

高压扩散结雪崩击穿参量的解析计算

梁 苏 军 罗 晋 生

(西安交通大学, 西安, 710049)

1990 年 5 月 2 日收到

本文采用特定的指数函数分布近似首次求得了理想高压扩散结雪崩击穿参量的解析表达式。计算结果与 V. A. K. Temple 和 M. S. Adler 的数值结果相当一致, 大大优于沿用至今的单突与线缓分布近似计算结果。这一方法不仅可用于指导与评价 JTT 的分析与设计, 还可用于现代功率器件的穿通分析与设计、扩散结势垒电容的解析计算等。

主题词 P-n 结, 雪崩击穿, 泊松方程、解析法

一、引言

一维扩散结雪崩击穿电压、击穿时最大电场、最大耗尽区宽度等击穿参量是结终端 (JTT) 分析与设计的基础参数, 是实际结归一化击穿参量的基准, 是评价实际结终端设计优劣的依据。一维扩散结杂质分布是余误差分布或高斯分布, 在高压反偏条件下, 即使采用耗尽区近似也无法给出解析结果。除了用数值方法以外, 沿用至今的解析方法采用线缓分布或单边突变分布近似, 明显的缺陷是高压扩散结严重不对称, 单边突变结击穿参量与结深无关, 扩散区情况一无所知, 两种分布函数与扩散分布相差甚远。与以往提出的指数分布^{[1]-[3]}不同, 本文采用特定的与实际分布极为相近的指数分布近似首次求得了扩散结雪崩击穿参量解析表达式, 解析计算结果与数值计算结果相当一致。这些公式不但可以指导 JTT 的分析与设计, 还可进行现代功率器件的穿通分析与设计、扩散结势垒电容的解析计算等。

二、指数分布函数的选取

图 1 示出了归一化余误差分布与高斯分布曲线, 同时也给出了各种可能的指数分布曲线(直线)。从图中可以看出:

1. 归一化余误差分布与高斯分布曲线形状十分接近, 可用同一类型函数近似。
2. 指数分布只在特定的范围内才与扩散分布近似。为保证近似分布能准确地反映结深的影响, 指数分布曲线应在结深 $x = x_i$ 处与扩散分布曲线相交, 拟合误差为零。以往提出的指数分布或从扩散角度出发^[2], 取表面浓度 N_s , 特征扩散长度 L_s 相同, 则结深处曲线不重合, 最大拟合误差随 N_B/N_s 减小迅速增加, 如曲线 1 所示; 或在 x_i 处取切线^[3], 最大拟合误差将随反偏增加而迅速增大, 如曲线 2 所示。即使在 N_s, N_B 两点取直线, 如

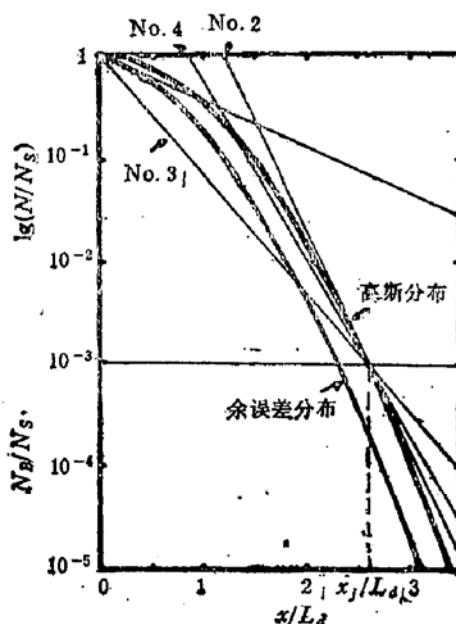


图 1

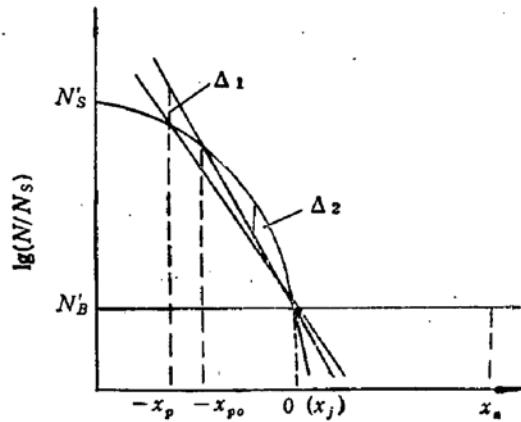


图 2

曲线 3, 误差也要随 N_B/N_s 减小而增加。实际上考虑到反偏时高浓度侧耗尽区扩展不大, 只需在反偏耗尽区范围内取指数分布近似, 如曲线 4, 此范围以外的误差并不影响击穿计算。这是本方法的特点之一。显然, 在耗尽区范围内, 与其它指数分布、突变分布、线缓分布相比, 这种指数分布是可积的拟合误差最小的近似分布。当然, 从拟合角度看, 用折线更好, 但要大大增加计算工作量以至无法得到解析式, 并不可取。用直线(对数)近似, 误差已相当满意。

推导曲线 4 表达式 $N_3(x)$, 座标原点取在结深处, (见图 2)以 p^+n 结为例。设 $x = -x_{p0}$ 时 ($0 < x_{p0} \leq x_p$), 指数分布与扩散分布曲线相交, 此时在整个耗尽区宽 x_p 范围内, 两条曲线最大拟合误差最小。 $x = 0$, $N_3(0) = N_B$, 曲线 4 表达式为:

$$N_3(x) = N_B e^{-\frac{x}{x_{p0}}} \quad (1)$$

式中

$$a = \begin{cases} \frac{N_1(x_i - x_{p0})}{N_B} & \text{对余误差分布} \\ \frac{N_2(x_i - x_{p0})}{N_B} & \text{对高斯分布} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_1(x) = N_s \operatorname{erfc} \left(\frac{x_i + x}{L_d} \right) \quad (3)$$

$$N_2(x) = N_s e^{-\left(\frac{x_i+x}{L_d}\right)^2} \quad (4)$$

由于 x_p 是反向偏压的函数, 要始终保持指数分布与扩散分布有最小的拟合误差, x_p 也应随反向偏压变化, 这是本方法的特点之二。这样定义的指数函数, 不仅适用于高压反偏也适用于零偏、正偏。在 x_p 范围内, 最佳 x_{p0} 的判据为

$$\Delta_1 = \Delta_2 \quad (5)$$

(见图 2), 以此求 x_{p0} 与 x_p 关系的表达式相当复杂。分析发现, x_{p0} 与 x_p 十分接近, 取

$x_{p0} = x_p$ 可以带来计算上的很大方便, 由此增加的拟合误差很小。 x_p 与反向偏压的关系由指数分布泊松方程解求出; 雪崩击穿时, x_p 由雪崩积分决定。

指数分布 $N_3(x)$ 与扩散分布 $N_1(x)$, $N_2(x)$ 的最大拟合误差为:

对 $N_1(x)$, 求解

$$\frac{d}{dx} [\Delta \ln N(x)] = \frac{d}{dx} (\ln N_1 - \ln N_3) = 0 \quad (6)$$

可得隐式求最大误差点 x_M :

$$e^{-\left(\frac{x_i+x_M}{L_d}\right)^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x_i+x_M}{L_d}\right) = \frac{2x_{p0}}{\sqrt{\pi} \ln a L_d} \quad (7)$$

对 $N_2(x)$ 可得显式, 最大误差点 x_M 为:

$$x_M = -x_i + \frac{L_d^2 \ln a}{2x_{p0}} \quad (8)$$

最大相对误差:

$$\frac{\Delta N_{\max}}{N_2} = 1 - \frac{N_B}{N_S} e^{(\frac{\ln a L_d}{2x_{p0}})^2} a^{\frac{2x_{p0}x_i - \ln a L_d^2}{2x_{p0}^2}} \quad (9)$$

从图 1 中可以看出, N_B/N_S 小、反偏电压低时最大拟合误差小。在常用的高压扩散结范围内, 最大误差不超过 30% 左右。

三、泊松方程解析解

采用耗尽区近似, 以 p^+n 结为例, 在指数分布近似下有:

$$\Delta u = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0} (N_B a^{-\frac{x}{x_{p0}}} - N_B) = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0} f(x) \quad (10)$$

边界条件为:

$$x = -x_p, \quad E(-x_p) = 0 \quad (11)$$

$$x = x_n, \quad E(x_n) = 0 \quad (12)$$

$$x = 0, \quad u = 0 \quad (13)$$

$$E(0^-) = E(0^+) \quad (14)$$

用常规方法, 可得(10)式解为:

$$E(x) = \frac{qN_B}{\epsilon \epsilon_0} \left[\frac{x_{p0}}{\ln a} (a^{-\frac{x}{x_{p0}}} - a^{\frac{x_p}{x_{p0}}}) + x + x_p \right] \quad (15)$$

$$u(x) = \frac{qN_B}{\epsilon \epsilon_0} \left[\frac{x_{p0}^2}{\ln^2 a} (a^{-\frac{x}{x_{p0}}} - 1) + \frac{xx_{p0}}{\ln a} a^{\frac{x_p}{x_{p0}}} - x_p x - \frac{x^2}{2} \right] \quad (16)$$

$$\begin{aligned} |E_{\max}| &= |E(0)| = \frac{qN_B}{\epsilon \epsilon_0} \left[\frac{x_{p0}}{\ln a} (a^{\frac{x_p}{x_{p0}}} - 1) - x_p \right] \\ &= \frac{qN_B}{\epsilon \epsilon_0} \left[\frac{x_{p0}}{\ln a} (a^{-\frac{x_n}{x_{p0}}} - 1) + x_n \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{及: } a^{\frac{x_p}{x_{p0}}} - a^{-\frac{x_n}{x_{p0}}} = \frac{x_n - x_p}{x_{p0}} \ln a \quad (18)$$

加偏压 V_A 时, 有:

$$\begin{aligned} \frac{2\epsilon\epsilon_0}{qN_B}(V_D - V_A) &= x_{p0}^2 \left[\frac{2}{\ln^2 a} (a^{-\frac{x_n}{x_{p0}}} - a^{\frac{x_p}{x_{p0}}}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\ln a} \left(\frac{x_n}{x_{p0}} a^{-\frac{x_n}{x_{p0}}} + \frac{x_p}{x_{p0}} a^{\frac{x_p}{x_{p0}}} \right) + \frac{x_n^2 - x_p^2}{x_{p0}^2} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

取 $x_{p0} = x_p$, 有:

$$E(x) = \frac{qN_B}{\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{x_p}{\ln a} (a^{-\frac{x_n}{x_p}} - a) + x + x_p \right] \quad (20)$$

$$u(x) = \frac{qN_B}{\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{x_p^2}{\ln^2 a} (a^{-\frac{x_n}{x_p}} - 1) + \frac{ax_p}{\ln a} x - x_p x - \frac{x^2}{2} \right] \quad (21)$$

$$|E_{\max}| = \frac{qN_B x_p}{\epsilon\epsilon_0} \frac{a - 1 - \ln a}{\ln a} = \frac{qN_B}{\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{x_p}{\ln a} (a^{-\frac{x_n}{x_p}} - 1) + x_p \right] \quad (22)$$

及:

$$a - \ln a = \frac{x_n}{x_p} \ln a + a^{-\frac{x_n}{x_p}} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{2\epsilon\epsilon_0}{qN_B}(V_D - V_A) &= x_p^2 \left[\frac{2}{\ln^2 a} (a^{-\frac{x_n}{x_p}} - a) + \frac{2}{\ln a} \left(\frac{x_n}{x_p} a^{-\frac{x_n}{x_p}} + a \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{x_n}{x_p} \right)^2 - 1 \right] \end{aligned} \quad (24)$$

式中, V_D 为 pn 结自建电势.

给定 V_A , 由(2)、(5)、(18)、(19)联立可求得 x_{p0}, x_p, x_n ; 由(2)、(23)、(24)联立可求出 x_p, x_n .

考虑到 $x_n \gg x_p$, $a^{-\frac{x_n}{x_p}} \approx 0$, 由(23)式求 x_p, x_n 可得显式:

$$\frac{x_n}{x_p} = \frac{a - \ln a}{\ln a} \quad (25)$$

$$x_p = \frac{\ln a}{\sqrt{a^2 - 2a}} \cdot \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(V_D - V_A)}{qN_B}} \quad (26)$$

$$V_n = (V_D - V_A) \cdot \frac{(a - \ln a)^2 - 2}{a^2 - 2a} \quad (27)$$

式中, V_n 为 n 区耗尽层压降.

表 1*3 $N_B =$

N_s (cm^{-3})	x_i (μm)	a	$x_p(\mu\text{m})$			$BV_p(\text{V})$				$x_n(\mu\text{m})$			
			本 文	线 缓	单 突	T.	本 文	线 缓	单 突	T.	本 文	线 缓	单 突
10^{17}	25.4	54.36	10.54	25.4	0	170	165	353	0	123	133	25.4	137
*1 10^{17}	50.8	29.48	17.18	35.1	0	265	257	466	0	122	133	35.1	137
*1 10^{17}	101.6	16.40	27.60	48.4	0	380	393	614	0	122	134	48.4	137
*2 10^{17}	203.2	9.28	42.51	67.0	0	550	549	811	0	126	135	67.0	137

*1 如取二级近似, 与 Temple 数据符合更好. *2 因 a 小, 取二级近似计算. *3 Temple 还计算了 $x_i =$

在雪崩击穿时,取 Fulop 公式 $\alpha_s = \alpha_p = \alpha_{eff}$,

$$\int_{-x_p}^{x_n} AE^7 dx = 1 \quad (A = 1.8 \times 10^{-35}) \quad (28)$$

将(20)式代入(28)式,多次运用二项式定理可得:

$$\frac{1}{A} = \left(\frac{qN_B}{\varepsilon\varepsilon_0}\right)^7 x_p^8 \left\{ \sum_{i=0}^6 \left\{ \sum_{j=0}^{6-i} \sum_{k=0}^j \frac{(-1)^{i+j+k+1} (a - \ln a)^i a^{7-i-j} 7!}{\ln^{8+k-i} a i! (7-i-j)! (7-i-j-k+1)! (j-k)!} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{C_7^i}{8-i} \left[(-1)^i \left(\frac{a - \ln a}{\ln a}\right)^8 - \left(\frac{a - \ln a}{\ln a}\right)^i \right] \right\} + \frac{a(a - \ln a)^7}{\ln^8 a} \right\} \quad (29)$$

一般情况下 $\frac{\ln a}{a - \ln a} \ll 1$, 取一级近似得:

$$x_{pM} = \left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{8}} \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{q}\right)^{\frac{7}{8}} \frac{\ln a}{a - \ln a} \left(\frac{1}{8} + \frac{\ln a - 2.59}{a - \ln a}\right)^{-\frac{1}{8}} N_B^{-\frac{7}{8}} \quad (30)$$

考虑到 a 是 x_p 的函数,(30)式与(2)式联立,用计算器简单迭代即可求出 x_{pM} 与 a ,代入(26)(27)(25)(22)式可求得各项击穿参量 BV , E_{max} , x_p , x_n , BV_p , BV_n 等.

如果泊松方程自由项 $f(x)$ 分别简化处理,即令: 简化 1:

$$-x_p \leq x \leq 0, f(x) = N_3 - N_B \quad (31)$$

$$0 \leq x \leq x_n, f(x) = -N_B \quad (32)$$

简化 2:

$$-x_p \leq x \leq 0, f(x) = N_3 \quad (33)$$

$$0 \leq x \leq x_n, f(x) = -N_B \quad (34)$$

同样解法,取 $\frac{\ln a}{a - \ln a}$ 一级近似分别得:

简化 1:

$$x_{pM} = \left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{8}} \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{q}\right)^{\frac{7}{8}} \frac{\ln a}{a - \ln a} \left(\frac{1}{8} + \frac{\ln a - 3.59}{a - \ln a}\right)^{-\frac{1}{8}} \quad (35)$$

简化 2:

$$x_{pM} = \left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{8}} \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{q}\right)^{\frac{7}{8}} \frac{\ln a}{a - \ln a} \left(\frac{1}{8} + \frac{\ln a - 3.59}{a}\right)^{-\frac{1}{8}} \quad (36)$$

同样与(2)式联立,迭代解得 x_{pM} , a , 采用与(22)式、(25)–(27)式类似的关系式,可求出各雪崩击穿参量,不再赘述.

$1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

BV _n (V)				BV (V)				E _M ($\times 10^5 \text{ V/cm}$)				$\Delta N_{max}/N_1 (\%)$	
T.	本文	线缓	单突	T.	本文	线缓	单突	T.	本文	线缓	单突	线缓	单突
1305	1340	353	1420	1475	1505	706	1420	1.97	1.98	2.09	2.06	98.8	19
1285	1331	466	1420	1550	1588	932	1420	1.92	1.94	1.99	2.06	97.2	14
1270	1355	614	1420	1650	1748	1227	1420	1.86	1.89	1.90	2.06	92.8	8.5
1350	1321	811	1420	1900	1870	1622	1420	1.82	1.76	1.82	2.06	91.1	5.5

406.4 μm 情况,因不常用省略了.

四、计算结果与比较

将公式(26)(27)(25)(22)算得的结果与 V. A. K. Temple 等的数值结果^[4]进行了比较,如表 1 所示.其中同时列出了采用单边突变与线缓分布得到的结果. Temple 算例是余误差分布,雪崩条件为积分 $\int \alpha dx = 0.5$,为此在公式(28)–(30)中做了相应改动. Temple 分别在 $N_B = 1 \times 10^{13}$, 3×10^{13} , 1×10^{14} 条件下改变 N_s 、 x_i 进行了数值计算,为节省篇幅,表 1 只比较了拟合误差最大的情况 $N_B = 1 \times 10^{14}$, $N_s = 1 \times 10^{17}$ 的计算结果.从表中可以看出,用本方法算得的各项数据大大优于单突与线缓分布近似结果,与数值计算值相差不超过 10 %.

五、结 论

采用特定指数分布,可以在保持拟合误差最小的情况下求得一维扩散结泊松方程解析解与结深有关的雪崩击穿参量解析表达式,得到迄今为止准确性与实用化程度都令人满意的解析计算结果.特别是,本法能定量计算 x_p 、 x_n 、 V_p 、 V_n ,还可用于功率 MOS、IGBT 等功率器件的穿通分析与设计以及扩散结势垒电容的解析计算等.进一步的应用,待以后另文介绍.

参 考 文 献

- [1] Joseph M. Pimbley, *IEEE Trans. Electron Devices*, ED-35, 1957(1988).
- [2] C. Basavana Goud and K. N. Bhat, *Solid-State Electronics*, 30, 790(1987).
- [3] T. N. Basavaraj and A. B. Bhattacharyya, *Solid-State Electronics*, 17, 765(1974).
- [4] V. A. K. Temple and M. S. Adler, *IEEE Trans. Electron Devices*, ED-22, 913(1975).

Analytical Calculation of Avalanche Breakdown Parameters in High-Voltage Diffused p-n Junction

Liang Sujun and Luo Jinsheng
(Xi'an Jiaotong University)

Abstract

By using a specialized exponential profile approximation, the analytical expressions of ideal avalanche breakdown parameters for high-voltage diffused p-n junction are found for the first time. The calculated results coincide well with the full numerical ones obtained by V. A.K. Temple and M.S. Adler and are much more accurate than the results by using one-sided abrupt and linearly graded profile approximation. The presented method can be used for not only analysis and design of JTT but also punch-through evaluation in many modern power semiconductor devices and analytic calculation of the barrier capacitance in diffused p-n junction.

Key words p-n junction, Avalanche breakdown, Poisson's equation, Analytical method