

# 汤姆孙效应对半导体制冷器性能的影响\*

吴丽清 陈金灿 严子浚

(厦门大学物理系 厦门 361005)

**摘要** 本文应用非平衡态热力学理论建立了热电器件的热传导方程,导出半导体制冷器的制冷系数和制冷率,并详细地讨论了汤姆孙效应对制冷器性能的影响.得到了一些有意义的新结论,同时澄清了有关研究中普遍存在的一些问题.

PACC: 6590, 8630J, 0720M, 6570

## 1 引言

半导体制冷器是利用珀尔帖效应而实现制冷的.它不同于压缩式制冷机,具有无机械转动、设备体积小、操作简便、温度易于自控、可靠性高、稳定性好等优点.自从本世纪五十年代以来,随着半导体材料制造技术的迅速发展,半导体制冷器的实际应用有了突破性的进展.半导体制冷器的理论研究也成为人们关注的一个课题,已有不少学者从各个不同的角度出发分析了半导体制冷器的性能,取得了一系列有意义的结果<sup>[1~6]</sup>.然而,在现有研究中,绝大多数只注意于考虑热传导和焦耳热对制冷器性能的影响.有的虽考虑了汤姆孙效应,但未能获得应有的结果.因此,进一步研究汤姆孙效应对半导体制冷器性能的影响是很有意义的.它有助于对制冷器性能的全面了解和提供更完善的制冷器理论.

## 2 制冷器的热传导方程

一个典型的工作在温度分别为  $T_h$  和  $T_c$  的高、低温热源间的半导体制冷器(见图 1),是由 n 型和 p 型半导体元件及直流电源组成的.其中 n 型和 p 型元件的长度、横截面积、热导率、电导率、珀尔帖系数、温差电势率和汤姆孙系数分别为  $L_1, L_2, S_1, S_2, \lambda_1, \lambda_2, \sigma_1, \sigma_2, \Pi_1, \Pi_2,$

\* 本课题的部分工作得到厦门光电子公司工业部资助

吴丽清 女,1972 年生,研究生,现从事热电器件性能的理论研究

陈金灿 男,1954 年生,教授,主要从事热电器件性能的理论研究和理论物理的教学科研工作

严子浚 男,1932 年生,教授,主要从事现代热力学理论的研究

1996 年 4 月 21 日收到本文

$\alpha_1, \alpha_2, \tau_1, \tau_2$ ; 直流电源的电动势和工作电流分别为  $E$  和  $I$ ; 每单位时间制冷器放给高温热源和从低温热源吸取的热量分别为  $Q_h$  和  $Q_c$ .

由非平衡态热力学理论可知<sup>[3,7]</sup>, 当半导体制冷器工作时, 除了元件内部出现傅里叶热流外, 由于电流的流动, 还引起三种不同效应, 即珀尔帖效应、汤姆孙效应和焦耳热.

当电流  $I$  在制冷器中稳定流动时, 由珀尔帖效应所引起的每单位时间从制冷器高温端放出和低温端吸取的热量分别为

$$(\Pi_2^h - \Pi_1^h)I = (\alpha_2^h - \alpha_1^h)T_h I \quad (1)$$

$$(\Pi_2^c - \Pi_1^c)I = (\alpha_2^c - \alpha_1^c)T_c I \quad (2)$$

其中 上标  $h$  和  $c$  分别表示高温和低温端. 在一般情况下,  $\alpha$  不仅与材料的性能有关, 而且是温度的函数. 焦耳热正比于元件的电阻和电流的平方; 汤姆孙热正比于电流和温度梯度. 现设  $n$  型和  $p$  型元件内部是均匀的, 侧面是绝热隔离的. 于是, 当制冷器稳定工作时, 其中  $n$  型和  $p$  型元件的热传导方程分别为

$$K_1 L_1 \frac{d^2 T_1}{dx^2} + \tau_1 I \frac{dT_1}{dx} + \frac{R_1}{L_1} I^2 = 0 \quad \text{当 } 0 \leq x \leq L_1 \quad (3)$$

$$K_2 L_2 \frac{d^2 T_2}{dx^2} - \tau_2 I \frac{dT_2}{dx} + \frac{R_2}{L_2} I^2 = 0 \quad \text{当 } 0 \leq x \leq L_2 \quad (4)$$

并满足边界条件

$$T_1(0) = T_2(0) = T_c \quad (5)$$

$$T_1(L_1) = T_2(L_2) = T_h \quad (6)$$

$$Q_c = (\Pi_2^c - \Pi_1^c)I - K_1 L_1 \left. \frac{dT_1}{dx} \right|_{x=0} - K_2 L_2 \left. \frac{dT_2}{dx} \right|_{x=0} \quad (7)$$

$$Q_h = (\Pi_2^h - \Pi_1^h)I - K_1 L_1 \left. \frac{dT_1}{dx} \right|_{x=L_1} - K_2 L_2 \left. \frac{dT_2}{dx} \right|_{x=L_2} \quad (8)$$

式中  $K_1 = \lambda_1 S_1 / L_1$ ,  $K_2 = \lambda_2 S_2 / L_2$ ,  $R_1 = L_1 / (\sigma_1 S_1)$ ,  $R_2 = L_2 / (\sigma_2 S_2)$  分别为  $n$  型和  $p$  型元件的热传导系数和电阻.

### 3 制冷率和制冷系数

由方程(3)和(4), 并结合边界条件(5)和(6)式, 可解得  $n$  型和  $p$  型元件内部的温度分布分别为

$$T_1(x) = T_c - A_1 x + \frac{\Delta T + A_1 L_1}{1 - e^{-\omega_1 L_1}} (1 - e^{-\omega_1 x}) \quad \text{当 } 0 \leq x \leq L_1 \quad (9)$$

$$T_2(x) = T_c + A_2 x + \frac{\Delta T - A_2 L_2}{1 - e^{\omega_2 L_2}} (1 - e^{\omega_2 x}) \quad \text{当 } 0 \leq x \leq L_2 \quad (10)$$

其中  $\omega_1 = \tau_1 I / (K_1 L_1)$ ,  $\omega_2 = \tau_2 I / (K_2 L_2)$ ,  $A_1 = R_1 I / (\tau_1 L_1)$ ,  $A_2 = R_2 I / (\tau_2 L_2)$ ,  $\Delta T = T_h - T_c$ .

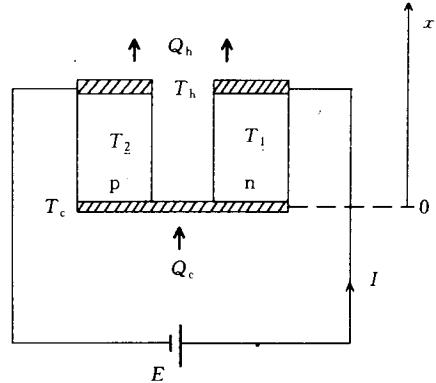


图 1 半导体制冷器示意图

将(9)和(10)式代入(7)和(8)式,可得

$$Q_c = (\Pi_2^c - \Pi_1^c)I + K_1 L_1 \left( A_1 + \omega_1 \frac{\Delta T + A_1 L_1}{e^{-\omega_1 L_1} - 1} \right) - K_2 L_2 \left( A_2 + \omega_2 \frac{\Delta T - A_2 L_2}{e^{\omega_2 L_2} - 1} \right) \quad (11)$$

$$Q_h = (\Pi_2^h - \Pi_1^h)I + K_1 L_1 \left( A_1 + \omega_1 \frac{\Delta T + A_1 L_1}{e^{-\omega_1 L_1} - 1} e^{-\omega_1 L_1} \right) - K_2 L_2 \left( A_2 + \omega_2 \frac{\Delta T - A_2 L_2}{e^{\omega_2 L_2} - 1} e^{\omega_2 L_2} \right) \quad (12)$$

令

$$\begin{aligned} K_1^* &= \frac{\tau_1 I}{1 - e^{-\omega_1 L_1}}, & K_2^* &= \frac{\tau_2 I}{e^{\omega_2 L_2} - 1} \\ R_1^* &= R_1 \left( \frac{2}{1 - e^{-\omega_1 L_1}} - \frac{2}{\omega_1 L_1} \right), & R_2^* &= R_2 \left( \frac{2}{\omega_2 L_2} + \frac{2}{1 - e^{\omega_2 L_2}} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

则由(11)~(13)式,可得制冷率、输入功率和制冷系数分别为

$$r \equiv Q_c = (\Pi_2^c - \Pi_1^c)I - (K_1^* + K_2^*)\Delta T - \frac{1}{2}(R_1^* + R_2^*)I^2 \quad (14)$$

$$P \equiv Q_h - Q_c = [(\Pi_2^h - \Pi_1^h) - (\Pi_2^c - \Pi_1^c)]I - (\tau_2 - \tau_1)I\Delta T + RI^2 \quad (15)$$

$$\epsilon = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c} = \frac{(\Pi_2^c - \Pi_1^c)I - (K_1^* + K_2^*)\Delta T - \frac{1}{2}(R_1^* + R_2^*)I^2}{[(\Pi_2^h - \Pi_1^h) - (\Pi_2^c - \Pi_1^c)]I - (\tau_2 - \tau_1)I\Delta T + RI^2} \quad (16)$$

其中  $R = R_1 + R_2$  是 n 型和 p 型元件的总电阻。(14)和(16)式是半导体制冷器的制冷率和制冷系数的一般表示式,可用来讨论半导体制冷器的优化性能。

## 4 讨论

(1) 由(14)式可求得制冷率最大时电流所满足的方程为

$$\begin{aligned} (\Pi_2^c - \Pi_1^c)I - \left[ K_1^* \left( 1 - \frac{K_1^*}{K_1} e^{-\omega_1 L_1} \right) + K_2^* \left( 1 - \frac{K_2^*}{K_2} e^{\omega_2 L_2} \right) \right] \Delta T - (R_1^* + R_2^*)I^2 \\ - K_1 A_1 L_1 \left[ 1 - \left( \frac{K_1^*}{K_1} \right)^2 e^{-\omega_1 L_1} \right] - K_2 A_2 L_2 \left[ \left( \frac{K_2^*}{K_2} \right)^2 e^{\omega_2 L_2} - 1 \right] = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

(17)式是一个超越方程,通常要用数值解求之。类似地,由(16)式可求得制冷系数最大时电流所满足的方程。它也是一个超越方程,一般也只能用数值解求之。在实际的半导体制冷器中,工作电流应介于最大制冷系数时的电流和最大制冷率时的电流之间<sup>[5]</sup>。

(2) 当  $(\tau_1 I / K_1)^2 \ll 1$  和  $(\tau_2 I / K_2)^2 \ll 1$  时,(13)式可近似写成

$$\begin{aligned} K_1^* &= K_1 + \frac{1}{2}\tau_1 I, & K_2^* &= K_2 - \frac{1}{2}\tau_2 I \\ R_1^* &= R_1 \left( 1 - \frac{\tau_1 I}{6K_1} \right), & R_2^* &= R_2 \left( 1 + \frac{\tau_2 I}{6K_2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

从而在焦耳热不可忽略的情况下,(14)和(16)式可分别化成

$$r = (\Pi_2^c - \Pi_1^c)I - K\Delta T + \frac{1}{2}(\tau_2 - \tau_1)I\Delta T - \frac{1}{2}RI^2 - \frac{1}{12} \left( \frac{\tau_2 R_2}{K_2} - \frac{\tau_1 R_1}{K_1} \right) I^3 \quad (19)$$

$$\epsilon = \frac{(\Pi_2^c - \Pi_1^c)I - K\Delta T + \frac{1}{2}(\tau_2 - \tau_1)I\Delta T - \frac{1}{2}RI^2 - \frac{1}{12}\left(\frac{\tau_2R_2}{K_2} - \frac{\tau_1R_1}{K_1}\right)I^3}{[(\Pi_2^h - \Pi_1^h) - (\Pi_2^c - \Pi_1^c)]I - (\tau_2 - \tau_1)I\Delta T + RI^2} \quad (20)$$

(19)式右边第一项是珀尔帖热,第二项是傅里叶热流、即热漏,第三项是汤姆孙热,第四项是焦耳热,而第五项是由于制冷器中两种不可逆因素造成的温度非线性分布所产生的等效汤姆孙热。可见,当汤姆孙效应对制冷器性能的影响需要考虑时,就不能忽视这种由不可逆因素的综合效应所产生的影响。这是研究半导体制冷器或热电器时所必须注意的一个重要新问题。而现有文献[6,8,9]对此有所忽视。

为进一步讨论(19)和(20)式的意义和特性,考虑乘积  $RK$  为最小值的条件是有益的。当 n 型和 p 型元件的材料选定之后,  $\lambda_1, \lambda_2, \sigma_1, \sigma_2$  是确定的参数。在这些参数已确定时,不难证明当 n 型和 p 型半导体元件的长度比和横截面积比满足方程

$$\frac{L_1 S_2}{L_2 S_1} = \sqrt{\frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_2 \sigma_2}} \quad (21)$$

时,

$$RK = \left[ \sqrt{\frac{\lambda_1}{\sigma_1}} + \sqrt{\frac{\lambda_2}{\sigma_2}} \right]^2 \quad (22)$$

为最小,元件的几何构形为最佳<sup>[2]</sup>。利用(21)式,可将(19)和(20)式写成

$$\frac{r}{KT_c} = Zi - \frac{\Delta T}{T_c} + \frac{1}{2}Z \frac{\tau \Delta T}{\alpha^c T_c} i - \frac{Z}{2T_c} i^2 - \frac{1}{2}Z \frac{\tau \Delta T^*}{\alpha^c T_c} i \quad (23)$$

$$\epsilon = \frac{ZT_c i - \Delta T + \frac{1}{2}Z \frac{\tau}{\alpha^c} \Delta T i - \frac{1}{2}Z i^2 - \frac{1}{2}Z \frac{\tau}{\alpha^c} \Delta T^* i}{\left(\frac{\alpha^h}{\alpha^c} T_h - T_c\right) Zi - Z \frac{\tau}{\alpha^c} \Delta T i + Z i^2} \quad (24)$$

其中  $\alpha^c = \alpha_2^c - \alpha_1^c; \alpha^h = \alpha_2^h - \alpha_1^h; \tau = \tau_2 - \tau_1; I = \frac{\alpha^c}{R} i; Z = (\alpha^c)^2 / (RK); \Delta T^* = \frac{1}{6} Z i^2$ 。

(23)式表明,当  $\delta \equiv \Delta T^* - \Delta T = 0$  时,汤姆孙效应对制冷率无影响;当  $\delta < 0$  时,制冷率随着汤姆孙系数  $\tau$  的增大而增大,而且  $\delta$  越小增大越显著;当  $\delta > 0$  时,制冷率随着汤姆孙系数  $\tau$  的增大而减小,而且  $\delta$  越大减小越显著。

(24)式表明,当

$$\delta = \frac{2\Delta T(T_c i - \Delta T/Z - i^2/2)}{\left(\frac{\alpha^h}{\alpha^c} T_h - T_c\right) i + i^2} \equiv \delta_0 \quad (25)$$

时,汤姆孙效应对制冷系数无影响;当  $\delta < \delta_0$  时,制冷系数随着汤姆孙系数  $\tau$  的增大而增大,而且两者差别越大增大越显著;当  $\delta > \delta_0$  时,制冷系数随着汤姆孙系数  $\tau$  的增大而减小,而且两者差别越大减小越显著。

当选用材料( $\text{Bi}_2\text{Te}_3 : \text{Bi}_2\text{Se}_3 = 90\% : 10\%$ )和( $\text{Bi}_2\text{Te}_3 : \text{Sb}_2\text{Te}_3 = 25\% : 75\%$ )作为 n 型和 p 型元件时,有关参数约为<sup>[8]</sup>:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1.6 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \frac{1}{\sigma_1} = \frac{1}{\sigma_2} = 7.0 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m},$$

$$\tau = 6.7 \times 10^{-5} \text{ V/K}, \alpha(T) = [2.0 \times 10^{-4} + 2.0 \times 10^{-2}(1/T_m - 1/T)] \text{ V/K},$$

其中  $T_m$  是两热源的平均温度,应用(23)和(24)式,可绘出制冷率  $r$  和制冷系数  $\epsilon$  随  $i$  变化

的曲线,分别如图 2 和 3 所示。在图 2 和 3 中,  $T_h = 293K$ ,  $T_c = 273K$ , 虚线对应于汤姆孙效应可忽略时的情况。图 2 中最大制冷率所对应的约化电流  $i_r$  和图 3 中最大制冷系数所对应的约化电流  $i_\epsilon$ , 可直接从(23)和(24)式求得,

$$i_r = \frac{\sqrt{1 + (Z\tau/\alpha^c)(T_c + \frac{1}{2}\Delta T\tau/\alpha^c) - 1}}{\frac{1}{2}Z\tau/\alpha^c} \quad (26)$$

而  $i_\epsilon$  满足方程

$$\begin{aligned} \frac{1}{12}Z^2 \frac{\tau}{\alpha^c} i_\epsilon^4 + \frac{1}{6}Z^2 \left( \frac{\alpha^h}{\alpha^c} T_h - T_c - \frac{\tau}{\alpha^c} \Delta T \right) \frac{\tau}{\alpha^c} i_\epsilon^3 + \frac{1}{2}Z \left( \frac{\alpha^h}{\alpha^c} T_h + T_c \right) i_\epsilon^2 \\ - 2\Delta T i_\epsilon - \Delta T \left( \frac{\alpha^h}{\alpha^c} T_h - T_c - \frac{\tau}{\alpha^c} \Delta T \right) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

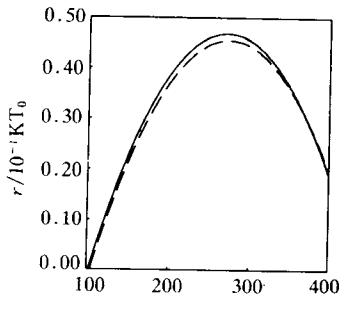


图 2 制冷率  $r$  随  $i$  的变化曲线

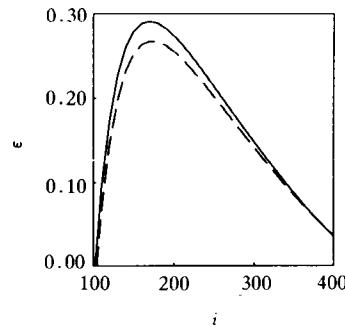


图 3 制冷系数  $\epsilon$  随  $i$  的变化曲线

(3) 当  $\tau_1 I / K_1 \ll 1$  和  $\tau_2 I / K_2 \ll 1$  时, 汤姆孙效应可忽略,(23)、(24)、(26)和(27)式可简化成

$$r/(KT_c) = Zi - \Delta T/T_c - Zi^2/(2T_c) \quad (28)$$

$$\epsilon = \frac{ZT_c i - \Delta T - \frac{1}{2}Zi^2}{\left( \frac{\alpha^h}{\alpha^c} T_h - T_c \right) Zi + Zi^2} \quad (29)$$

$$i_r = T_c \quad (30)$$

$$i_\epsilon = \frac{2\Delta T \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{Z}{2} \frac{(\alpha^h/\alpha^c)^2 T_h^2 - T_c^2}{\Delta T}} \right]}{Z \left( \frac{\alpha^h}{\alpha^c} T_h + T_c \right)} \quad (31)$$

若元件的温差电势率又可视为与温度无关, 则有  $\alpha^h = \alpha^c$ . 这时从(28)~(31)式可直接导出文献[1~5]中的许多重结论。而由文献[6]的结果却未能导出这些结论。主要是文献[6]误用了高温端的热平衡条件, 未能得到正确的结果。

## 参 考 文 献

- [1] J. Kaye and J. A. Welsh, Direct Conversion of Heat to Electricity, New York: John Wiley & Sons, 1960.
- [2] J. P. Holman, Thermodynamics, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 1980.
- [3] A. Bejan, Advanced Engineering Thermodynamics, New York: John Wiley & Sons, 1988.
- [4] 杨磊, 制冷技术, 北京: 科学出版社(1980).
- [5] 严子浚, 陈金灿, 低温工程, 1992, (6): 22~26.
- [6] 许生龙, 俞国良, 何丹, 科学通报, 1992, 37: 989~992.
- [7] H. B. Callen, Thermodynamics and an Introduction to Thermostatics, 2nd ed., New York: John Wiley & Sons, 1985.
- [8] M. J. Lampinen, J. Appl. Phys., 1991, 69: 4318~433.
- [9] M. Cvahte and J. Strnad, Eur. J. Phys., 1988, 9: 11~17.

## Influence of Thomson Effect on Performance of a Semiconductor Refrigeration Device

Wu Liqing, Chen Jincan and Yan Zijun

(Department of Physics, Xiamen University, Xiamen 361005)

Received 21 April 1996

**Abstract** The differential equations of heat conduction for thermoelectric devices are established by using the theory of nonequilibrium thermodynamics and the coefficient of performance and the cooling rate of a semiconductor refrigeration device are derived. Moreover, the influence of Thomson effect on the performance of the refrigeration device is discussed in detail. Some new significant conclusions are obtained and some problems widely existing in the related investigations are settled.

**PACC:** 6590, 8630J, 0720M, 6570