
**研究简报**

# 用于半导体器件数值模拟的网格 自洽剖分方法

何 野

樊 继 山 曹 国 祥

(东南大学微电子中心,南京, 210018) (东南大学数学力学系,南京, 210018)

1990年7月11日收到, 10月24日修改定稿

考虑三角形网格与四边形网格各自的优点, 本文提出了一种适用于各种半导体器件数值模拟的网格自洽剖分方法, 一个pn结器件的网格剖分实例证明了该方法的适用性。

## 一、引言

优化的网格剖分应该是等误差分布的, 然而, 由于获得误差估计的困难, 目前往往采用“启发”式网格剖分技术, 即导出接近误差估计式的表述并依此进行网格剖分。对于两维问题, 三角形网格具有灵活处理复杂边界, 误差估计较易获得的优点, 但也伴随着剖分过程中极易出现不规则三角形(钝角或尖角)而可能导致解的较大误差的不足。四边形网格单元正则条件极易满足, 并且形成刚度矩阵时非零元较紧凑。基于上述考虑, 本文提出了一种适用于半导体器件两维网格剖分的完整方法。

## 二、半导体器件网格剖分方法

本文采用下述步骤形成半导体器件的网格剖分:

(1) 根据物理知识产生初始网格。在解变化缓或急的区域产生粗或细的准等边三角形网格。

(2) 用有限元法对变量为  $\varphi$ ,  $\sigma_n = \ln(n/n_i)$ ,  $\sigma_p = \ln(p/n_i)$  的半导体器件方程进行求解。这样选择变量具有较多优点<sup>[1]</sup>。同时, 对每个三角单元  $K(l, m, n)$  计算

$$T_K^{(1)} = m(K)(|u_{lm}| + |u_{mn}| + |u_{nl}|),$$

其中  $m(K)$  是单元  $K$  的面积,  $u_{ii} = \alpha|\varphi_{ii}| + \beta|(\sigma_n)_{ii}| + \gamma|(\sigma_p)_{ii}|$ ,  $\varphi_{ii}$ ,  $(\sigma_n)_{ii}$  和  $(\sigma_p)_{ii}$  分别表示  $\varphi_i - \varphi_j$ ,  $(\sigma_n)_i - (\sigma_n)_j$  和  $(\sigma_p)_i - (\sigma_p)_j$ ,  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma$  是适当常数, 一般可取  $\alpha = \beta = \gamma = 1$ 。若仅考虑泊松方程, 可取  $\alpha = 1$ ,  $\beta = \gamma = 0$ 。

(3) 定义  $\epsilon$  为容差限, 对所有  $T_K^{(1)} > \epsilon$  的单元  $K$  连接各边中点以形成四个等面积的三角单元, 并转入步骤(2)。该过程循环下去直至整个区域的网格剖分均满足容差限要求。

(4) 若(3)中所得三角形单元共有奇数个，则对边界上  $T_k$  值较大的三角形作等分处理。

(5) 对三角形网格进行形成四边形网前的预处理。如发现某顶点为 3 或 4 个三角形单元的顶点，这将导致不规则四边形（有一内角  $>180^\circ$ ），可删除该顶点并将所得四边形连接某条对角线以形成一对良好的三角形。

(6) 形成三角网格剖分的最后数据结构。本文用一维 7 个数据的数组描述三角形单元  $K$ ：首先是单元编号，然后是逆时针方向顶点编号（从最小者开始），最后是三角形各顶点所对应的邻单元编号，无邻元时编号为零。

(7) 构成四边形网格<sup>[2]</sup>。对于单邻元，将主单元与单邻元直接配对并置邻元编号为零。对于双邻元及三邻元，将主单元与邻元中任一配对并将其从邻元编号中去除。该过程进行到整个区域内无三角形单元或剩下无法配对的零星三角形为止。

(8) 对零星三角形进行配对处理。由于区域内仅剩偶数个零星三角形，将每两个距离最近的分为一组。对各组中任一三角形单元选择与其相邻但与另一个相距最近的四边形单元，并将该四边形分成两个三角形使其中之一与此四边形相邻的三角形单元配对。剩下的三角形与另一个原始三角形更近了。再对该剩下的三角形作同样处理，直至两三角形配对成四边形消失。

(9) 对四边形网进行“退火”处理。令每一格点在一圆域内（圆半径取为相邻格点距离一半的最小值）随机游动，使四边形网中所有四边形四顶点与其质心距离的平方权重和尽量小。若忽略四边形尺寸的作用，每个四边形权重函数可选为其面积的倒数。

(10) 检验四边形网是否规则并作局部调整。根据四边形的各边直线方程

$$f(x, y) = 0$$

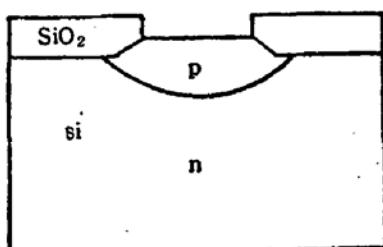


图 1 pn 结二极管结构

判别该四边形其他顶点是否在该直线上或两侧： $f(x_i, y_i)f(x_j, y_j) \leq 0$ 。若是则表明该四边形有一内角等于或大于  $180^\circ$ ，需添加与之相邻的任一规则四边形的质心及相邻边的中点以形成四个规则四边形。步骤(9)与(10)常交迭进行。

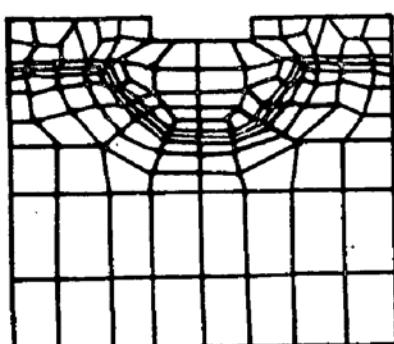


图 2 自治剖分的四边形网

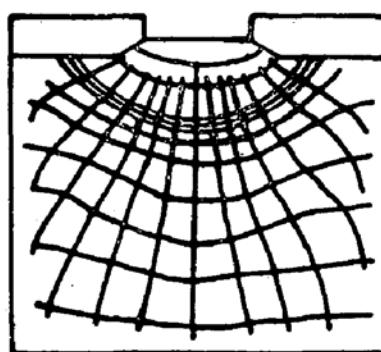


图 3 二极管的电流线与等位线分布

### 三、实 例 结 果

应用上述网格自洽剖分方法,本文对一基本的pn结器件进行了自洽剖分。图1所示是pn结二极管结构,图2是自洽剖分得到的四边形网,图3所示是在四边形网上解得的电流线与等位线分布。

### 参 考 文 献

- [1] S. J. Polak. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 24, 763(1987).
- [2] E. A. Heighway, *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-19, 2535 (1983).

## An Adaptive Meshing Method for Numerical Modelling of Semiconductor Devices

He Yie

(Microelectronics Center, Southeast University Nanjing)

Fan Jishan and Cao Guoxiang

(Mathematics and Mechanics Department, Southeast University, Nanjing)

### Abstract

Considering the advantages of triangular grid and quadrilateral grid, an adaptive meshing method for numerical modelling of various kinds of semiconductor device is suggested. The validity of the approach is illustrated by a meshing example of a pn junction device.