# 精确高效的渐变结构片上螺旋电感 的电感值分析技术<sup>\*</sup>

## 罗天星<sup>1,2</sup> 石艳玲<sup>1,2,†</sup> 丁艳芳<sup>1</sup> 唐深群<sup>1</sup> 刘 贇<sup>1</sup> 王 勇<sup>1</sup> 朱 骏<sup>3</sup> 陈寿面<sup>3</sup> 赵宇航<sup>3</sup>

(1 华东师范大学信息学院电子系,上海 200062)(2 传感技术联合国家重点实验室,上海 200050)(3 上海集成电路研发中心,上海 201203)

摘要:与传统的金属线宽和间距固定不变的无源片上螺旋电感相比,线宽和间距由外圈到内圈渐变的新型结构电 感能有效提高电感品质因子.这种新结构电感的出现使得 Jenei 等人提出的闭合电感公式已不再适用于其电感值 的计算,而改进的 Wheeler 公式计算误差又较大.针对这种情况,文中提出了一种以圈为单位分圈迭代求自感,用 整体平均法计算互感的平面螺旋电感的电感值计算方法.该算法分析值与 HFSS 仿真值相比,误差小于 3%,与样 品测量值相比,误差小于 4%.因此该算法具有计算速度快、精度高的特点,能用于渐变结构片上螺旋电感的高效设 计,并可缩短设计周期.

关键词:平面螺旋电感;分圈迭代算法;渐变结构电感
EEACC: 2140;1350;2560
中图分类号:TN454 文献标识码:A 文章编号:0253-4177(2006)09-1616-05

## 1 引言

无源片上电感的电感值可以通过求解麦克斯韦 方程或者利用 HFSS 等仿真软件得到精确值,但是 上述分析方法的计算量大、耗费时间长,且随着 VLSI 工艺技术的进步,金属线宽尺寸不断缩小,计 算时间将急剧增加.因此,上述方法一般用于电感分 析的精度验证,而不是电感设计.

针对平面螺旋电感的设计,人们采用的分析方 法包括 Greenhouse 算法<sup>[1]</sup>、三种闭合公式(改进的 Wheeler 公式、电流近似公式和数值拟合公式)<sup>[2]</sup>及 Jenei 算法<sup>[3]</sup>,这些算法在不同程度上都取得了成 功,但各自也存在着不足之处.其中三种闭合公式的 计算误差较大,且随着金属线间距与线宽比值的增 大,计算误差将进一步增大;而 Greenhouse 算法将 每圈电感分为四段导线,在分别计算每段导线的自 感和导线间的正负互感后,叠加获得总电感值,随着 电感圈数增加,其运算时间呈指数增加,因而计算效 率较低;Jenei 公式计算速度虽然比 Greenhouse 算 法快约两个数量级<sup>[4]</sup>,但它只适用于线宽和间距不 变的平面螺旋电感的电感值计算.

对高品质电感的迫切需求推动了新型结构平面

螺旋电感的出现.无源片上螺旋电感的内圈磁场较 大,内圈的损耗以涡流效应引起的能量损耗为主;而 外圈磁场较小,此处的损耗则以欧姆损耗为主.针对 这一事实,一些学者提出了线宽和间距渐变的新型 结构片上螺旋电感<sup>[5~7]</sup>,这些改变使得该电感的 Q 值比固定线宽和间距的电感有明显的改善,部分改 善值可达到 11.3%<sup>[7]</sup>.可以预见这些新型结构电感 将有广泛的应用前景,因此寻找适当的电感值计算 方法指导其设计尤为必要,目前常用的分析手段因 存在上述种种不足已不再适用.针对这种情况,本文 提出了一种基于版图参数和工艺参数的对自感采用 分圈迭代算法、对互感采用整体平均算法的快速、直 观、精确的电感值计算方法.

## 2 高效的分圈迭代算法

片上电感的总电感值 L 由自感 L<sub>self</sub> 和互感 M<sub>total</sub>两部分组成 :

 $L = L_{self} + M_{total}$  (1) 其中  $L_{self}$ 是最主要的,因而对其进行精确处理是非 常必要的.每段直导体的感值为<sup>[8]</sup>:

$$L_{0} = 0.\ 002 \, l \left[ ln \left( \frac{21}{w+t} \right) + 0.\ 50049 + \left( \frac{w+t}{31} \right) \right]$$
(2)

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:60306012),上海市科委启明星计划(批准号:04QMX1419)及上海市应用材料研究与发展基金(批准号:0522)资助项目

**<sup>†</sup>通信作者**. Email :ylshi @ee.ecnu.edu.cn

其中 1, w 和 t 分别是电感金属导线的长度、宽度 和厚度. 而对线宽和间距渐变的平面螺旋电感, w 是变化的,因此 1 也成为与 w 和电感导线间距相关 的变化量,在计算上文提到的渐变结构电感的电感 值时需要给出新的 1 和 w 的计算公式.

本算法在充分考虑计算精度和运算效率的基础 上,对电感的自感 L<sub>self</sub>和互感 M<sub>total</sub>分别采用不同的 计算方法.在计算自感时,采用以圈为单位的分圈迭 代算法;在计算互感时,采用整体平均算法.因此在 计算 n 圈电感的自感时,只需计算 n 次;而计算互 感只需算出电感总长度,从而大大提高了计算效率.

#### 2.1 自感分圈算法

图 1 给出了线宽和间距渐变的电感结构示意 图, 电感圈数为 n,不同圈的金属线宽 w<sub>i</sub>(i = 1,2 ...n)、线圈间距 s<sub>i</sub>(i = 1,2 ...n - 1).为了提高计算 精度,在计算电感的自感时,先对每一圈进行处理求 出其自感值,然后将每一圈的电感值加起来获得精 确的总自感值.下面以方形电感为例具体说明本算 法的实现过程.



#### 图 1 渐变结构电感的结构示意图

Fig. 1 Top view of spiral inductor with gradually changed width and space

方形电感的结构完全对称,外圈为正方形,内圈 为矩形.利用其对称性将每圈电感按内径  $D_{in}$ 、线宽 间距之和  $w_i + s_i$  分段后,发现每圈电感的长度  $l_{quan}$ (i)和  $D_{in}$ ,  $w_i + s_i$  成线性关系.以每圈电感为单 位,先计算出每圈电感的总长  $l_{quan}$ (i),再求出该圈 中每段电感的平均长度.然后利用公式(2)求出每圈 电感的自感值  $L_{quan}$ (i).如图 1 所示,第一圈取外面 四段,得其长度为:

$$l_{quan}(1) = 3.5 D_{in} + 7 \begin{bmatrix} w_i + w_{i+1} \\ 2 \end{bmatrix} + s_i - \begin{bmatrix} w_1 + w_2 \\ 2 \end{bmatrix} + s_1$$
(3)

其中 N<sub>i</sub> 由设计电感的圈数 n 取整得到,如 n = 3.5,则 N<sub>i</sub> = 3. 从第 2 圈到第 N<sub>i</sub> 圈长度用(4)式计

算:

$$\begin{aligned} l_{quan}(i) &= 4 D_{in} + 8 \\ & \left( \frac{w_i + w_{i+1}}{2} + s_i \right)^{i=2} \left( \frac{w_i + w_{i+1}}{2} + s_{i-1} - \left( \frac{w_i + w_{i+1}}{2} + s_{i-1} - (4) \right) \right) \\ & = D_{in} = D_{out} - w_1 - 2 \left( \sum_{i=1}^{N_{i+1}} \left( \frac{w_i + w_{i+1}}{2} + s_i \right) \right) . \end{aligned}$$

$$l_{quan} (N_i + 1) = [4(n - N_i) + 0.5] D_{in} + W_{Ni} + S_{Ni}$$
(5)

将(3),(4),(5)式分别代入(2)式得:

$$L_{quan(i)} = 2 l_{quan(i)} (ln \frac{I_{quan(i)}}{w + t} - 0.2)$$
 (6)

最后迭代求出总自感值 L<sub>self</sub>:

$$L_{self} = \prod_{i=1}^{N_{i+1}} L_{quan}(i)$$
 (7)

#### 2.2 互感整体平均算法

如图 1 所示,电感对边线圈中电流 *I*<sub>in</sub>方向相反,对总电感值起削弱作用,即为负互感 *M<sup>-</sup>*;而同一侧面线圈中电流方向相同,互感为正值 *M<sup>+</sup>*.所以总互感为:

$$\mathbf{M}_{\text{total}} = \mathbf{M}^{-} + \mathbf{M}^{+}$$
 (8)

为了简化计算,在保证精度的基础上,可利用电 感结构的对称性做以下近似:电流方向相反的平行 导线间的平均距离 GMD 为导线长度 *1*,相互作用因 子为 2*n*<sup>2</sup>.采用整体平均算法计算互感如下:

$$Q = \ln \left[ \frac{1}{GMD} + \sqrt{\frac{1^2}{GMD^2}} - \sqrt{\frac{1^2}{GMD^2}} + \frac{GMD}{1} \right]$$
(10)

公式(9),(10)中 *l* 是导线段的长度,GMD 可近 (0)为每段导体的平均长度 *l*total/4*n*.其中:

$$l_{total} = l_{quan}(1) + l_{i=2}^{N_{i+1}} l_{quan}(i)$$
(11)

所以负互感为:

$$M^{-} = 2 \times 2 n^{2} \left( \frac{\mu_{0}}{2} \times \frac{I_{\text{total}}}{4 n} \times 0.467 \right) = 0.467 \frac{\mu_{0}}{2} n I_{\text{total}}$$
(12)

正互感为[3]:

$$M^{+} = 2 l_{total} (n - 1) \left[ ln \left( \sqrt{+ \left[ \frac{l_{total}}{4 n d} \right]^{2} + \frac{l_{total}}{4 n d}} \right] - \sqrt{+ \left[ \frac{4 n d}{l_{total}} \right]^{2} + \frac{4 n d}{l_{total}}} \right]$$
(13)  
$$d = (w + s) \times \frac{(3 n - 2 N_{i} - 1) (N_{i} + 1)}{3 (2 n - N_{i} - 1)}$$
(14)

因此,总的电感值为:

$$L_{\text{total}} = L_{\text{self}} + M_{\text{total}} = L_{\text{quan(i)}} + 2 I_{\text{total}} \times \left\{ \left( n - 1 \right) \left( 1n \left( \sqrt{1 + \left( \frac{1}{4 \text{ nd}} \right)^2} + \frac{1}{4 \text{ nd}} \right)^2 + \frac{1}{4 \text{ nd}} \right) - \sqrt{1 + \left( \frac{4 \text{ nd}}{1_{\text{total}}} \right)^2} + \frac{4 \text{ nd}}{1_{\text{total}}} - 0.467 \text{ n} \right\} (15)$$

需要指出的是:表达式(15) 是一个闭合公式,可 以直接用来计算总电感值,其中的参数都是电感的 几何参数,d 可由(14) 式计算得到.wi/si 比值的变 化并不会影响计算速度和精度;n 对计算速度的影 响是线性的,因此只要电感几何参数确定,就可以快 速而精确地计算出其电感值.

本算法的计算公式虽然是从方形电感推导出来的,但通过将多边形的周长转换成有效方形电感长度,可以很简单地将其应用于正八边形、正六边形、圆形等多边形电感的电感值计算.

## 3 算法有效性及精度验证

为了验证本算法的有效性和精度,我们用业界 公认的精度很高的三维电磁场仿真软件 HFSS 做 了大量的仿真计算,并在电阻率为 1000 ·cm 的高 阻硅上实现了各种结构参数的电感样品,并测量其 电感值.电感的下层金属(即图 1 所示 metal 1)通过 蒸发厚度约 0. 5μm 的 Cr/Au 实现,上层金属(即图 1 所示的 metal 2)为采用蒸发和电镀工艺实现的厚 度约 1μm 的 Au,两层金属间通过 0. 3μm 厚的 PECVD 氮化硅完成电性能绝缘.

图 2 所示为制备的部分样品照片,样品参数测 试由 Agilent PNA E8363B 矢量网络分析仪 (45MHz ~ 40GHz), Cascade Microtech Summit 110113 微波探针台组成的在线测试系统完成.在采 用 ISS 标准进行开路-短路-负载-通路校准的基础 上,测试开路(probe pads and ground planes, PAD)



图 2 电感样品照片 Fig. 2 Photograph of samples of spiral inductors

和 DU T(device under test)的 S 参数,经去嵌处理 后,计算出每个电感的感值.

图 3 给出了部分电感的测试电感值与频率的关系曲线(电感版图参数详见表 1). 从图中可以看出: 在频率较低时,电感值变化非常小.表 1 给出部分分 析样品对应的版图参数及 1 GHz 处本算法的电感计 算值 *L*分圈算法和测量值 *L*mea,同时列出了相同结构参 数电感的 HFSS 仿真值 *L*HFSS 及改进的 Wheeler 公 式计算值 *L*Wheeler,用于本算法的有效性验证和精度 比较,并用 *E*1, *E2*, *E3* 三个相对误差表征.



图 3 部分电感样品的电感测试值与频率的关系 Fig. 3 Partial experimental inductance versus frequency

从表 1 可以看到.本算法设计实现的样品 D1 和 D4 的电感值与 HFSS 仿真结果几乎相等,样品 D2的误差稍大,约为2.4%,对相同几何参数的 D2、改进的 Wheeler 算法得到的电感值与 HFSS 仿 真值的相对误差则达到了 4.1%. 与实验测试值相 比,本算法相对误差小于4%;而Wheeler公式的相 对误差则进一步增大,达到了7.4%.本算法的精度 与改进的 Wheeler 算法相比平均误差更小,且误差 分布集中在4%以下,因此能更准确地计算出电感 值.同时,我们分别记录了 HFSS 仿真时间和本算 法的 matlab 程序计算时间. 对于表 1 中的样品, matlab 程序计算时间约为百分之一秒,且针对不同 结构参数电感的计算时间差别不大:而采用 HF-SS8.0 仿真,时间约需4min,随着线宽与间距比值 增大或线宽变小,仿真时间将急剧增加. HFSS 仿真 PC 机配置为:处理器:64 位 AMD 2800<sup>+</sup>,内存: 1 GB; matlab 程序计算 PC 机配置为:处理器: Celeron(r)2.80GHz,内存:256MB.因此本算法计算速度 快、精度较高、误差在电感设计允许范围内.

Table 1 inductors rayout parameters and relative errors comparison											
样品编号	$D_{out}/\mu m$	n	w/µm	s/µm	L <sub>HFSS</sub> / nH	L 分圈算法∕n H	L wheeler/ n H	L mea/ n H	$E_1/\%$	$E_2/\ \%$	E3/ %
D1	400	3.5	30 24 16 10	10	5.38	5.39	5.37	5.39	0.2	0	0.4
D2	400	3.5	10 16 24 30	10	6.17	6.32	5.92	6.39	2.4	1.1	7.4
D3	400	3.5	30 24 16 10	12 10 8	5.43	5.33	5.37	5.36	1.8	0.6	0.2
D4	400	3.5	30 24 16 10	8 10 12	5.52	5.52	5.37	5.59	0	1.3	3.9
D5	500	3.5	30 24 16 8	12 10 8	7.99	8.12	8.24	8.36	1.6	2.9	1.4
D6	350	4.5	30 24 20 16 10	12 11 9 8	4.23	4.28	4.71	4.44	1.2	3.6	6.1

#### 表1 电感的版图参数及算法误差比较

Table 1 Inductors 'layout parameters and relative errors comparison

## 4 结论

本文提出了以圈为单位分圈迭代求自感和用整 体平均法计算互感的平面螺旋电感的电感值计算方 法,特别适用于金属线宽及间距渐变的电感设计.通 过与其他算法计算值及实验测量值比较,证明本文 提出的针对该结构电感的感值计算公式是正确的. 本算法不仅具有简单、快速、精度高的特点,并且基 于本算法,我们还实现了电感值与电感诸多版图参 数间的双向转换,同时所有因版图参数及金属厚度 变化引起的电感值的变化,都可以在实验误差允许 范围内精确预测,因此能快捷、有效地用于片上电感 的设计.

### 参考文献

 [1] Greenhouse H M. Design of planar rectangular microelectronic inductors. IEEE Transactions on Parts, Hybrids, and Packing, 1974, 10(2):101

- [2] Mohan S S. Simple accurate expressions for planar spiral inductances. IEEE J Solid-State Circuits, 1999, 34 (10):1419
- [3] Jenei S, Nauwelaers B K J C, Decoutere S. Physics-based closed-form inductance expression for compact modeling of integrated spiral inductors. IEEE J Solid-State Circuits, 2002,37(1):77
- [4] Wang Tao, Wang Yong, Chen Kangsheng. A fast optimizing technique for planar spiral inductors based on binary search algorithm. Chinese Journal of Semiconductors, 2003, 24(9): 999(in Chinese)[王涛,王勇,陈抗生. 一种基于二分搜索法 的平面螺旋电感的快速优化技术. 半导体学报, 2003, 24(9): 999]
- [5] L @pez-Villegas J M. Improvement of the quality factor of RF integrated inductors by layout optimization. IEEE Trans Microw Theory Tech, 2000, 48(1):76
- [6] Hsu Hengming. Improving the quality factor of a broadened spiral inductor with arithmetic-progression step width. Microwave and Optical Technology Letters, 2005, 45 (2):118
- [7] Wang Yong, Shi Yanling, Liu Yun. Performance analysis of RF spiral inductor with gradually changed metal width and space. Chinese Journal of Semiconductors, 2005, 26(9):1716
- [8] Olivei A. Optimized miniature thir-film planar inductor compatible with integrated circuits. IEEE Transactions on Parts, Materials and Packaging, 1969, 5(2):71

# An Accurate Arithmetic for On-Chip Spiral Inductors with Gradually Changed Metal Width and Space \*

Luo Tianxing<sup>1,2</sup>, Shi Yanling<sup>1,2,†</sup>, Ding Yanfang<sup>1</sup>, Tang Shenqun<sup>1</sup>, Liu Yun<sup>1</sup>, Wang Yong<sup>1</sup>, Zhu Jun<sup>3</sup>, Chen Shoumian<sup>3</sup>, and Zhao Yuhang<sup>3</sup>

(1 Department of Electron, East China Normal University, Shanghai 200062, China)
 (2 State Key Laboratory of Transducer Technology, China Academy of Sciences, Shanghai 200050, China)
 (3 Shanghai IC Research and Development Center, Shanghai 201203, China)

**Abstract :** Compared with conventional passive inductors with fixed metal width and space, an inductor with gradually changed mental width and space is put forward to improve its quality factor. But it is difficult to get accurate inductance with most published formulas such as Jenei formula for such novel structure inductor. An accurate arithmetic is presented, which gets total self-inductance by adding up each turn 's self-inductance and gets mutual-inductance from an average approximate formula. The accuracy and effectiveness are verified by HFSS simulation and experiment measurement. The relative error for this arithmetic compared with HFSS is less than 3 %, while compared with experiment measurements less than 4 %. These show that it is efficient and valuable for the design of such passive spiral inductor.

**Key words :** planar spiral inductor; iterative arithmetic; inductors with gradually changed width and space **EEACC :** 2140; 1350; 2560 **Article ID :** 0253-4177 (2006) 09-1616-05

 <sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 60306012) , the "Post-Qi-Ming-Xing Plan "for Young Scientists of Shanghai (No. 04QMX1419) , and the Research and Development Foundation of Applied Materials of Shanghai (No. 0522)
 † Corresponding author. Email :ylshi @ee.ecnu.edu.cn

Received 13 January 2006, revised manuscript received 26 April 2006