

带衬底偏置的 MOSFET CAD 模型

孙 兴 初

(上海科技大学物理系, 上海)

1986年10月21日收到

本文从器件物理出发结合黑箱方法得到了一个 MOSFET 的简单的三端器件模型, 同时提出了将衬底偏置效应方便地结合进去从而构成四端器件模型的方法。对于模型参数的萃取须作的测量及有关计算方法作了介绍。编制了自动确定参数的计算机程序。参数萃取所需的测量工作量很少。经实际模拟值与实验值比较, 表明本模型在精度与简单性方面有良好的兼顾。

主题词: 半导体器件, MOS 场效应晶体管, 模型化, 参数, 萃取

引 言

MOSFET 的静态特性可以用一个含二个变量的函数 $f(\cdot, \cdot)$ 来表示^[1], 例如

$$I_D = f(V_{GS} - V_T, V_{DS}). \quad (1)$$

其不同的具体形式在模拟的精度、简单性及模型参数萃取的容易性方面也各不相同^[2,3,4]。当 MOSFET 工作在源与衬底处于不同电位的情况下, 器件特性会发生变化, 可以将这效应用其阈值的变化来计人:

$$V_{TS} - V_{TO} = g(V_{BS}). \quad (2)$$

其中 V_{TO} 为源与衬底零偏时的阈值电压, V_{TS} 是当衬底偏压为 V_{BS} 时的阈值

鉴于大多数基于器件物理的模型在数学上繁复, 参数抽取的工作量也大, 而精度很少在 10% 以内, 所以近年来许多用于电路设计的器件模型采用了曲线拟合的技术, 获得了较高的精度。本文第一节用一阶电荷控制分析结合黑箱方法导出形式如(1)式的简单模型公式, 然后根据强反型假设导出计人衬底效应的(2)式的简单模型公式。再利用一个阶跃函数 $u(x)$ 使之成为形式简单使用方便的全模型。第二节说明模型参数的萃取方法, 由于模型的简化, 所需的测量工作量很少, 利用最小二乘法与最优化方法的计算机程序, 改善了模拟的效果。第三节是模型计算值与实验值的比较及讨论。

一、模型的建立

1. MOSFET 的一阶电荷控制分析

对于图 1 所示器件, 当 V_{DS} 很小时(设 $V_{DS} > 0$), 近似认为沟道方向上各处的空间电荷是均匀的, 则沟道中可动电荷为

$$Q_n = -C_{ox}(V_{GS} - V_{TS})WL, \quad (3)$$

其中 V_{TS} 称为 MOS 晶体管相对于源端的阈值电压。为简单起见, 下述讨论先假定 $V_S = V_B = 0$, 通过引进一个传输时间 T_{tr} (transit time) 来建立沟道电荷与 I_D 的关系:

$$I_D = -Q_n/T_{tr}. \quad (4)$$

假定沟道中流过的主要是漂移电流, 漂移电场为 V_{DS}/L , 则有

$$T_{tr} = L^2/\mu_n V_{DS}. \quad (5)$$

其中 L 为沟道长度, μ_n 为载流子迁移率, 二者均视为常数, 由此我们就得到熟知的线性规律

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} C_{ox} (V_{GS} - V_{TS}) V_{DS}. \quad (6)$$

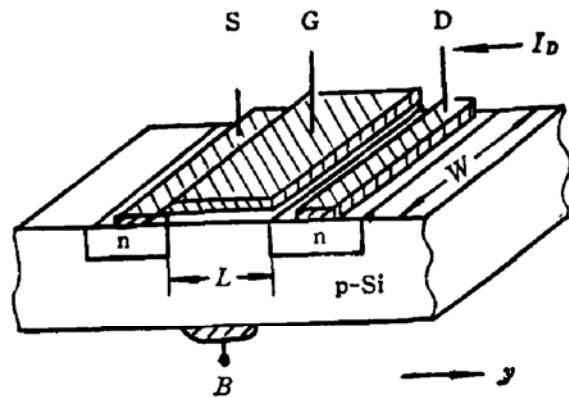


图 1 NMOS 晶体管结构

当 V_{DS} 增大时 (不再满足 $V_{DS} \ll V_{GS}$), 沟道中偏置电位受到漏电位的影响, 这效应使沟道中可动电荷 Q_n 减少。在一阶近似下, 采用一个平均的沟道偏置电位, 其值取为 $\frac{V_D}{2}$, 栅与沟道间所加的平均电压为 $(V_G - \frac{V_D}{2})$, 于是 Q_n 与 I_D 的修正形式为:

$$Q_n = -C_{ox} \left(V_{GS} - V_{TS} - \frac{V_{DS}}{2} \right), \quad (7)$$

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} C_{ox} \left(V_{GS} - V_{TS} - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS}, \quad (8)$$

当 V_{DS} 继续增大 (如超过 $V_G - V_T$ 后), 上述理论失效^[3], I_D 达到饱和, 由 (8) 式求极值容易得到

$$I_{Dsat} = \frac{\mu_n W}{2L} C_{ox} (V_{GS} - V_{TS})^2, \quad (9)$$

$$V_{Dsat} = V_G - V_T - V_{GS} - V_{FB} \\ - 2\phi_F - \frac{1}{C_{ox}} \sqrt{4\epsilon_s q N_B \phi_F}. \quad (10)$$

上述推导中将沟道中各点电势简化地采用了一个平均电势来处理, 从而得到 (8)、(9)、(10) 式的简单形式。但事实上, 沟道中各点电位 V_c 应该是其 y 座标的函数, 精确的一阶计算必须对沟道中的偏置电位作分布的考虑, 即具体考虑每一沟道元 dy 上的电压降

$$dV_c = I_D dy = -\frac{I_D dy}{W \mu_n Q_n(y)}. \quad (11)$$

通过微分方程的求解获得精确的一阶公式^[6]。公式 (8)、(9)、(10) 虽然比精确的一阶公式

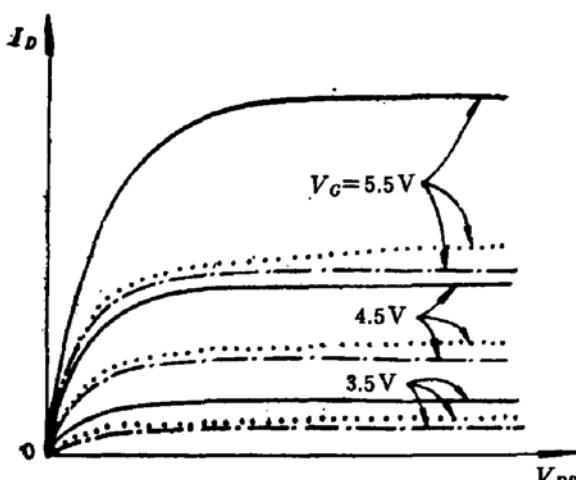


图 2 理论公式与实验值的比较
—(8)、(9)、(10)公式 -·- 精确的一阶公式^[6]
…… 实验值

简单,但若不加修正而直接使用则其模拟精度比后者差得多。(见图2): (1)由公式(8)计算非饱和区漏电流仅当 V_{DS} 很小时才与实验相符, V_{DS} 略大时计算值明显地偏离实验值。 (2)由公式(9)给出的饱和漏电流值比实验值大,且随栅压增大偏离增大。 (3)由公式(10)计算得到的饱和漏电压值 V_{Dsat} 比实验值大。

2 对公式修正的考虑

在实际的电路分析中,为了利用公式(9)的简单性,常通过对其系数 μ_n 作经验的修

正^[3]以使公式(9)在饱和区与实验值有较好的一致性。这在一般电路分析中已能满足对饱和区模拟的实际精度要求。但须指出的是,经验修正后的公式对非饱和区的模拟与实验值仍有偏差,修正后的(10)式对 V_{Dsat} 的估计仍偏大(参见图3)。

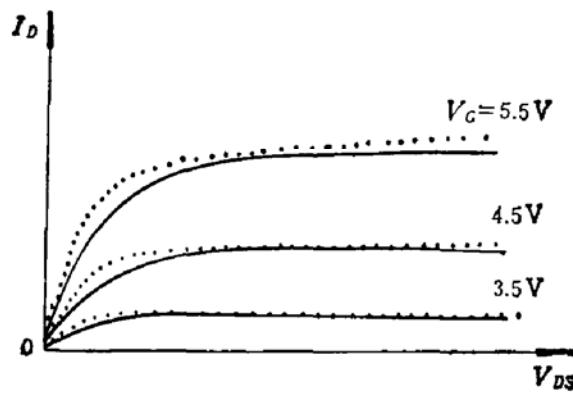


图3
——对(9)式中 μ_n 作修正后的模拟值 ……实验值

计人迁移率随电场变化及饱和区的有限电导等二阶效应。

鉴于对模型简单化的要求,这里我们将利用对 μ_n 作经验修正后的公式(9),并结合电路的 CAD 中常用的黑箱(Black Box)模型方法^[7]使获得的模型公式的模拟精度有一定程度的改善。

3. MOS 晶体管特性的模拟

注意到在某一栅电压下 MOS 晶体管的特性曲线 $I_D \sim V_D$ 与理想 P-N 结的反向 $I_D \sim V_D$ 特性很相似,它们都有一个电流的饱和值,都有一个从座标原点向饱和电流值过渡的“非饱和区”。结合 2 中关于公式(9)的讨论,我们把 MOST 的漏电流用下述公式描述:

$$I_D = - (e^{-\lambda V_{DS}} - 1) B (V_{GS} - V_{TS})^2, \quad (11)$$

其中 $B = \mu'_n \frac{W}{2L} C_{ox}$, μ'_n 是为了使公式(9)在饱和区拟合得较好而作了经验修正后的迁

移率。式中 $B(V_{GS} - V_{TS})^2$ 因子表示器件的饱和漏电流值,而因子 $-(e^{-\lambda V_{DS}} - 1)$ 反映了 V_{DS} 从零增大时, I_D 将按指数规律从零趋向饱和值。 λ 值的大小反映电流趋向饱和值的快慢。此外,由于 MOS 晶体管漏电流对于不同的栅电压来说是一族曲线,它们有不同的饱和漏电压,所以也各有不同的 λ 值。利用公式(10)提供的 V_{Dsat} 值作为各条曲线 I_D 达到饱和快慢的相对比较,引进一个常数 k ,令

$$\lambda = k / (V_{GS} - V_{TS}). \quad (12)$$

公式(12)保证了较大的栅压 V_{GS} 下, I_D 在较大的 V_{DS} 值下趋近饱和值。将(12)式代入(11)式可见,当 V_{DS} 的值增大到使 $kV_{DS} / (V_{GS} - V_{TS}) = 5$ 时,漏电流 I_D 的值达到渐近值的 98%。 V_{DS} 若进一步增大, I_D 没有明显增大。初看起来 I_D 还会随 V_{DS} 的增加在

2% 的范围内微微增加，这一点不符合一阶分析中漏电流在 V_D 达到 V_{Dsat} 时有一个“确定”的饱和值的结论，其实公式(11)的这一特性恰好可以在一定程度上模拟实际器件的饱和区有限电导(通常是由有效沟道长度调制效应引起的)。

公式(11)与(12)给出了 MOS 晶体管在 $V_G > V_T$ 时的特性，为了使之能同时描述线性区、饱和区和截止区，将(11)式进一步写成

$$I_D = BX^2(1 - e^{-ky/x})u(x). \quad (13)$$

其中 $u(x)$ 为单位阶跃函数，定义为

$$u(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (14)$$

公式(13)中 $y = V_D$, $X = V_{GS} - V_T$, $B = \mu'_n \frac{W}{2L} C_{ox}$.

前面虽然对载流子迁移率 μ_n 作了经验的修正，但仍视之为常数。实际上，当栅电压增大时饱和区漏电流 I_D 与栅电压的 $\sqrt{I_D} \sim (V_G - V_T)$ 关系偏离直线，这是由于此时沟道中的载流子受到硅与氧化层界面的散射增大，从而使其表面的迁移率下降^[3]。通常采用经验公式来描述之^[4]

$$\mu_s = \mu_{s0} / \left(1 + \frac{E_s}{E_{s0}}\right)^r \quad (15)$$

其中 μ_{s0} 为低电场时表面迁移率， E_s 为平均表面电场， E_{s0} 为临界表面电场(典型值为 $6 \times 10^4 \text{ v/cm}$)， r 为一个经验常数。为了将模型公式表示为器件端电压的函数，近似地考虑表面电场与有效栅电场 ($V_{GS} - V_{Ts}$) 成正比，将上式改写成如下形式的经验公式：

$$\mu_s = \mu_{s0} / (1 + A(V_{GS} - V_{Ts})). \quad (16)$$

这里 A 是一个经验常数。

利用经验公式(16)对迁移率随栅电压变化的简单描述，对公式(13)中因子 B 中的 μ'_n 作进一步修正，则得到本文采用的模型公式：

$$I_D = BX^2(1 + AX)^{-1}(1 - e^{-ky/x})u(x). \quad (17)$$

这里的 B 仍为一个常数， $B = \mu'_n \frac{W}{2L} C_{ox}$ 中的 μ'_n 对应于(16)式中的 μ_{s0} 。

4. 体效应的模拟

根据强反型假设^[5]，MOS 结构(见图 1)的阈值电压为

$$V_{Ts} = V_{FB} + 2\phi_F + k\sqrt{2\phi_F - V_{BS}} \quad (18)$$

其中 ϕ_F 为衬底费米势， $k = \sqrt{2\epsilon_s q N} / C_{ox}$ 为体因子。令 V_{T0} 为衬底零偏时的阈值电压，则上式可改写为

$$V_{Ts} = V_{T0} + G(\sqrt{(1 - V_{BS}D)} - 1). \quad (19)$$

其中 $G = k\sqrt{2\phi_F}$, $D = \frac{1}{2\phi_F}$. 只要设法求得参数 V_{T0} 、 G 和 D ，公式(19)便可用来计算不同衬底偏置下的阈值电压了。同时，如果将公式(19)与(13)或者其它的具有(1)式形式的公式相结合，就可构成一个描述四端 MOS 晶体管的器件模型。

二、模型参数的萃取

1. V_{T0} 、 G 和 D 的求取

由(19)式可得

$$(V_{Ts} - V_{T0})^2 + 2(V_{Ts} - V_{T0})G + G^2 V_{BS} D = 0. \quad (20)$$

若令

$$P = 2G, \quad Q = G^2 D \quad (21)$$

则(20)式可写为以 P 和 Q 为未知变量的线代方程:

$$P(V_{Ts} - V_{T0}) + QV_{BS} + (V_{Ts} - V_{T0})^2 = 0. \quad (22)$$

从数学上只需要二组不同偏压值 V_{BS_1} 、 V_{BS_2} 下的阈值电压值 V_{Ts_1} 、 V_{Ts_2} ，以及 V_{T0} 的值，即可获得二个线性方程，将其联立后用直接法求解就可求得 P 和 Q ，代入(21)式可得

$$\begin{aligned} G &= \frac{(V_{Ts_1} - V_{T0})^2 V_{BS_1} - (V_{Ts_2} - V_{T0})^2 V_{BS_2}}{2[(V_{Ts_1} - V_{T0})V_{BS_1} - (V_{Ts_2} - V_{T0})V_{BS_2}]}, \\ D &= -\frac{(V_{Ts_1} - V_{T0})^2 - 2G(V_{Ts_1} - V_{T0})}{G^2 V_{BS_1}}. \end{aligned} \quad (23)$$

但是为了在较大偏压范围内取得更理想的模拟效果，我们采用了多组偏压下的数据(V_{BS} ， V_{Ts})用最小二乘法作拟合，从而求得参数 G 与 D 。

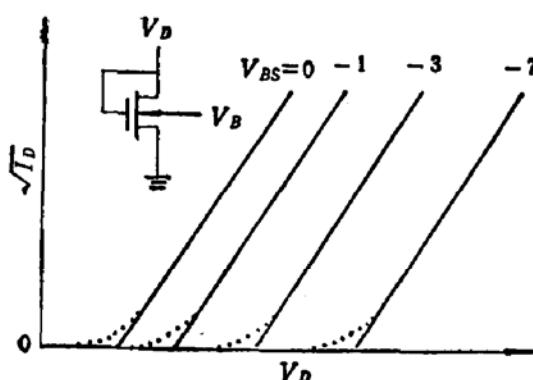


图4 MOST 饱和区 $\sqrt{I_D}$ 与 V_{GS} 的关系及其受 V_{BS} 的影响

为了获得 (V_{BS}, V_{Ts}) 数据，我们将 MOST 的漏栅短接后，在一定的衬底偏压下测量 $\sqrt{I_D}$ 与 V_{GS} 的关系曲线。根据前面讨论，经修正过的公式(9)能够较好地模拟饱和区的特性，因此 $\sqrt{I_D} \sim V_{GS}$ 图线应该是一条直接，而其在 V_{GS} 轴上的截距即为对应 V_{BS} 下的阈值电压 V_{Ts} 。在实际测量中 I_D 较小时的数据点偏离直线，这是由于沟道在达到强反型之前已存在着所谓亚阈值电流，它与栅电压

的关系不能由(9)式来描述（它与有效栅电压 $V_{GS} - V_{Ts}$ 有指数关系^[5]）。此外，当栅压 V_{GS} 较大时载流子在硅-氧化层界面处散射使迁移率下降，因而在高栅压时 $\sqrt{I_D} \sim V_{GS}$ 曲线向下弯偏离直线。由此，测到的数据选用曲线中间段的点子，用最小二乘法作线性回归，以推求 V_{Ts} 。

2. 参数 B 与 A 的求取

在 V_{DS} 较大时，器件处于饱和区，公式(17)中因子 $(1 - e^{kV_D})$ 近似为 1，于是有

$$I_D = BX^2(1 + AX)^{-1}. \quad (24)$$

若在饱和区测取二个数据点 $(V_{GS_1}, V_{DS_1}, I_{D_1})$ 和 $(V_{GS_2}, V_{DS_2}, I_{D_2})$ ，可以代入(24)式得到以 A 和 B 为未知量的二个非线性方程。从数学上看，参数 A 与 B 的求取只须将二方程联立用数值解方法（例如 Newton-Raphson 迭代法）即可。但是，为了不仅仅在这二

一个特定栅压下，而是在整个感兴趣的栅压范围内都有较好的拟合，所以实际上我们选用了不同栅压的多于 3 个的数据点（本文例中取 4 点）来进行回归，具体方法如下。

在漏电流饱和区中（参见图 5）在不同栅压的特性曲线上读取 $(N - 1)$ 个数据， $(V_{G_i}, V_{D_i}, I_{D_i})$, $i = 1, 2, \dots, N - 1$. N 为测量数据点总数，不宜太少（本文例中 $N = 5$ ），将这 $(N - 1)$ 组数据代入（24）式可得一组方程

$$I_{D_i} = BX_i^2(1 + AX_i)^{-1} \\ i = 1, 2, \dots, N - 1.$$

其中 $X_i = V_{G_i} - V_{Ts}$ ，参数 V_{Ts} 已由 1 中方法求得。利用非线性最小二乘原理^[9]建立目标函数

$$E(A, B) = \sum_{i=1}^{N-1} [I_{D_i} - BX_i^2(1 + AX_i)^{-1}]^2 \quad (25)$$

用最优化方法求得参数 A 与 B .

3. 参数 k 的求取

在上述测量的 $(N - 1)$ 个数据点中，选某一较大栅压的特性曲线，设其对应第 $(N - 1)$ 点。在该曲线的非饱和区曲线弯曲处读取第 N 个数据 (V_{GN}, V_{DN}, I_{DN}) 。该点对应于较大的栅电压与较小的漏电压。由公式（17）

$$I_{DN} = BX_N^2(1 + AX_N)^{-1}(1 - e^{-kY_N/X_N}) \quad (26)$$

其中 $X_N = V_{GN} - V_{Ts}$, $Y_N = V_{DN}$ 。由（26）式可得

$$k = -\ln \left(\frac{-I_{DN}(1 + AX_N)}{BX_N^2} + 1 \right) \cdot \frac{X_N}{Y_N} \quad (27)$$

利用第 N 点与 $(N - 1)$ 点处于同一栅电压 $V_{GN} = V_{GN-1}$ ，则有 $X_N = X_{N-1}$ ，并注意到 $I_{DN-1} = BX_{N-1}^2(1 + AX_{N-1})^{-1}$ ，于是参数 k 的计算量可减小为

$$k = -\ln \left(1 - \frac{I_{DN}}{I_{DN-1}} \right) \cdot \frac{X_{N-1}}{Y_N} \quad (28)$$

三、模型与实验的比较

根据上述算法编制了计算机程序，采用 n 沟道增强型 MOST 3D06 作实例模拟，在求取参数 A 、 B 和 k 时测取数据点 $N = 5$ 个，所选栅电压子样分别为 $V_G = 4V, 5V, 6V, 7V$ 。第 N 点取在 $V_G = 6V$ 时的非饱和区。由计算机自动求得参数 $A = 0.04063$, $B = 1.61636$, $K = 2.74902$ 。以及用上节方法求得 $V_{Ts} = 2.93853$ 。图 6 所示为模拟值与实验值的比较。对图中七条特性曲线上 $7 \times 11 = 77$ 个数据计算模拟值 I_{DC} 与实验值 I_{DM} 的相对偏差 $\left| \frac{I_{DC} - I_{DM}}{I_{DM}} \right|$ ，其最大相对偏差小于 8%，平均相对偏差为 3% 左右。由于本

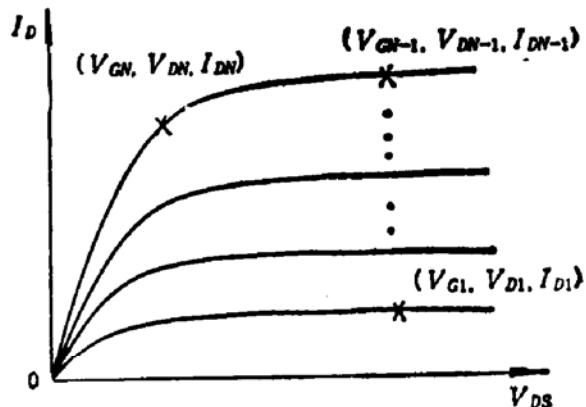


图 5

例在回归中选取测量数据子样的栅压最高为 7V, 故通过曲线拟合技术萃取的模型参数对 7V 以下栅压的特性模拟较有利。当须要模拟的栅压范围较大时, 根据曲线拟合的要求,

选取数据点子样的栅压范围也要相应增大, 以有利于兼顾整个栅压范围内的模拟精度。此外, 由图 6 可见, 非饱和区的拟合不如饱和区, 这是因模型的简化所付出的代价, 因为在参数萃取时在非饱和区只在 $V_c = 6V$ 处测了一个数据点。

表 1 为衬底偏置效应的模拟结果与实验值的比较, 其中 V_{TC} 为利用公式 (19) 计算的模拟值, V_{TM} 为实验值(它是用上节所述方法测得)。公式 (19) 中模型参数的萃取是对五个不同的 V_{BS} (即 0V, -1.5V, -2.5V, -3.5V, -5.5V) 下分别测五组数据 (I_D , V_{GS}), 用上节方法求得各个 V_{TS} , 然而以公式 (22)

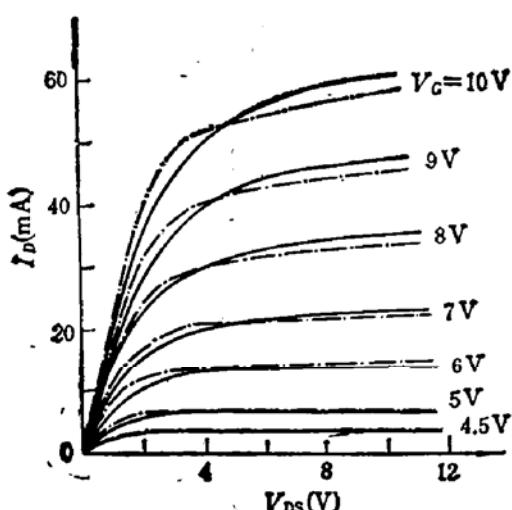


图 6 模拟值与实验值的比较

— 模拟值 —— 实验值

经最小二乘法作线性回归求得 P 与 Q , 代入 (21) 式求得 G 和 D 。表 1 中 $E1$ 为阈值电压模拟值与实验值的相对偏差 $E1 = \left| \frac{V_{TM} - V_{TC}}{V_{TM}} \right| \times 100\%$, 其平均相对偏差为 0.8%。类似于 $V_{BS} = 0$ 的情况, 在不同的衬底偏置下, 对 $I_D \sim V_{DS}$ 的相应七根特性曲线上的 77 个数据点作实测值与计算值的比较, 用 $E2$ 表示其最大相对偏差, $E3$ 表示其平均相对偏差。

表 1

$G = 0.412$		$D = 1.048$			
$V_{BS}(V)$	$V_{TM}(V)$	$V_{TC}(V)$	$E1(\%)$	$E2(\%)$	$E3(\%)$
-1.0	3.1260	3.1161	0.32	8.0	3.4
-3.0	3.4060	3.3652	1.2	9.2	4.5
-4.0	3.5124	3.4650	1.3	9.5	5.2
-5.0	3.5473	3.5560	0.25	8.2	3.5
-6.0	3.6729	3.6388	0.93	8.4	4.2

结语

本文提出了一个简化的四端 MOS 晶体管的模型。在考虑了器件的一阶近似分析的修正后结合黑箱模型方法, 使该模型的精度提高, 并在一定程度上模拟了迁移率随栅压的变化及饱和区的有限电导等二阶效应。本模型对线性区和饱和区采用了一个统一的公式, 给使用带来了方便。通常, MOST 的模型总把线性区与饱和区用不同的公式来表示, 计算时要先算出饱和电压 V_{Dsat} (它是栅电压与阈值电压的函数), 然后比较 V_D 与它的大小再决定选用哪一个工作区的模型公式^[2,3,4]。此外, 本模型公式形式简单, 参数萃取的测量工作量小, 所以尽管它对非饱和区的模拟精度比饱和区差些, 我们没有去寻求更复杂的函

数形式。文中对阈值电压的测量和求取提出了用最小二乘法作线性回归的方法，减小了不同测量方法和数据选取方法对测量结果的影响，有利于模拟精度的提高。

须要说明的是，对于同一工艺下的不同 $\frac{W}{L}$ 的 MOST，根据第一节的推导，由于 $B = \mu_s' \frac{W}{2L} C_{ox}$ ，故它们将有不同的模型参数 B 。而在同一工艺下参数 μ_s' （经修正）与 C_{ox} 的值可视为常数，因而，不同 $\frac{W}{L}$ 的 MOST 的模型参数 B 之比即为它们宽长比之比。它们的其它模型参数实际上是由材料和工艺决定的，与 $\frac{W}{L}$ 大小无关，故应该视为相同。这与 MOST 的线性区和饱和区的理论公式^[6]中 I_D 都与 $(\frac{W}{L})$ 因子成线性关系这一点是相符的。

最后必须指出，本文只是作为建立模型方法的探索，以理论模型与黑箱模型相结合，利用曲线拟合技术来提高模拟的精度和简化模型的形式。从根本上说，它应仍是一个一阶模型，因为它没有计人短、窄沟道效应。所以只能适用于一般尺寸的器件。

参 考 文 献

- [1] P. Richman, *Characteristics and Operation of MOS Field-Effect Devices*, McGraw-Hill, (1967).
- [2] D. A. Hodges and H. Schichman, *IEEE J. SSC-3*, 285(1968).
- [3] J. E. Meyer, *RCA Rev.*, 32, 42(1971).
- [4] 孙兴初、戴定凯，上海半导体，Vol-1, 20(1983)。
- [5] R. S. Muller, T. I. Kamins, *Device Electronics for Integrated Circuits*, John Wiley and Sons., Inc., (1977).
- [6] A. S. Grove, *Physics and Technology of Semiconductor Devices*, John Wiley and Sons., Inc., (1967).
- [7] Leon O. Chua, Pen-Min Lin., *Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques*.
- [8] J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.*, 97, 611(1955).
- [9] 南京大学数学系计算数学专业编，最优化方法，科学出版社，(1978)。

A MOSFET Model with Substrate Bias for CAD

Sun Xingchu

(*Department of Physic, Shanghai University of Science and Technology*)

Abstract

A simplified three-terminal MOSFET model for CAD is obtained by incorporating black box method into the physical model of MOSFET, and then expanded to be a four-terminal MOSFET model by taking into account the effects of substrate bias, the modeling of which is also simplified in order to make it easier to use. A computer program with optimization algorithms and least-square curve fitting technique has been used to determine the model parameters automatically. Only simple experimental measurements are required for the parameter extraction. Simulated results obtained from the model are in close agreement with experimental data, which shows a compromise of accuracy and simplicity.

KEY WORDS: Semiconductor device, MOS field effect transistor, Modeling, Parameter, Extraction