

VLSI 成品率统计中的缺陷成团效应及 统计参数与面积的关系*

张 钟 宣 李 志 坚

(清华大学微电子研究所, 北京)

1987年6月26日收到

本文以负二项分布为基础, 在对两个实测统计结果进行分析的基础上, 给出了 VLSI 成品率与缺陷分布统计中有关成团因子与芯片面积关系的模型。在模型的推导中考虑了由于缺陷的成团聚集效应引起的区域之间缺陷分布的相关性这一内在因素。模型与本文给出的两个实测统计结果的一致性很好。

主题词: 成品率模型, 缺陷统计, 结团

一、引言

在分析 VLSI 成品率和采用容错技术时, 一个完善和实用的统计分析模型是必不可少的。人们早就发现 IC 成品率统计中, 缺陷分布的方差比均值大许多, 因而芯片上的缺陷不符合简单的二项式分布或泊松分布。为了寻求更合适的模型, 早期 Murphy^[1]、Seeds^[2] 和 Price^[3] 等曾作了不少工作。现在所公认偏离泊松分布的主要原因是缺陷在圆片上的分布有成团的趋向及圆片之间缺陷总数的起伏。目前以 Gamma 分布作为复合泊松分布缺陷密度所得到的负二项分布(Negative binomial distribution)经实验证明是一种比较灵活和更为接近于 VLSI 实际的统计分布形式^[4,5,6]。但已往人们在推导这一分布过程中仅仅把成团作为一种统计上的概念, 而给定缺陷密度后推出复合泊松分布这种处理方法掩盖了实际 VLSI 在几何形态和尺度意义上的成团聚集效应, 所以由此出发不可能推出与成团尺寸有关的效应。但近来 Stapper^[7] 的实验表明, 负二项分布的成团因子随芯片面积不同而改变, 这说明实际 VLSI 的缺陷分布的确存在几何意义上的成团聚集效应。至今还没有人给出考虑这一效应的理论, 显然这一理论模型的建立和从实验中对相应参数的提取, 无论对于深入了解 VLSI 失效机理或针对性地采用适当的容错技术都是十分重要的。

本文明确定义缺陷在几何形态和尺度意义上的成团聚集效应为成团效应 (clustering)。并从两个统计实验中得到了负二项分布的成团因子与芯片面积的关系, 进而以负二项分布为基础, 基于缺陷成团有一定几何尺度这一事实导出了缺陷统计分布与芯片面积

* 国家自然科学基金会支持项目

的关系,提出的模型与实验结果取得了很好的符合。

二、缺陷成团和负二项分布

先假设成团的规模只局限在单位面积区域 A 内,将圆片用栅格划分为互相相邻、面积为 A 的区域。任取两个区域缺陷分布相互独立。令 $p(x, t)$ 为任取一个单位面积区域 A 在时刻 t 存在 x 个缺陷的概率,把缺陷点的发生看成时间上和平面上的随机过程。设在时间 $(t, t + dt)$ 内在 t 时刻有 x 个缺陷的某单位面积区域 A 上再产生一个缺陷的概率为 $f(x, t)dt$,且 dt 足够小以致于至多产生一个缺陷,则

$$p(0, t + dt) = p(0, t)[1 - f(0, t)dt], \quad (1)$$

$$p(x, t + dt) = p(x - 1, t)f(x - 1, t)dt + p(x, t)[1 - f(x, t)dt]. \quad (2)$$

(其中 $x = 1, 2, 3, \dots$)

(1)式与(2)式可分别化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p(0, t)}{\partial t} = -p(0, t)f(0, t), \\ \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -p(x, t)f(x, t) + p(x - 1, t)f(x - 1, t) \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -p(x, t)f(x, t) + p(x - 1, t)f(x - 1, t) \end{array} \right. \quad (4)$$

(3)式与(4)式可以用下式来表示

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{x=0}^{\infty} p(x, t)s^x = (s - 1) \sum_{x=0}^{\infty} p(x, t)f(x, t)s^x. \quad (5)$$

令 $G(s, t) = \sum_{x=0}^{\infty} p(x, t)s^x$ 为 $p(x, t)$ 的母函数,则

$$p(x, t) = \frac{1}{x!} \left. \frac{\partial^x G(s, t)}{\partial s^x} \right|_{s=0}. \quad (6)$$

且有

$$E(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x p(x, t) = \left. \frac{\partial G(s, t)}{\partial s} \right|_{s=1}. \quad (7)$$

令

$$f(x, t) = c + b_0 x \quad (8)$$

即认为在面积 A 中缺陷的增长概率与该区域的缺陷数目呈线性关系。 b_0 为该区域内缺陷自身繁殖因子, c 是泊松分布密因子。定义成团因子 (cluster parameter)

$$\alpha = \frac{c}{b_0} \quad (9)$$

由此可见成团因子 α 越小,成团效应越强。

将(5)式用母函数形式来表示并将(8)式代入可得

$$\frac{\partial G(s, t)}{\partial t} = (s - 1) \left[c \cdot G(s, t) + b_0 \cdot s \cdot \frac{\partial G(s, t)}{\partial s} \right]. \quad (10)$$

(10)式满足初始条件 $p(0, 0) = 1$ 及 $p(x, 0) = 0, (x = 1, 2, 3, \dots)$ 的唯一解为

$$G(s, t) = [e^{b_0 t} - (e^{b_0 t} - 1) \cdot s]^{-\alpha b_0}. \quad (11)$$

据(6)式及(7)式有

$$p(x, t) = \frac{\Gamma(x + c/b_0)}{x! \Gamma(c/b_0)} e^{-(x+c/b_0)b_0t} \cdot (e^{b_0t} - 1)^c. \quad (12)$$

$$E(x) = \left. \frac{\partial G(s, t)}{\partial s} \right|_{s=1} = \frac{c}{b_0} (e^{b_0t} - 1). \quad (13)$$

令 $E(x) = \lambda$ 则(12)式可以表示为负二项分布的形式

$$p(x, \lambda, \alpha) = \frac{\Gamma(x + \alpha)}{x! \Gamma(\alpha)} \cdot \left(\frac{\lambda}{\alpha + \lambda} \right)^x \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \lambda} \right)^\alpha. \quad (14)$$

以上推导说明，假设缺陷成团的规模只局限于 A 内，缺陷的负二项分布实际上是反映了(8)式所描述的缺陷团的线性增殖效应，同时证明了(14)式中统计分布参数 λ 和 α 的物理意义。若缺陷团的增殖效应为零，即 $b_0 \rightarrow 0$ ，则(10)式的解为泊松分布

$$\begin{cases} p(x, \lambda, \infty) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \\ \lambda = ct \end{cases} \quad (15)$$

三、成团效应及区域之间的相关性

假设相邻单位面积区域之间相互独立，并且在圆片上任取一个区域 A 其 $E(x)$ 与 A 所在的位置无关，考察当相邻单位面积区域两两相并为 $2A$ 时区域 $2A$ 内缺陷的统计分布。根据概率论中母函数的性质，当 A_1 中有 x_1 个缺陷， A_2 中有 x_2 个缺陷，则 $2A$ 内的缺陷分布即为 $x_1 + x_2$ 的分布，因而

$$\begin{aligned} G_{2A}(s, t) &= G_{A_1}(s, t) \cdot G_{A_2}(s, t) \\ &= [e^{b_0t} - (e^{b_0t} - 1) \cdot s]^{-2c/b_0}. \end{aligned} \quad (16)$$

将此结果与以前的结果对比可知用(16)式导出的负二项分布参数为

$$\begin{aligned} \alpha_{2A} &= \frac{2c}{b_0} = 2 \cdot \alpha_A, \\ \lambda_{2A} &= \frac{2c}{b_0} (e^{b_0t} - 1) = 2 \cdot \lambda_A. \end{aligned}$$

以此类推当 n 个相邻的 A 合并区域 nA 时有

$$\alpha_{nA} = n \cdot \alpha_A. \quad (17)$$

$$\lambda_{nA} = n \cdot \lambda_A. \quad (18)$$

(17)式所示的关系仅仅是在假设区域之间相互独立的情况下得到的，从缺陷成团的线性增殖机理过程上也可以得到相同的结果

$$\begin{aligned} f_{2A}(x_1 + x_2, t) dt &= [f(x_1, t) + f(x_2, t)] dt \\ &= [2 \cdot c + b_0(x_1 + x_2)] dt. \end{aligned} \quad (19)$$

类似可得出与(17)、(18)式等价的关系

$$f_{nA}(x, t) = n \cdot c + b_0 x. \quad (20)$$

(20)式意味着 $c = n \cdot c$ 是正比于面积的， b_0 与面积无关代表单位缺陷的自身繁殖能力的因子。

现在考虑成团有一定尺度，从而相邻区域之间的缺陷分布由于缺陷团生长过程中互

相关联而有一定的相关性。为此设区域 A_1 与 A_2 相邻, 其面积均等于 A , 在 t 时刻有

$$f_{A_1}(x_1, t) = c + b_0 x_1 + \phi_1(\bar{x}_1), f_{A_2}(x_2, t) = c + b_0 x_2 + \phi_1(\bar{x}_2)$$

其中 c 与 b_0 的含意如前所述, $\phi_1(\bar{x}_1)$ 代表在 t 时刻 A_1 以外的 \bar{x}_1 个缺陷对 $f_{A_1}(x_1, t)$ 的相关贡献。设 A_1 与 A_2 周围情况类似, 则 $\phi_1(\bar{x}_1)$ 与 $\phi_1(\bar{x}_2)$ 的形式是对称的, 类似(19)式可得

$$f_{A_1}(x_1 + x_2, t) = 2c + b_0(x_1 + x_2) + \phi_1(\bar{x}_1) + \phi_1(\bar{x}_2). \quad (21)$$

因为 $\phi_1(\bar{x}_1)$ 与 $\phi_1(\bar{x}_2)$ 中包含 A_1 与 A_2 的互相贡献, 设 $\phi_1(\bar{x}_1)$ 中 x_2 对 A_1 的贡献为 $a_1 x_2$, 类似也应有 $a_1 x_1$ 对 A_1 的贡献, 所以

$$\phi_1(\bar{x}_1) + \phi_1(\bar{x}_2) = a_1(x_1 + x_2) + \phi_1(\bar{x}_1 + \bar{x}_2). \quad (22)$$

其中 $\phi_1(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$ 为区域 $2A$ 以外的缺陷对该区域的相关贡献, 则(21)式可写成

$$f_{A_1}(x, t) = 2c + (b_0 + a_1)x + \phi_1(\bar{x}). \quad (23)$$

类似设 A_1, A_2, A_3 三个单位面积区域相邻且并为区域 $3A$ 时有

$$f_{3A}(x_1 + x_2 + x_3, t) = 3c + b_0(x_1 + x_2 + x_3) + \phi_1(\bar{x}_1) + \phi_1(\bar{x}_2) + \phi_1(\bar{x}_3). \quad (24)$$

将 $\sum \phi_i(x_i)$ 中的互相关项提出来

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \phi_i(\bar{x}_i) &= (a_{12} + a_{13})x_1 + (a_{21} + a_{23})x_2 + (a_{31} + a_{32})x_3 \\ &+ \phi_3(x_1 + x_2 + x_3) = \phi_3(x_1 + x_2 + x_3) + (a_1 + a_2)(x_1 + x_2 + x_3). \end{aligned} \quad (25)$$

上式中 $a_{ij}x_i$ 代表 x_i 对区域 A_j 的相关贡献, 在第二步采用的近似中 a_1 代表单位面积区域对最近邻区域的作用系数, a_2 代表对次近邻的平均作用系数, 则

$$f_{3A}(x, t) = 3c + (b_0 + a_1 + a_2)x + \phi_3(\bar{x}). \quad (26)$$

以此类推

$$f_{nA}(x, t) = nc + \left(b_0 + \sum_{i=1}^{n-1} a_i \right)x + \phi_n(\bar{x}). \quad (27)$$

一般来说随着单位区域之间距离的增加, 互作用系数 a_i 随 i 的增大而递减的, 从物理机理上讲就是成团的大小是有一定几何尺度的。当区域 nA 增大时互作用项就化为自繁殖因子 $(b_0 + \sum a_i)$ 的增长, 但增长率是递减的。再考虑外围 $\phi_n(\bar{x})$ 对 nA 内的相关贡献, 严格地讲由于 $\phi_n(\bar{x})$ 在 $0-t$ 时间内并不是常数, 因而实际上考虑相关贡献后缺陷分布形式并非真正的负二项分布。我们用计算机进行了数值模拟发现, 考虑相关贡献后缺陷的分布仍近似地可用负二项分布逼近, 但成团因子应表示为

$$\alpha_{nA} = \frac{n \cdot c + \delta_n \bar{x}}{b_0 + \sum_{i=1}^{n-1} a_i}. \quad (28)$$

其中 $\bar{x} < 1_A$, δ_n 是按 a_i 折合的外围总相关作用系数。由于随 n 的增长任取一个外围单位面积区域距区域 nA 的中心渐远, 且区域的边长是按 \sqrt{n} 的趋势增长的, 所以 δ_n 随 n 的变化是低于线性增长的。综合(28)式分子与分母的变化趋势, 作为一种拟合手段不妨设

$$\begin{cases} nc + \delta_n \bar{x} = n^q(c + \delta \bar{x}) \\ b_0 + \sum_{i=1}^{n-1} a_i = n^p \cdot b_0. \end{cases}$$

因为分子存在 nc 项所以一般有 $0 < p < q \leq 1$, 令 $\beta = q - p$ 及 $c + \delta \bar{x} = c'$, 则

$$\alpha_{\text{eff}} = n^{\beta} \frac{c'}{b_0}, \quad (0 < \beta \leq 1) \quad (29)$$

从(28)式或(29)式可以看出在考虑了区域之间的相关贡献之后,若仍用负二项分布作为逼近公式,则成团因子随面积的增长低于线性。应该注意的是,本模型推导中对单位面积区域 A 的规定是有限制的,由于缺陷中心的分布形状对本模型不具有统计意义,因而 A 选取得太小时所提取的 α 与 A 的关系无一定的规律。

四、实验结果

作为建立模型的分析依据及验证,本节给出两种情况下得到的统计实验结果。

(a) 第一个实验是用本研究所研制的 16 kSRAM ($3 \mu\text{m}$ 工艺) 圆片。SRAM 的硬失效可以分为: 1. 外围电路(包括控制电路、地址译码器、读出电路等)失效; 2. 单元字线或位线失效; 3. 单纯单元失效。这三类中显然只有最后一类失效可以用以验证本文的模型。采用类似文献[8]所述的测试方法对故障进行分类,最终得到单纯单元失效的失效位图(fault-map)。为了统计缺陷分布与芯片面积之间的关系,对圆片上的 16 kSRAM 芯片分块统计(quadrat count),将 16kSRAM 芯片分块后假想的“芯片”面积分别为 A_{2k} 、 A_{4k} 、 A_{8k} 、 A_{16k} 。对属于同一批流水出来的八个圆片按不同“芯片”面积进行统计。每个圆片取靠近中心部位的约 30 个 16k 芯片的出错位图,并剔除由于外围电路失效而无法测得出错位图的芯片。图 1 至图 5 为实测结果的统计直方图。

若设 $p(x_D = k, A)$ 为任取一个面积为 A 的芯片的失效单元数(即缺陷数)等于 k 的概率($k = 0, 1, 2, \dots$),且 x_D 服从负二项分布,则

$$p(x_D = k, A) = \frac{\Gamma(k + \alpha(A)) \cdot [\lambda(A)/\alpha(A)]^k}{k! \Gamma(\alpha(A)) \cdot [1 + \lambda(A)/\alpha(A)]^{k+\alpha(A)}}. \quad (30)$$

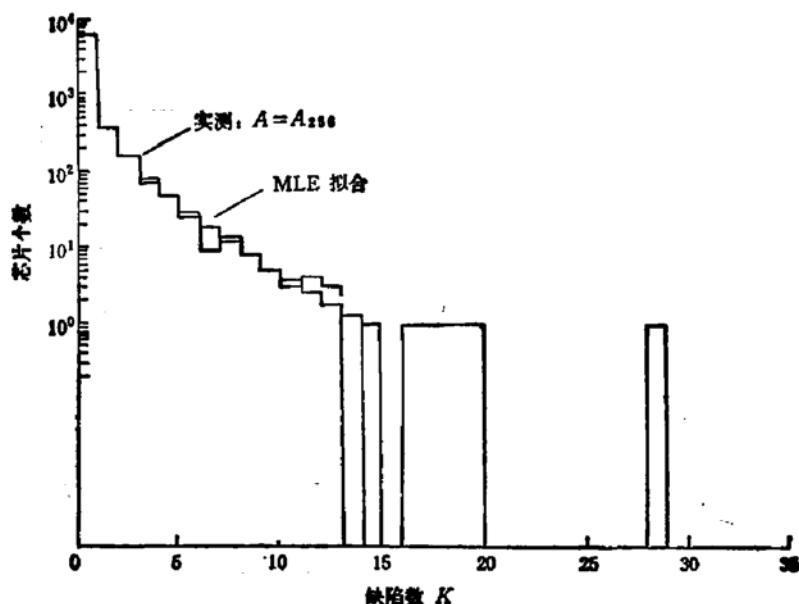
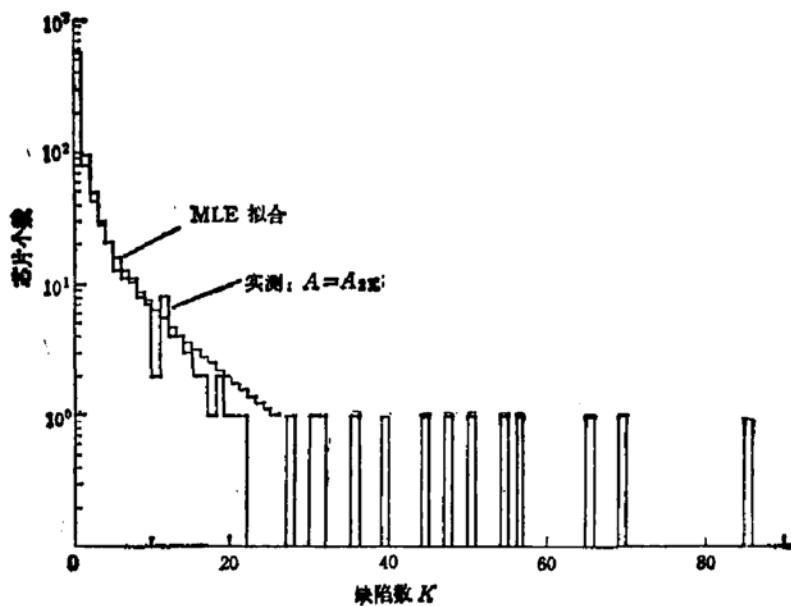
其中成团因子 $\alpha(A)$ 及均值 $\lambda(A)$ 均是面积的函数。为了将本文的模型与实验结果进行比较,采用的最大似然参数估计法(即 MLE 法,负二项分布的 MLE 法见文献[9])对 α 及 λ 进行参数估计,其结果见表 1。用表 1 的参数代入负二项分布对实测分布进行拟合的结果也示于图 1 至图 5。

表 1 第一个实验的 MLE 参数估计结果

A	256	2048	4096	8192	16384
$\lambda(A)$	0.2504	2.0828	3.6358	7.2870	14.4590
$\alpha(A)$	0.081	0.152	0.279	0.489	1.152

从图 1 至图 5 可以看出实测与负二项分布的拟合是相当好的。图 6 为将表中的 α 与 A 的关系用双对数坐标绘出的结果。可以看出当 $A \geq A_{2k}$ 后 α 的增长趋势稳定显示出芯片面积增大后芯片间缺陷相关性逐步减弱,且 α 的增长趋势与上节理论模型相吻合。除面积过小的 A_{2k} 点以外,将表 1 的参数按(29)式线性回归的结果为

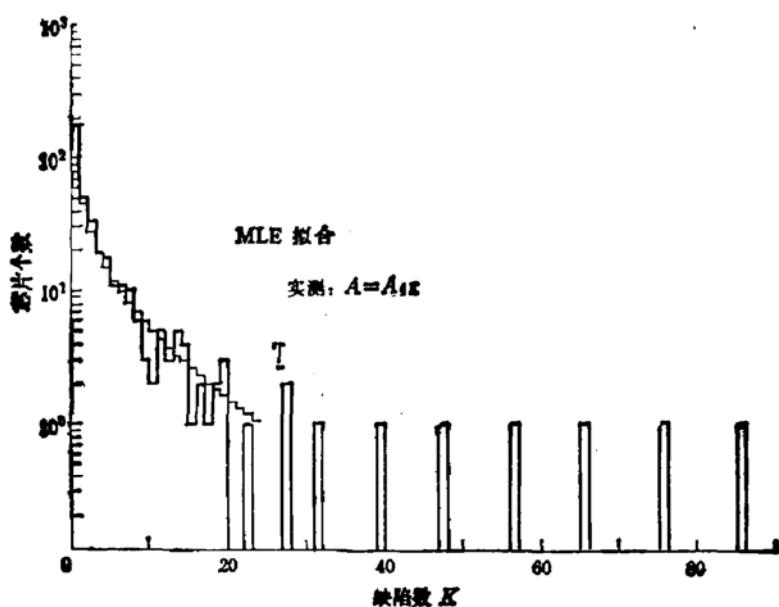
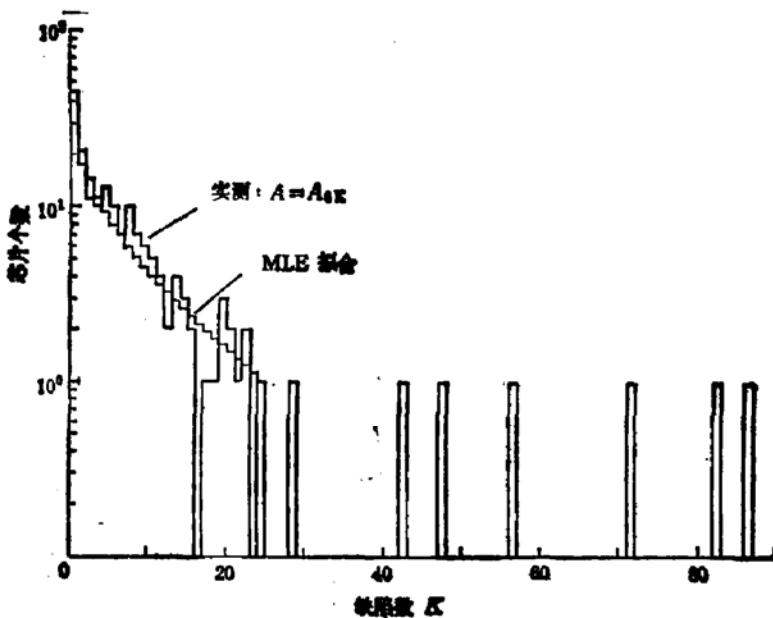
$$\alpha(A) = 0.153 \left(\frac{A}{A_{2k}} \right)^{0.863} \quad (31)$$

图1 芯片面积为 A_{256} 的缺陷统计直方图及 MLE 拟合结果图2 芯片面积为 A_{512} 的缺陷统计直方图及 MLE 拟合结果

回归的结果在图6中由直线示出。

此外,从表1还可以看出,虽然由于不同假想的“芯片”面积下剔除的因外围失效而不能进行单元位图位统计的“芯片”数比例不同,使不同面积下统计样本大小不一致,但是 $\lambda(A) = \lambda(A_0) \cdot A/A_0$ 这一关系仍符合的很好,证明了均值 $E(\bar{x})$ 与区域所在位置无关这一假设是成立的。

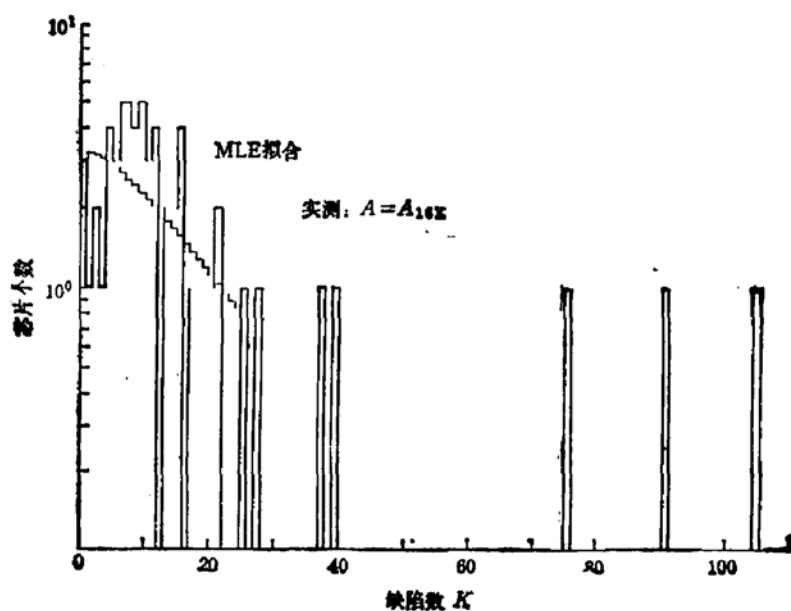
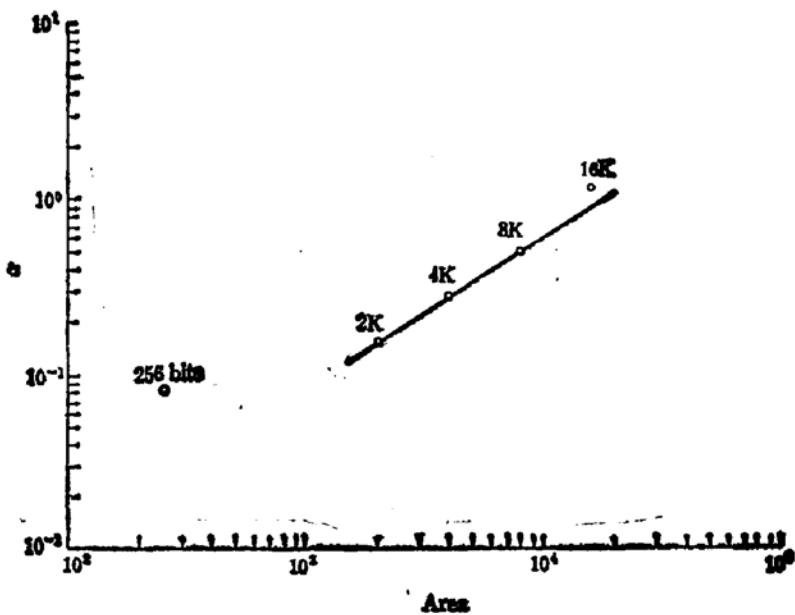
(b) 第二个统计实验是用文献[7]发表的12个圆片上用粒子探测装置测得的缺陷点分布图(见图7)。同样对这12个圆片进行分块统计,将每个圆片的缺陷分布位图分割成 2×2 、 3×3 、 4×4 、…… 12×12 个相等的正方形,对这12种假想的“芯片”面积下统

图3 芯片面积为 A_{4k} 的缺陷统计直方图及 MLE 拟合结果图4 芯片面积为 A_{6k} 的缺陷统计直方图及 MLE 拟合结果

计结果用 MLE 法得到的参数估计结果见表 2。图 8 将表 2 的 α 与 A 的关系绘于双对数坐标，从图 8 中可以看出当 $A \geq A_{4x6}$ 时(29)式所预测的这种 $\lg \alpha$ 与 $\lg A$ 的线性关系仍然存在，其回归结果为

$$\alpha(A) = 0.373(A/A_{6x6})^{0.296}, \quad (32)$$

从(32)式可以看出 $\beta = 0.296$ 比第一个实验要小许多，说明缺陷团的尺度与芯片尺寸相近，芯片之间缺陷分布有较强的相关性。对于 A 小于 A_{6x6} 的情况， α 与 A 的关系无明显规律，说明缺陷团中心内部分布具有某种较强的相关性，这对本模型来说不具有统计意义。这种情况在第一个实验 $A < A_{2k}$ 情况下也同样存在。

图5 芯片面积为 A_{16K} 的缺陷统计直方图及 MLE 拟合结果图6 MLE 法得到的第一个实验 α 与 A 的关系其中直线为线性回归结果

以上两个实验结果表明、当芯片面积大于某一临界值 A_0 时 α 与 A 的关系可以用(29)式来进行拟合, 这时(29)式可化为

$$\alpha(A) = \alpha(A_0) \cdot \left(\frac{A}{A_0}\right)^{\beta}. \quad (33)$$

与此同时

$$\lambda(A) = \lambda(A_0) \cdot \left(\frac{A}{A_0}\right). \quad (34)$$

(33)式中 $A \geq A_0$, $0 < \beta \leq 1$, A_0 和 β 是表征缺陷成团的尺度与相近区域之间缺陷相关

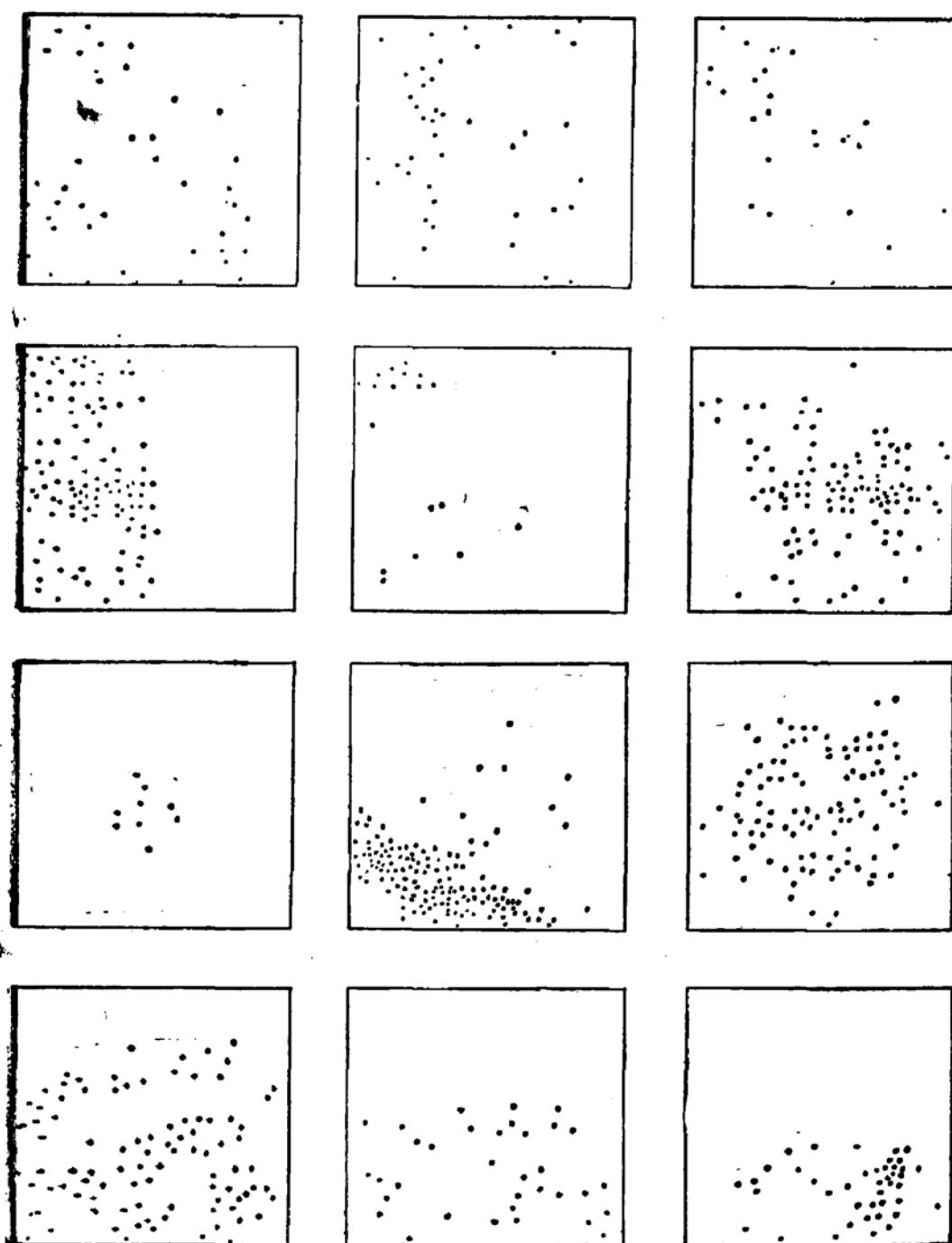


图7 文献[7]给出的12个圆片上的缺陷点分布位图

表2 第二个实验的MLE结果

分块方式	2×2	3×3	4×4	5×5	6×6	7×7	8×8	9×9	10×10	11×11	12×12
相对面积 A	56.00	16.00	9.00	5.76	4.00	2.94	2.25	1.78	1.44	1.19	1.00
$\lambda(A)$	15.67	6.96	3.92	2.51	1.74	1.28	0.98	0.77	0.63	0.52	0.44
$\alpha(A)$	0.707	0.547	0.515	0.424	0.354	0.437	0.431	0.400	0.378	0.405	0.411

程度的统计参数。

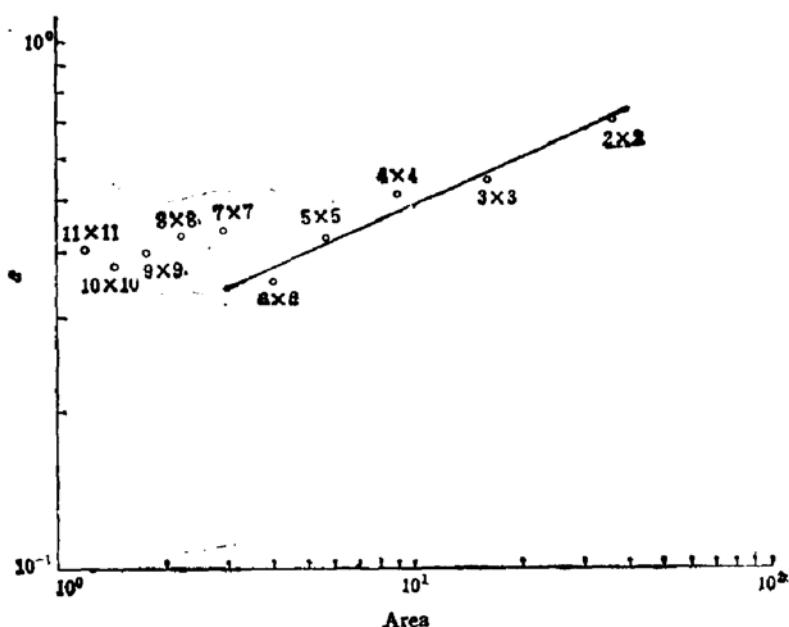


图 8 MLE 法得到的第二个实验 α 与 A 的关系其中直线为线性回归结果

五、结 论

通过模型的推导与实验验证,可以得出这样的结论,即用负二项分布加入成团因子与芯片面积的关系来描述缺陷的成团效应对不同芯片面积下缺陷统计分布的影响是可行的。在缺陷有成团趋向的情况下,成团因子 α 与芯片面积 A 的关系至多不超过线性增长,当 A 大于某临界面积 A_0 时可以用(33)式来拟合 α 与 A 的关系。

实际 VLSI 失效机理中,产生于芯片上的位错、离子沾污、光刻缺陷、机械损伤等等,本身在工艺处理过程中确实可以呈现为随机性和有成团生长的效应,所以理论分析与实验吻合不是偶然的。实验结果表明这类缺陷的成团确有一定的几何尺度,核的产生是随机的,成团自繁殖因子则近似为线性的。本模型及实验方法提取的临界面积 A_0 及指数 β 为芯片中缺陷性质及其工艺中生长的探讨提供了依据,同时对于用容错设计提高成品率也有重要意义。

本文的实验工作得到本所 RAM 设计组及 LSI 工艺线同志的帮助,在理论分析上得到了陈大同同志的有益帮助,在此一并致谢。

参 考 文 献

- [1] B. T. Murphy, *Proc. IEEE*, **52**, 1537—1545 (1964).
- [2] R. B. Seeds, *IEEE International Convention Record, Part 6*, 60—61, 1967.
- [3] J. E. Price, *Proc. IEEE*, **58**, 1290—1291 (1970).
- [4] T. Okabe, M. Nagata and S. Shimada, *Electrical Engineering in Japan*, **92**, 135—141 (1972).
- [5] C. H. Stapper, *IEEE J. of Solid-State Circuit*, **SC-10**, 537—539 (1975).
- [6] C. H. Stapper, *IBM J. of Research & Development*, **20**, 228—234 (1976).
- [7] C. H. Stapper, *IBM J. of Research & Development*, **30**, 326—338 (1986).
- [8] P. Gangatirkar, R. D. Presson and L. G. Rosner, 1982 ISSCC, 62—63.
- [9] V. F. Flak, *IEEE J. of Solid-State Circuit* **SC-21**, 326—365 (1986).

Effect of Defect Clustering on VLSI Yield Statistics and Statistical Parameters as a Function of Chip Area

Zhang Zhongxuan and Li Zhijian

(Institute of Microelectronics, Tsinghua University, Beijing)

Abstract

Based on negative binomial distribution and analysis of two statistical experiment results, a statistical model of the cluster parameter is given as a function of chip area for VLSI yield and defect distribution is given. During the model derivation, the correlation between the quadrats caused by the defect clustering effect is considered. The agreement of the theoretical model with the given experiments is satisfactory.

KEY WORDS: Yield model, Defect statistics, Clustering