声子之间相互作用和磁场对半导体量子点中 束缚极化子性质的影响*

于毅夫1 尹辑文1 肖景林2,*

(1 內蒙古赤峰学院物理系,赤峰 024000)(2 內蒙古民族大学物理与机电学院,通辽 028043)

摘要:研究声子之间相互作用和磁场对半导体量子点中束缚极化子性质的影响.采用线性组合算符和微扰法,导出了半导体量子点中束缚磁极化子的基态能量.在计算电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用时,讨论了磁场、库仑束缚势、电子-声子耦合强度、量子点的有效受限长度和声子间相互作用对半导体量子点中 束缚磁极化子基态能量的影响.数值计算结果表明,半导体量子点中束缚磁极化子的基态能量随量子点的有效受 限长度的减少而迅速增大.当量子点的有效受限长度 *l*₀ > 0.7 时,必须考虑声子之间相互作用对半导体量子点中 束缚磁极化子的基态能量的影响.

关键词:半导体量子点;束缚磁极化子;声子之间相互作用;库仑束缚势;基态能量 PACC:7138

中图分类号: O469 文献标识码: A 文章编号: 0253-4177(2006)S0-0049-05

1 引言

由于半导体生长技术的发展,人们已经制造出 各种各样的量子点.而量子点奇特的光电性质和输 运特性又使其在很多方面有着极其广泛的应用前 景.研究人员采用各种方法从理论和实验方面进行 了多方面的研究.近年来对量子点中束缚磁极化子 的性质的研究,引起了国内外学者的广泛重视. Petukhov 等人^[1]在黄金规则框架应用金兹堡-朗道 有效哈密顿量法研究了半导体和纳米结构中束缚磁 极化子的跳跃磁致电阻和巨磁致电阻. Charrour 等 人^[2]在有效质量近似下采用变分方法研究了磁场对 柱型量子点中氢杂质的结合能的影响. Nguyen 等 人^[3]采用仅有一个变分参量的尝试波函数方法研究 了抛物限制势和磁场对量子点中氢杂质的基态能量 和结合能的影响.Corella 等人^[4]采用变分方法计算 了磁场存在时氡化杂质中球型量子点的基态能和结 合能.李玉现等人^[5]采用有效质量近似研究了磁场 影响下正方体量子点中类氢杂质体系的结合能. Kandemir 和 Cetin^[6]采用位移谐振类型的幺正变 换和简单的压缩态变换方法研究了三维抛物量子点 中杂质磁极化子的基态结合能. Chen 和 Xiao^[7,8]采 用线性组合算符和幺正变换方法研究了束缚磁极化 子的性质和半导体量子点中极化子的有效质量.

但是,对半导体量子点中束缚磁极化子的性质的研究,均忽略了电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间的相互作用.本文考虑了相应的相互作用,采用线性组合算符和微扰法研究相应的相互作用对量子点中束缚磁极化子性质的影响.

2 哈密顿量

假设电子被束缚于氢化杂质中并与离子晶体或 极性半导体的体纵光学声子场相互作用,且使电子 在一个方向(设为 z 方向)比另外两个方向的受限 强得多,所以只考虑电子在 x-y 平面上的运动.假设 单一量子点中的束缚势和库仑束缚势分别为:

$$V(\rho) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 \boldsymbol{\rho}^2, \quad V(r) = -\frac{e^2}{\epsilon_{\infty} r} \qquad (1)$$

其中 m 为裸带质量; ρ 为二维坐标矢量; ω_0 为量 子点的受限强度.量子点中电子-声子系统处于外磁 场 B = (0,0,B)中的哈密顿量为

$$H = \frac{p_{z}^{2}}{2m} + \frac{1}{2m}(p_{x} - \frac{\beta^{2}}{4}y)^{2} + \frac{1}{2m}(p_{y} + \frac{\beta^{2}}{4}x)^{2} + \frac{1}{2}m\omega_{0}^{2}\boldsymbol{\rho}^{2} + \sum_{q}\hbar\omega_{L}a_{q}^{+}a_{q} + \left[\sum_{q}V_{q}a_{q}e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} + hc\right] - \frac{e^{2}}{\boldsymbol{\epsilon}_{\infty}\boldsymbol{r}}$$
(2)

将库仑束缚势作级数展开

^{*}国家自然科学基金资助项目(批准号:10347004)

^{*} 通信作者.Email:xiaojlin@126.com 2005-11-09 收到

$$\frac{1}{r} = \frac{4\pi}{V} \sum_{q} \frac{1}{q^2} \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$$
(3)

引进线性组合算符

$$p_{j} = (\frac{m\hbar\lambda}{2})^{\frac{1}{2}}(b_{j} + b_{j}^{+}), \rho_{j} = i(\frac{\hbar}{2m\lambda})^{\frac{1}{2}}(b_{j} - b_{j}^{+})$$
(4)

并进行幺正变换

$$U_{1} = \exp(-i\sum_{q} a_{q}^{*} a_{q} h \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{r})$$

$$U_{2} = \exp\sum_{r} (a_{q}^{*} f_{q} - a_{q} f_{q}^{*})$$
(5)

哈密顿量变为

$$H' = U_2^{-1} U_1^{-1} H U_1 U_2 = H'_0 + H'_1$$

$$H'_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{q \neq q} (a_q^+ + f_q^*) (a_{q'}^+ + f_{q'}^*) \times (6)$$

$$(a_q + f_q)(a_{q'} + f_{q'})\boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{q}'$$

其中 *H*[']₁是电子在反冲效应中发射和吸收不同波 矢的声子之间相互作用所引起的附加能量.取基态 波函数为

 $|\psi\rangle = |\phi(z)\rangle|0\rangle_a|0\rangle_b$

 $|\phi(z)\rangle$ 为电子 z 方向波函数,因电子在 z 方向 强受限,可将其看成只在无限薄的狭层内运动,所以 $|\langle\phi(z)|\phi(z)\rangle|^2 = \delta(z), |0\rangle_a$ 为无微扰零声子态, $|0\rangle_b$ 为 b 算符的真空态. H'_0 对 $|\phi\rangle$ 的久期值为 $F(\lambda, f_q) \equiv \langle \phi | H'_0 | \phi \rangle, F(\lambda, f_q)$ 对 λ 变分可求出 f_q , 代入后求和变积分可得

$$F(\lambda) = \frac{\hbar\lambda}{2} + \frac{\hbar\omega_0^2}{2\lambda} + \frac{\hbar\omega_c^2}{8\lambda} - \alpha\hbar\omega_L - \frac{2e^2}{\varepsilon_{\infty}} \times \sqrt{\frac{m}{\pi\hbar}}\sqrt{\lambda}$$
(7)

取通常的极化单位($h = 2m = \omega_L = 1$)时,磁极化子的基态能量和振动频率满足的方程为

$$E_{01} = \frac{\lambda_0}{2} + \left(\frac{2}{l_0^4} + \frac{\omega_c^2}{8}\right) \times \frac{1}{\lambda_0} - \alpha - 2\beta \sqrt{\lambda_0} \quad (8)$$

$$\lambda^{2} - 2\beta \lambda^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{4}{l_{0}^{4}} + \frac{\omega_{c}^{2}}{4}\right) = 0$$
 (9)

3 微扰计算

将哈密顿量中的 H´。作为未微扰部分,把 H´₁ 作为微扰项进行计算,它引起的微扰一级修正为零, 其二级微扰修正为

$$\Delta E^{(2)} = -\sum_{n} \frac{|(H'_{1})_{0n}|^{2}}{E_{n} - E_{0}}$$
$$= -\frac{2}{3} \times (\frac{1}{8} - \frac{1}{3\pi}) \alpha^{2} \hbar \omega_{L} \quad (10)$$

上式是考虑了电子在反冲效应中发射和吸收不同波 矢的声子之间相互作用时,对半导体量子点中束缚 磁极化子的基态能量的附加贡献,它与电子-声子耦 合强度 α² 成比例.考虑二级微扰能量求得半导体量 子点中束缚磁极化子的总的基态能量为

$$E_{02} = \frac{\lambda_0}{2} + \frac{2}{l_0^4 \lambda_0} + \frac{\omega_c^2}{8\lambda_0} - \alpha - 2\beta \sqrt{\lambda_0} - \frac{2}{3} \times (\frac{1}{8} - \frac{1}{3\pi})\alpha^2$$
(11)

4 结果和讨论

当计及电子在反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用时,半导体量子点中束缚磁极 化子总的基态能量 E_{02} 不仅与量子点的有效受限长 度 l_0 ,电子-声子耦合强度 α 以及库仑束缚势 β 有 关,而且还与磁场和声子之间的相互作用有关.为了 表明总的基态能量与这些物理量的关系.采用通常 的极化单位($2m = h = \omega_L = 1$)进行数值计算,其结 果示于图 1~7 中.

图 1 表示电子-声子耦合强度 $\alpha = 1$ 和库仑束缚 势 $\beta = 0.5$,在不同磁场的回旋频率 ω_c 下,半导体量 子点中束缚磁极化子的总的基态能量 E_{02} 与量子点 的有效受限长度 l_0 的变化关系曲线.



图 1 在不同磁场的回旋频率 ωc 下,基态能量 E₀₂与有效受限 长度 l₀ 的关系曲线

Fig. 1 Relational curves of the ground state energy E_{02} and the effective confinement length l_0 at different cyclotron frequencies ω_c of the magnetic field

图 2 和图 3 分别表示磁场的回旋频率 $\omega_c = 1$, 库仑束缚势 $\beta = 0.5$ 和电子-声子耦合强度 $\alpha = 1$,磁 场回旋频率 $\omega_c = 1$ 时,在不同的电子-声子耦合强度 α 和不同的库仑束缚势 β 下,磁极化子的总的基态 能量 E_{02} 与量子点的有效受限长度 l_0 的变化关系曲 线.由图 1,图 2 和图 3 可以看出,半导体量子点中 束缚磁极化子的基态能量 E_{02} 随量子点的有效受限 长度 l_0 的减少而迅速增大.这表明当考虑电子在反 冲效应中发射和吸收不同波矢的声子之间相互作用 时,所得到的总基态能量仍满足随量子点的有效受 限长度 l_0 的减少而迅速增大,表现出奇特的量子尺 寸效应.由图 1,图 2 和图 3 还可以看出,当 l_0 取相 同值时,磁场的回旋频率 ω_c 越大,基态能量 E_{02} 越大,而电子-声子耦合强度 α 和库仑束缚势 β 越大,则基态能量 E_{02} 越小.



图 2 在不同的电子-声子耦合强度 α 下,基态能量 E_{02} 与有效 受限长度 l_0 的关系曲线

Fig. 2 Relational curves of the ground state energy E_{02} and the effective confinement length l_0 at different electron-phonon coupling strengths α



图 3 在不同的库仑束缚势 β 下,基态能量 E_{02} 与有效受限长度 l_0 的关系曲线

Fig. 3 Relational curves of the ground state energy E_{02} and the effective confinement length l_0 at different Coulomb bound potentials β

当考虑电子反冲效应中发射和吸收的不同波矢 的声子之间相互作用时,半导体量子点中束缚磁极 化子的附加的基态能量为 $E_{01} - E_{02}$,半导体量子点 中束缚磁极化子总的基态能量为 E_{02} ,为了表明附 加的基态能量与总的基态能量之间的量值关系,二 者之比为

$$p = \frac{E_{01} - E_{02}}{E_{02}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \times (\frac{1}{8} - \frac{1}{3\pi})\alpha^{2}}{\frac{\lambda_{0}}{2} + \frac{2}{l_{0}^{4}\lambda_{0}} + \frac{\omega_{c}^{2}}{8\lambda_{0}} - \alpha - 2\beta \sqrt{\lambda_{0}} - \frac{2}{3} \times (\frac{1}{8} - \frac{1}{3\pi})\alpha^{2}}$$
(12)

p表示电子反冲效应中发射和吸收不同波矢的声子 之间相互作用对基态能量贡献部分占总的基态能量 的比例.由 p的表达式(12)可以看出,p的值不仅 与电子-声子耦合强度 α、库仑势束缚势 β和磁场 $B(ω_c)有关,而且还与量子点的有效受限长度 <math>l_0$ 有 关.

图 4 表示当 α = 1 和 ω_c = 1 时,在不同的 β 下, p 与 l_0 的变化关系曲线.图 5 和图 6 分别表示当 ω_c = 1, β = 0.5 和 α = 1, β = 0.5 时,在不同的 α 和 ω_c 下 p 与 l_0 的变化关系曲线.由图可见,随着 l_0 的增加, p



图 4 在不同的库仑束缚势 β 下, p 和有效受限长度 l_0 的关系 曲线

Fig. 4 Relational curves of p and the effective confinement length l_0 at different Coulomb bound potentials β



图 5 在不同的电子-声子耦合强度 α 下, p和有效受限长度 l_0 的关系曲线

Fig. 5 Relational curves of p and the effective confinement length l_0 at different electron-phonon coupling strengths α

值增大.由图还可以看出,当 l_0 取相同值时, ω_c 越 小,则 p 值越大, 而 α 和 β 值越大时, 则 p 值越大. 图 7 表示当 $\alpha = 1.5$, $\omega_c = 1$ 和 $\beta = 0.5$ 时, p 随量子 点的有效受限长度 l_0 的变化关系曲线.由图 7 可以 看出,当 $l_0 < 0.7$ 时, p 随 l_0 的增大变化不大, 且 p的值也很小,这表明声子之间相互作用对基态能量 的影响很小.这是因为库仑势,限定势和磁场对半导体量子点中束缚磁极化子基态能量的贡献远远大于



图 6 在不同的磁场的回旋频率 ω_c 下, p 和有效受限长度 l₀ 的关系曲线

Fig. 6 Relational curves of p and the effective confinement length l_0 at different cyclotron frequencies ω_c of the magnetic field



图 7 p 和有效受限长度 l₀ 的关系曲线

Fig. 7 Relational curve of p and the effective confinement length l_0

声子之间相互作用对基态能量的贡献.但当 *l*₀> 0.7 时 *p* 随 *l*₀ 的增加而迅速增大,此时,声子之间 相互作用对半导体量子点中束缚磁极化子基态能量 的贡献必须考虑.

参考文献

学 报

- [1] Petukhov A G, Foyeel M. Bound magnetic polaron hopping and giant magnetoresistance in magnetic semiconductors and nanostructure. Phys Rev, 2000, B62(1):520
- [2] Charrour R, Bouhassoune M, Fliyou M, et al. Magnetic field effect on the binding energy of a hydrogenic impurity in cylindrical quantum dot. Physics B, 2000, 93:137
- Nguyen V L, Nguyen M T, Nguyen T D. Magnetic field effects of the binding energy of hydrogen impurities in quantum dot with parabolic confinements. Physics B, 2000, 292: 153
- [4] Corella M A, Fosas R. Hydrogenic impurities in spherical quantum dots in a magnetic field. J Appl Phys, 2001, 5:2333
- Li Yuxian, Liu Zengjun, Di Bing, et al. The influence of magnetic field on the binding energy of a hydrogenic impurity in cubic quantum dots. Journal of Hebei Normal University, 2002, 26(4):359(in Chinese)[李玉现,刘增军,邸冰,等. 磁场对正方体量子点中类氢杂质束缚能的影响.河北师范大 学学报, 2002, 26(4):359]
- [6] Kandemir B S. Cetin A. Impurity magnetopolaron in a parabolic quantum dot: the squeezed-state variational approach. J Phys: Condens Matter, 2005, 17:667
- [7] Chen Yingjie, Xiao Jinglin. Properties of the bound magnetopolaron. Chin J Lumin, 2004, 25(1): 29(in Chinese)[陈英 杰,肖景林. 束缚磁极化子的性质. 发光学报, 2004, 25(1): 29]
- [8] Xiao Jinglin, Xiao Wei. Effective mass of polaron in semiconductor quantum dots. Chinese Journal of Semiconductors, 2004,25(11):1428(in Chinese)[肖景林,肖玮.半导体量子点 中极化子的有效质量.半导体学报,2004,25(11):1428]

Influence of Interaction Between Phonons and Magnetic Field on Properties of Bound Polaron in a Quantum Dot*

Yu Yifu¹, Yin Jiwen¹, and Xiao Jinglin^{2,†}

(1 Department of Physics, Inner Mongolia Chifeng College, Chifeng 024000, China) (2 College of Physics and Electromechanics, Inner Mongolia National University, Tongliao 028043, China)

Abstract: The influence of the interaction between phonons and the magnetic filed on the properties of the bound polaron in a semiconductor quantum dot is studied. The ground state energy of the bound magnetopolaron in a semiconductor quantum dot is derived using a linear combination operator and perturbation method. Considering the interaction between phonons of different wave vectors in the recoil process, the influences of the magnetic filed, the Coulomb bound potential, the electron-phonon coupling strength, the effective confinement length of a quantum dot and the interaction between phonons on the ground state energy of the bound magnetopolaron in a semiconductor quantum dot are discussed. Numerical calculation results show that when considering the interaction between phonons the ground state energy of the quantum dot. When $l_0 > 0.7$, the influence of the interaction between phonons on the ground state energy of the bound magnetopolaron in a semiconductor quantum dot can not be ignored in a quantum dot.

Key words: semiconductor quantum dot; bound magnetopolaron; interaction between phonons; Coulomb bound potential; ground state energy

PACC: 7138 Article ID: 0253-4177(2006)\$0-0049-05

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 10347004)

[†] Corresponding author. Email: xiaojlin@126.com