

半导体器件瞬态模型渐近分析*

曹俊诚⁺ 魏同立 郑 莊

(东南大学微电子中心 南京 210018)

摘要 本文采用奇异摄动方法分析了半导体器件瞬态模型解的渐近性态, 给出了构造近似解的方法和步骤, 获得了具有二阶修正精度的解的近似表达式。该近似结果与数值结果相吻合。

EEACC: 2560B, 0290

1 引言

半导体器件模型由非线性椭圆-抛物型偏微分方程耦合而成, 其解的适定性研究直接关系到能否为半导体器件和集成电路的计算机模拟提供有效的数学方法。尤其是瞬态解的稳定性和渐近性态的结果将直接预示着数值方法的收敛性和收敛快慢。模型中未知量之间强烈耦合, 并带有复杂的混合边界条件, 通常其精确解是无法得到的。本文通过选择适当的归一化因子, 把模型归一化为奇异摄动问题, 然后采用奇异摄动方法分析了半导体器件瞬态模型解的渐近性态, 获得了解的近似表达式。数值例子表明该近似解具有较高的精度。

2 模型及分析

归一化后半导体器件瞬态模型为

$$\left. \begin{array}{l} \lambda \nabla^2 \Psi = n - p - N \\ \partial n / \partial t = \nabla J_n - R \\ \partial p / \partial t = -\nabla J_p - R \\ J_n = \nabla n - n \nabla \Psi \\ J_p = -\nabla p - p \nabla \Psi \end{array} \right\} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助项目

曹俊诚 男, 1967年生, 博士后, 当前主要从事半导体输运理论的研究

魏同立 男, 1934年生, 教授, 博士生导师, 主要从事半导体物理与半导体器件物理理论研究

+ 现在通信地址: 上海, 中国科学院上海冶金研究所(200050)

1993年5月3日收到初稿, 1993年6月10日收到修改稿

初边值条件为

$$\left. \begin{array}{l} \Psi|_{\Gamma_i} = \bar{\Psi}_i, \nabla \Psi \cdot \vec{n}|_{\Gamma_N} = 0 \\ n|_{\Gamma_i} = \bar{n}_i, \nabla n \cdot \vec{n}|_{\Gamma_N} = 0 \\ p|_{\Gamma_i} = \bar{p}_i, \nabla p \cdot \vec{n}|_{\Gamma_N} = 0 \\ n(x, y, 0) = N(x, y), p(x, y, 0) = P(x, y) \end{array} \right\} \quad (2)$$

式中 Ψ (静电势)、 n (电子浓度)、 p (空穴浓度)、 J_n (电子电流密度)和 J_p (空穴电流密度)为求解变量. Ω 为求解区域, $\Gamma_i (i=1, 2)$ 代表两个 Ohmic 接触, Γ_N 为除 Γ_1 和 Γ_2 以外的边界, \vec{n} 为 Γ_N 的单位外法向量. λ 的数量级通常为 10^{-7} , 因此, (1) 实际上是一个奇异摄动问题^[1].

根据奇异摄动理论^[2], (1), (2)之解有如下展开形式:

$$\left. \begin{array}{l} \Psi(x, y, t, \lambda) = \Psi_0(x, y, t) + \Psi_1(\zeta, s, t) + \Psi_2(\sigma, \nu, t) + O(\lambda^3) \\ n(x, y, t, \lambda) = n_0(x, y, t) + n_1(\zeta, s, t) + n_2(\sigma, \nu, t) + O(\lambda^3) \\ p(x, y, t, \lambda) = p_0(x, y, t) + p_1(\zeta, s, t) + p_2(\sigma, \nu, t) + O(\lambda^3) \end{array} \right\} \quad (3)$$

这里 ζ, s, σ 和 ν 是与 λ 有关的局部坐标, Ψ_0, Ψ_1 和 Ψ_2 分别是 Ψ 的蜕化解、一阶修正解和二阶修正解. 将(3)代入(1)比较 λ^{-1}, λ 和 λ^2 系数分别得到关于 Ψ_0, Ψ_1 和 Ψ_2 的方程.

3 主要结果

分别求解关于 Ψ_0, Ψ_1 和 Ψ_2 的方程, 得到以下主要结论:

1. (1) 的蜕化解(Ψ_0, n_0, p_0)为(1)的稳态解;
2. 一阶修正解为

$$\begin{aligned} n_1(\zeta, s, t) &= \bar{n}_1(0, s, t)(e_1^\Psi(\zeta, s, t) - 1) \\ p_1(\zeta, s, t) &= \bar{p}_1(0, s, t)(e_1^{-\Psi}(\zeta, s, t) - 1) \end{aligned}$$

3. Ψ_2 满足以下方程:

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_2 &= -\nabla[2p_0(x, y) + D]\nabla \Psi_2 \\ \Psi_2(x, y, t)|_{\Gamma_i} &= 0 \quad (i = 1, 2) \\ \nabla \Psi_2 \cdot \vec{n}|_{\Gamma_N} &= 0 \\ \Psi_2(x, y, 0) &= g(x, y) \end{aligned}$$

其中 $D(x, y)$ 为已知函数. 在 $\nabla g(x, y) \in L^2(\Omega)$ 的条件下, 上面方程有解 $\Psi_2(x, y, t)$, 满足

$$\|\nabla \Psi_2\|_{L^2}^{2/2} \leq C e^{-\alpha t}$$

式中 $C > 1, \alpha > 0$ 为常数.

由上可见, 解的一阶、二阶修正项均按指数衰减, 故所得近似解是绝对稳定的. 该稳定性保证时间步长能任意选择. 由于瞬态模拟是建立在逐步累加时间步长递推求解基础上的, 所以本文采用的奇异摄动瞬态模型(1)具有较好的数值稳定性.

4 应用举例

根据上述结果，设 $\Omega=[0, 1]$ ，二极管的长度取为 $1 \mu\text{m}$ ，pn 结位于 $x=0$ ， $x=1$ 为 Ohmic 接触。在计算过程中，时间变量 t 采用向后有限差分格式，空间变量 x 采用引入的 S-G 指数拟合有限差分格式。取 $\tau=0.001075 \text{ s}$ 时刻，计算得到的 Ψ_0 ， Ψ_1 和 Ψ_2 分别如图 1 和图 2 所示。从图 3 看出在 $\tau=0.001075 \text{ s}$ 时刻， $\Psi_0(x, \tau)+\Psi_1(x, \tau)+\Psi_2(x, \tau)$ 和 $\Psi(x, \tau)$ 吻合得很好。

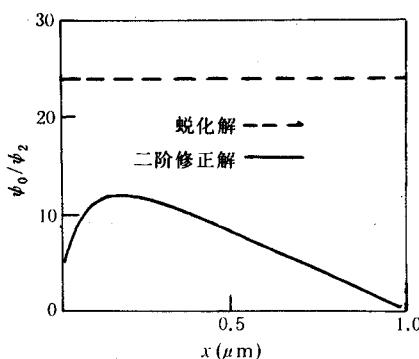
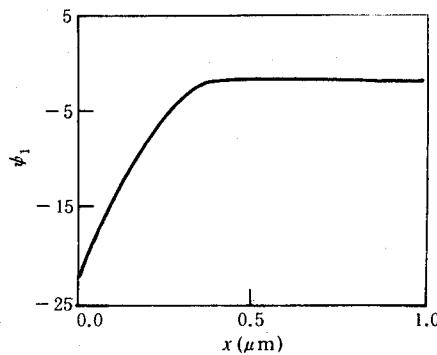
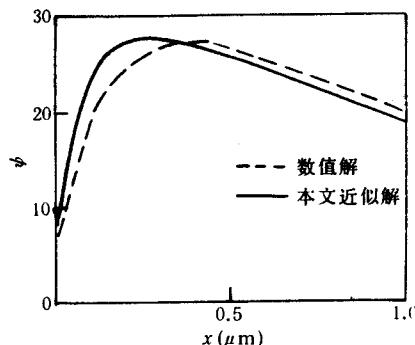
图 1 Ψ 蜕化解曲线和二阶修正曲线

图 2 一阶修正曲线

图 3 电势 Ψ 分布与近似解
 $\Psi_0(x, \tau)+\Psi_1(x, \tau)+\Psi_2(x, \tau)$ 曲线的比较

参 考 文 献

- [1] P. Szmolyan, SIAM, J. Appl. Math., 1989, **49**: 1122.
- [2] 曹俊诚, 魏同立等, 固体电子学研究与进展, 1993, **13**(1): 25.
- [3] L. Scharfetter and K. Gummel, IEEE Trans. Electron Devices, 1969, **ED-16**: 64.

Asymptotic Analysis of Transient Semiconductor Device Equations

Cao Juncheng, Wei Tongli and Zheng Jiang

(Microelectronics Center, Southeast University, Nanjing 210018)

Received 3 May 1993, revised manuscript received 10 June 1993

Abstract An asymptotic analysis of transient semiconductor device equation is presented by using singular perturbation theory. The methods and steps which result in asymptotic solutions are given. The expressions of the solutions with precision $O(\lambda^3)$ are obtained. Asymptotic results are in agreement with numerical ones.

EEACC 2560B, 0290