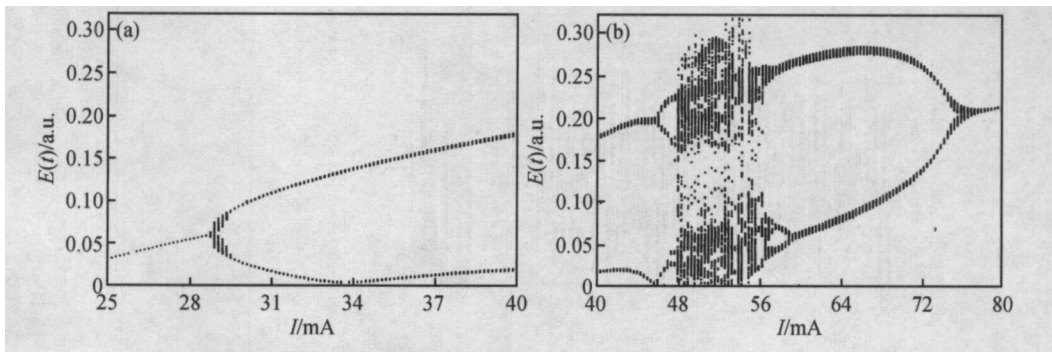


图 6 驱动电流对激光动力学行为的影响的分岔图 (a) 横坐标驱动电流 $I = 25 \sim 40\text{mA}$; (b) 横坐标驱动电流 $I = 40 \sim 80\text{mA}$

Fig. 6 Bifurcation via varying drive current (a) $I = 25 \sim 40\text{mA}$ in axis of abscissas; (b) $I = 40 \sim 80\text{mA}$ in axis of abscissas

5 结论

本文研究注入 MQW 激光器四维物理模式动力学特性,进行数值分析和模拟定态失稳、分岔进入混沌等物理现象,而这些物理现象不仅和注入激光的频差、强度有关,还和激光器自身参数线宽增加因子和驱动电流等有关,这对这种激光器的应用具有重要的参考价值。

参考文献

- [1] Ptibon I, Gallion G, Debarge G, et al. Locking bandwidth and relaxation oscillations of an injection-locked semiconductor laser. *IEEE J Quantum Electron*, 1988, 24(2) :148
- [2] Li L. Static and dynamic properties of injection-locked semiconductor lasers. *IEEE J Quantum Electron*, 1994, 30(8) : 1701
- [3] Lamela H, Carlintero G, Mancedo FJ. Period tripling and chaos in the dynamic behavior of directly modulated diode lasers. *IEEE J Quantum Electron*, 1998, 34(10) :1797
- [4] Fukshima T, Sakamoto T. Chaos in coupled semiconductor lasers with an electronic delayed feedback caused by injection locking. *IEEE J Quantum Electron*, 1998, 34(5) :750
- [5] Lodi V A, Scire A, Sorel M, et al. Dynamic behavior and locking of a semiconductor laser subjected to external injection. *IEEE J Quantum Electron*, 1998, 34(12) :2350
- [6] Troger J, Thénennaz J, Nicati P A, et al. Theory and experiment of a single-mode diode laser subject to external light injection from several lasers. *IEEE J Lightwave Technol*, 1999, 17(4) :629
- [7] Niu Z H, Han Q, Ni H Q, et al. Material growth and device fabrication GaAs based 1.3 μm GaInNAs quantum well laser diodes. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2005, 26(9) :1860
- [8] Pan J Q, Wang W, Zhu H L et al. Compressively strained GaAs/ InGaAsP quantum well distributed feedback laser 1.74 μm . *Chinese Journal of Semiconductors*, 2005, 26(9) : 1688
- [9] Deng S L, Huang Y Z, Jin C Y, et al. Theoretical analysis of gain and threshold current density for long wavelength GaAs based quantum dot lasers. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2005, 26(10) :1898
- [10] Valerti K, Kononenko, Boris F K. Nonlinear response of quantum-well heterostructure lasers at current modulation and cavity detuning. *IEEE ICTON*, 2004, Tu. C23 :306

Bifurcation and Dynamic Stability of a Light-Injection MQW Semiconductor Laser

Yan Senlin[†]

(Department of Physics, Nanjing Xiaozhuang College, Nanjing 210017, China)

Abstract: The bifurcation, dynamic stability, and other properties of a four-dimensional model of an external light injection multi-quantum-well (MQW) semiconductor laser are studied. Bifurcation is numerically simulated via varying the external injection light intensity, the frequency detuning, the linewidth enhancement parameter, and the drive current of the laser. The route to chaos from bifurcation, single-period, and multi-period is illustrated, and a chaotic spectrum is also shown. The maximum locking frequency domain formula is given. A perturbation equation for a four-dimensional model of an external light-injection MQW laser, and eigenvalue equation and its root are demonstrated. The Hopf bifurcation condition of the laser is theoretically given. The dynamic stability of the laser is theoretically and numerically analyzed. Laser oscillation frequencies in single-period, dual-period, and hexa-period states are obtained by simulation.

Key words: multi-quantum-well laser; bifurcation; stability; chaos

EEACC: 4320J; 4250; 2520

Article ID: 0253-4177(2006)05-0910-06

[†] Corresponding author. Email: senlinyan@163.com

Received 17 August 2005, revised manuscript received 20 December 2005