

# 热载流子简并效应研究

孔 军 杨之廉

(清华大学微电子所 北京 100084)

**摘要** 本文通过把能量输运模型扩展到 Fermi 统计情形,用数值方法研究了简并效应对半导体器件的热载流子输运的影响.对窄基区 BJT 的模拟表明,当注入浓度很高时,载流子简并效应对热载流子输运的影响是不可忽略的.

EEACC: 0290P, 2560J

## 1 引言

半导体器件尺寸的缩小,使得热载流子效应越来越显得重要.传统的漂移-扩散(DD)模型未考虑这一机制,会得到相当不准确的结果,例如它预测的击穿电压,要大大地偏小.能量输运(ET)模型保留了 DD 模型的良好计算效率,同时又引入了载流子非稳态输运效应<sup>[1-3]</sup>.

迄今所有 ET 模型方面的工作都是基于 Boltzmann 统计的.对 MOS 器件来说,这个近似是合理的.但对 BJT 等器件来说,这有可能是不够的.

为了把 Fermi 统计加入到 ET 模型中去,需要频繁的计算几个实数阶的 Fermi 积分,但是却没有一个适合于器件模拟的好的算法.为此我们专门开发了一种有极好的速度与精度特性的算法以解决这一问题<sup>[4]</sup>.该算法在其它领域也有应用的潜力.

我们首次把 ET 模型扩展到了 Fermi 统计的情形.电流与能流采用 Scharfetter-Gummel 型方法进行离散.对窄基区 BJT 的研究表明,当注入载流子浓度很高时,通过修正的 Einstein 关系,不同的载流子统计在电流特性上会产生较大的区别.

## 2 模型描述

我们在 Fermi 统计方面的工作是在 PISCES-2ET<sup>[1]</sup>中实现的.其六个基本方程分别为:泊松方程

$$\operatorname{div}(-\epsilon \nabla \varphi) = \rho \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金资助项目,批准号 69476025

孔 军 男,1970 年出生,博士生,从事半导体光电子器件的计算机模拟的研究

杨之廉 男,1933 年出生,教授,研究方向为集成电路 CAD,着重于器件的模型与模拟

1997-09-01 收到,1998-01-08 定稿

载流子连续性方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \operatorname{div} J_n - U \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{1}{q} \operatorname{div} J_p - U \quad (3)$$

载流子能量平衡方程

$$\frac{\partial w_n}{\partial t} = - \operatorname{div} S_n + J_n \cdot E_n - U w_n \quad (4)$$

$$\frac{\partial w_p}{\partial t} = - \operatorname{div} S_p + J_p \cdot E_p - U w_p \quad (5)$$

晶格热扩散方程

$$C_L \frac{\partial T_L}{\partial t} = \operatorname{div} (\kappa \nabla T_L) + G_L \quad (6)$$

式中  $U$  是电子-空穴对的净复合速率;  $w_n$  是电子动能密度;  $E_n$  是作用于电子的电场,  $S_n$  是电子动能流密度;  $U w_n$  是电子动能损失速率;  $\kappa$  是晶格热导率;  $G_L$  是晶格热产生速率, 其它符号取通常的含义

假定弛豫时间有下述关系  $\tau \sim E^{-\nu}$ , 这里  $E$  是载流子动能, 并且引入 Fermi 统计, 按照文献[1]中的方法, 我们可以推出如下与 Boltzmann 统计时相类似的电流与能流的表达式:

$$J_n = - q n \mu_n \nabla \Phi + q D_n \nabla n + q n D_n^T \nabla T_n \quad (7)$$

$$S_n = - P_n T_n J_n - \kappa_n \nabla T_n \quad (8)$$

简单起见, 这里未写入异质材料的相关项 而式中的几个系数与 Boltzmann 统计时不同 令  $F_j(\eta)$  表示  $j$  阶的 Fermi 积分, 有下面一些关系:

$$w_n = \frac{3}{2} K_B T_n n \frac{F_{3/2}(\eta_n)}{F_{1/2}(\eta_n)} \quad (9)$$

$$n = N_c F_{1/2}(\eta_n)$$

$$D_n = \frac{\mu_n K_B T_n}{q} \lambda_n, \quad \lambda_n = \frac{F_{1/2}(\eta_n)}{F_{-1/2}(\eta_n)} \quad (10)$$

$$D_n^T = (C_e \alpha_n - \frac{3}{2} \lambda_n) \frac{K_B \mu_n}{q} \quad (11)$$

$$C_e = \frac{5}{2} - \nu \quad \alpha_n = \frac{F_{3/2-\nu}(\eta_n)}{F_{1/2-\nu}(\eta_n)}$$

$$P_n = \frac{C_e K_B}{q} \alpha_n \quad (12)$$

$$\kappa_n = n K_B T_n \mu_n P_n \beta_n \quad (13)$$

$$\beta_n = (C_e + 1) \frac{F_{5/2-\nu}(\eta_n)}{F_{3/2-\nu}(\eta_n)} - C_e \alpha_n$$

空穴的相应表达式是类似的 与 Boltzmann 统计时相比, 上面的这些关系, 引入了一些载流子浓度相关的修正系数 对 Boltzmann 统计,  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$ ,  $\lambda_n$  都简化为一.

### 3 数值方法

在 PISCES-2ET 中, 方程(1)~(6)用盒式积分方法离散 电流与能流用 Scharfetter-

### Gummel 方法离散

在推广到 Fermi 统计时,我们仍然使用 Scharfetter-Gummel 类型的方法来离散电流与能流 通过转换,在公式中,Fermi 统计的效应体现为对电势及载流子温度的修正 详细的离散策略可见附录

这里需要算几个 Fermi 积分,而且在器件模拟中,是十分频繁的 必须的阶有 $-1/2, 1/2, 3/2, 1/2-\nu, 3/2-\nu, 5/2-\nu$  为了提高收敛性,另有 $3/2$ 与 $-1/2-\nu$ 阶可用于雅可比矩阵元的计算 一般来说,参数  $\nu$ 是个不确定的实数,在 0 到 1.5 之间

为此,我们提出了一个实数阶 Fermi 积分的高精度快速算法文献[4],与其它算法例如文献[5]相比,有非常高的计算效率

## 4 结果与讨论

所模拟的窄基区硅BJT<sup>[6]</sup>基区宽 50nm. 发射区为  $2.8 \times 2.8 \mu\text{m}^2$ . 掺杂分布如图 1 所示

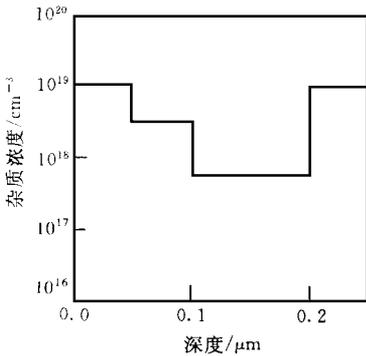


图 1 掺杂分布

载流子间散射,禁带变窄,不完全电离,能量相关的迁移率,以及能量相关的碰撞电离等都予以考虑 在共基极组态下模拟

图 2 给出集电极零偏压时集电极电流对发射极偏压的关系 图 3 给出发射极偏置为 $-0.74\text{V}$ 时的模拟输出特性和实验结果

当发射结偏置足够大时,这里约  $1.3\text{V}$ , Boltzmann 统计与 Fermi 统计开始表现出明显的差异 对 ET 和 DD 模型,这种差异都是类似的存在的 我们认为这是由于公式(10)的作用,即 Fermi 统计引起对 Einstein 关系的修正 如果在程序中去掉该修正,其它保持不变,模拟结果与

Boltzmann 统计时比较接近 显然,偏置足够大时,注入到基区的载流子浓度非常高,使得对 Einstein 关系的修正不能忽略

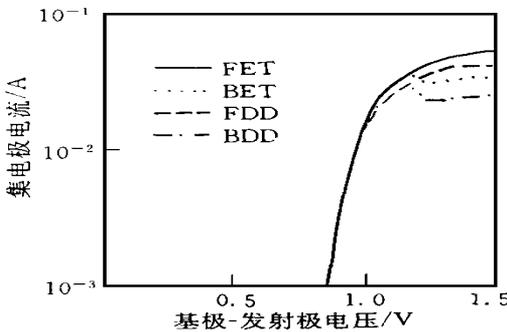


图 2  $V_{cb} = 0$  转移特性

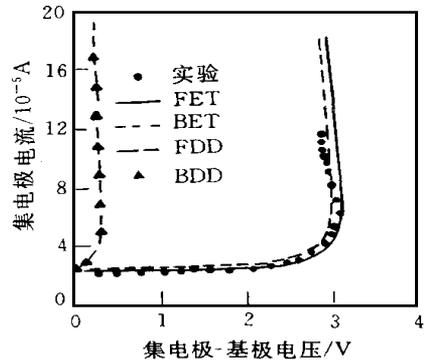


图 3  $V_{cb} = -0.74\text{V}$  输出特性

FET: Fermi 统计,ET 模型; BET: Boltzmann 统计,ET 模型;  
FDD: Fermi 统计,DD 模型; BDD: Boltzmann 统计,DD 模型

载流子注入较低时,  $F_{\text{emi}}$  统计的影响虽不太显著, 但仍有一定程度的差异. 增大集电极偏压以使碰撞电离起作用时, 差异会变得较大. 换句话说, 碰撞电离放大了该差异. 图 3 中, DD 模型的低击穿电压是由于对碰撞电离有偏大的估计. 在 DD 模型中, 碰撞电离是场相关的. 在非稳态输运时, ET 模型应采用能量相关的迁移率模型.

## 5 结论

我们把  $F_{\text{emi}}$  统计加入到了能量输运模型中去. 电流与能流用 Scharfetter-Gummel 类型的方法离散. 采用一种高精度快速算法来计算  $F_{\text{emi}}$  积分. 研究了载流子简并对半导体器件的非平衡输运的影响. 对窄基区 BJT 的模拟表明, 当注入浓度很高时, 需引入  $F_{\text{emi}}$  统计来代替 Boltzmann 统计.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Z. Yu, D. Chen, L. So *et al* , PISCES-2ET-two dimensional device simulation for silicon and heterostructure, Integrated Circuit Lab , Stanford University, 1994.
- [ 2 ] D. Chen, E. C. Kan, U. Ravaioli *et al* , IEEE Electron Device Lett , 1992, **13**: 26.
- [ 3 ] Y. Apanovich, P. Blakey, R. Cottle *et al* , IEEE Trans Electron Devices, 1995, **38**: 890.
- [ 4 ] 孔军, 杨之廉,  $F_{\text{emi}}$  积分的高精度快速算法, 第八届全国 ICCAD 会议, 北京, 1995, pp. 90.
- [ 5 ] Muhammad Taher A bueima À tti. Solid-State Electronics, 1994, **37**: 1677.
- [ 6 ] G. Verzellesi, G. Baccarani, C. Canali *et al* , IEEE Trans Electron Devices, 1993, **40**: 2296.
- [ 7 ] W. B. Joice and R. W. Dixon, Appl Phys Lett , 1977, **31**: 354.

## Study on Degeneracy of Hot Carriers

Kong Jun, Yang Zhilian

(Institute of Microelectronics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Received 1 September 1997, revised manuscript received 8 January 1998

**Abstract** The impact of degeneracy on the hot carrier transport is numerically studied by the extension of the energy transport model to the case of Fermi statistics. Simulation of a 50nm base BJT shows that if the injected carrier density is very high, the impact of degeneracy on the hot carrier transport can't be ignored.

**EEACC:** 0290P, 2560J

## 附 录

## 电流与能流的离散

电流与能流的公式(7)(8)可改写为:

$$J_n = q[\nabla(n\mu_n\bar{T}_n - n\mu_n\bar{\Phi})]$$

$$S_n = -qC_e\alpha_n/\lambda_n[\nabla(n\mu_n\bar{T}_n^2 - n\mu_n\bar{T}_n\bar{\Phi})]$$

其中  $\bar{T}_n = \frac{K_B T_a}{q} \lambda_n$

$$\bar{\Phi} = \Phi - C_e(\alpha_n/\lambda_n - 1)\bar{T}_n$$

$$\bar{\Phi} = \Phi - (\beta_n/\lambda_n - 1)\bar{T}_n$$

假定  $J_n, S_n, 1/\bar{T}_n \nabla \bar{\Phi}, 1/\bar{T}_n \nabla \bar{\Phi}, \alpha_n, \beta_n, \lambda_n$  在网格线上是常数, 应用 Scharfetter-Gummel 方法, 可得到沿着网格线从相邻格点  $i$  到  $j$  的离散形式为:

$$J_{nl} = q/L_{ij}[B(u_{ij})n_j\mu_{nj}\bar{T}_{nj} - B(-u_{ij})n_i\mu_{ni}\bar{T}_{ni}]$$

$$S_{nl} = -qC_e\alpha_n/(\lambda_n L_{ij})[B(u_{ij})n_j\mu_{nj}\bar{T}_{nj}^2 - B(-u_{ij})n_i\mu_{ni}\bar{T}_{ni}^2]$$

这里  $L_{ij}$  是格点  $i$  和  $j$  间的距离;  $B(x)$  是 Bernoulli 函数

$$B(x) = \frac{x}{e^x - 1}$$

以及

$$u_{ij} = 2(\bar{\Phi}_i - \bar{\Phi}_j)/(\bar{T}_{ni} + \bar{T}_{nj})$$

$$u_{ij} = 2(\bar{\Phi}_j - \bar{\Phi}_i)/(\bar{T}_{ni} + \bar{T}_{nj})$$

系数  $\alpha_n, \beta_n, \lambda_n$  所用的  $\eta = (\eta_+ \eta_-)/2$ ,

$$\eta = F_{i/2}(n_i/N_c), F_{i/2} \text{ 用 Joice 和 Dixon 的算法计算}^{[7]}$$

在 PISCES-2ET 的代码中, 动能流  $S$  用总能流  $H$  代替, 以消除能量平衡方程中的点积项

$$H = S + \bar{\Phi}$$

其离散形式为

$$H_{nl} = S_{nl} + \bar{\Phi} J_{nl} - \bar{\Phi} (\bar{\Phi}_i + \bar{\Phi}_j)/2$$

a  $eV_a/k = 100K$

b  $eV_a/k = 200K$

c  $eV_a/k = 300K$

d  $eV_a/k = 400K$

e  $eV_a/k = 500K$

f  $eV_a/k = 600K$