

位置数为 2 的多模干涉耦合器相位关系分析*

孙一翎^{1,2} 江晓清^{1,†} 杨建义¹ 王明华¹

(1 浙江大学信息与电子工程学系, 杭州 310027)

(2 深圳大学工程技术学院, 深圳 518060)

摘要: 根据多模干涉耦合器的自映像原理, 分析了位置数为 2 的多模干涉耦合器相位关系. 相位关系与输入场位置有关, 得出位置数为 2 的多模干涉耦合器相位关系表达式. 用导模传输分析法验证了相位表达式的正确性, 为一维和二维限制的多模干涉耦合器的设计提供了理论基础.

关键词: 集成光学; 相位关系; 多模干涉耦合器; 自映像原理; 导模传输分析法

PACC: 4282; 4210f

中图分类号: TN252 文献标识码: A 文章编号: 0253-4177(2005)11-2236-05

1 引言

利用多模波导自映像效应^[1]制成的多模干涉 (multimode interference, MMI) 耦合器具有插入损耗小、结构紧凑、制作容差性好、工艺简单及对偏振不敏感等优点, 被广泛地应用于集成光学回路中^[2,3]. 在一维 MMI 器件的情况下, 多模干涉区横截面只有一个方向支持多模, 另一个方向只允许单模传输, 属一维自映像效应. 若多模干涉区横截面两个方向都支持多模, 就必须考虑二维自映像效应^[4,5], 将原有的 MMI 器件向三维空间拓展, 可获得更高集成度的 MMI 器件. Bachmann 等^[6]研究了一维 MMI 耦合器的成像特性, 给出了位置数为 1 时的输出端各个像之间的相位关系. 对一维 MMI 器件, 为使其结构更为紧凑, 往往考虑位置数为 1 的情况. 但当一维 MMI 器件推广到二维后^[5], 会出现一个甚至是两个方向位置数都大于 1 的情况. 而相位关系对探索二维 MMI 器件在三维空间的光开关、光互连、光波分复用^[7]等领域的应用尤为重要. 本文基于导模传输分析法和 Bachmann 的分析结果, 对位置数为 2 的多模干涉耦合器的相位关系进

行理论分析, 给出了相位关系的解析表达式, 并用导模传输法验证了分析结果.

2 理论分析

由导模传输分析法^[8], MMI 器件在多模波导终端 $z = L$ 处的输出横向场分布可表示为:

$$(x, L) = \sum_{v=0}^{m-1} C_v \psi_v(x) \exp(j \frac{v(v+2)}{3L} L) \quad (1)$$

其中 m 为多模波导横向能传播的模式数; C_v 为场激励系数, $\psi_v(x)$ 为 v 次模光场分布; $L = \frac{4n_c W^2}{3\lambda_0}$, λ_0 为真空中的波长, n_c 是芯区的折射率, W 为多模波导的宽度. 当多模波导的长度 L 满足 $3L/N$ 的整数倍, 即 $L = s(3L/N)$, 且输入场位置 x_0 不等于 iW/N 时, 多模波导终端得到输入场的 N 重像^[6]. 这里 s 和 N 为互质的正整数, s 称为 N 重像的位置数.

文献^[6]将实际区域 $[0, W]$ 扩展到 $[-sW, sW]$, 并将输入场扩展成反对称形式, 利用欧拉公式得出输出场分布为

$$f_{out}(x, L) = \frac{1}{C} \sum_{q=0}^{N-1} f_{in}(x - x_q) \exp(j \phi_q) \quad (2)$$

*教育部高等学校博士点基金(批准号:20020335100), 国家自然科学基金(批准号:60477018)和国家自然科学基金重点(批准号:60436020)资助项目

孙一翎 女, 1972 年出生, 博士研究生, 从事集成光学和光电子器件研究.

† 通信作者. Email: iseejq@zju.edu.cn

2005-04-29 收到

式中 C 为复归一化系数; $q = 0, 1, 2, \dots, N - 1$; x_q 和 q 分别是第 q 个像的相对成像位置和相位关系.

$$x_q = (2q - N) sW / N \tag{3}$$

$$q = q(N - q) s / N \tag{4}$$

$$C = \exp(j_0 L_N^s + j \frac{s}{N}) \prod_{q=0}^{N-1} \exp[j \frac{s}{N} q(N - q)] \tag{5}$$

利用高斯求和互易定理, 将复归一化系数 C 写成

$$C = \prod_{s=1}^N \exp[j_0 L_N^s + j \frac{s}{N} + j \frac{1}{4} (Ns - 1)] \times \prod_{q=0}^{s-1} \exp(j \frac{N}{s} q^2 - j qN) \tag{6}$$

考虑位置数 $s = 2$ 的情况:

$$C = \sqrt{2N} \cos(\frac{1}{4} N) \times \exp[j_0 L_N^{s=2} + j \frac{2}{N} + j \frac{1}{4} (N - 1)] \tag{7}$$

因为 N, s 互质, 所以 N 只能取奇数

$N = 4k - 3, k = 1, 2, 3, \dots$ 时:

$$C = \sqrt{N} \exp(j_0 L_N^{s=2} + j \frac{2}{N}) \tag{8}$$

$N = 4k - 1, k = 1, 2, 3, \dots$ 时:

$$C = \sqrt{N} \exp(j_0 L_N^{s=2} + j \frac{2}{N} - j \frac{1}{2}) \tag{9}$$

(2) 式表明在 $[-2W, 2W]$ 区域内有 N 个正像, N 个负像, 其成像位置和相位关系为:

正像:

$$x_q^+ = x_q + x_0 \quad \dot{q}^+ = q + c \tag{10}$$

负像:

$$x_q^- = x_q - x_0 \quad \dot{q}^- = q + c + \tag{11}$$

(10), (11) 式中 $x_0 (0 < x_0 < W)$ 为输入场位置, 如图 1 所示, $c = j \ln(C / |C|)$. (10), (11) 两式得到的成像位置并不全在实际区域 $[0, W]$ 中, 实际成像位置应为 x_q^+ 和 x_q^- 经 $2W$ 整数倍平移后落在 $[0, W]$ 中的位置.

实际正像位置:

$$0 < (\text{real}) x_q^+ = x_q^+ + 2IW < W \tag{12}$$

实际反像位置:

$$0 < (\text{real}) x_q^- = x_q^- + 2IW < W \tag{13}$$

根据 (12), (13) 式确定 q 值, 再利用 (10), (11) 式确定在实际区域 $[0, W]$ 内 N 个像相位关系. 这样确定相位关系需求解 (3), (4), (10), (11), (12),

(13) 六个关系式, 而且一旦输入场位置改变就需要重新求解.

3 位置数为 2 时的相位关系

为了便于讨论, 本文分以下两种情况进行分析.

3.1 输入场位置 x_0 满足 $0 < x_0 < W / N$

位置数 $s = 2$ 时, x_q 表达式为

$$x_q = (2q - N) 2W / N \tag{14}$$

由上式可知: q 等于 0 时, $x_q = -2W$, q 等于 N 时, $x_q = 2W$, 且 $x_{q+1} - x_q = \frac{4W}{N}$. 这样在区间 $[-2W, 2W]$ 有输入场 $2N$ 个像, 相邻两个正像或负像的间距为 $4W / N$, 如图 1 所示.

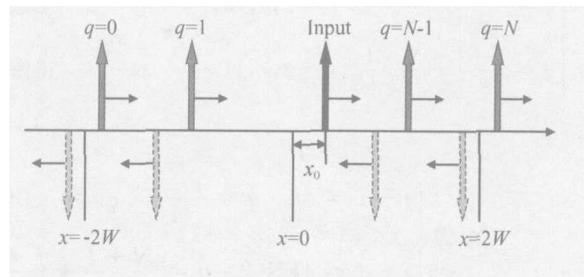


图 1 在 $[-2W, 2W]$ 区间上成像位置示意图

Fig. 1 Positions of the images in the range $-2W < x < 2W$

将区间 $[-2W, 2W]$ 分成四块: $[-2W, -W]$, $[-W, 0]$, $[0, W]$, $[W, 2W]$. 在实际区域 $[0, W]$ 有 $2N/4$, 即 $N/2$ 个像, 还有 $N/2$ 个像由 $[-2W, -W]$ 经 $2W$ 平移落到实际区域 $[0, W]$ 内. 将 N 个像由 W 标注为 $j = 1, 2, \dots, N$, 如图 2 所示.

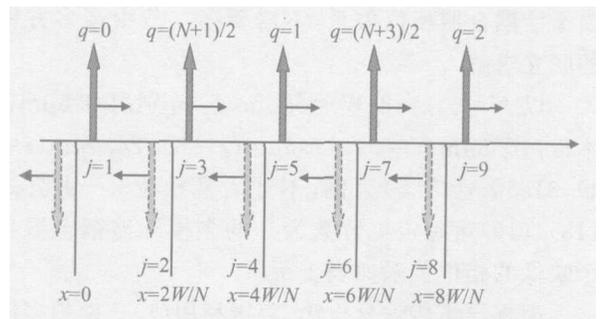


图 2 在 $[0, W]$ 区间上成像位置示意图

Fig. 2 Positions of the images in the range $0 < x < W$

$j = 1$ 对应 $q = 0$ 的正像, 成像位置为 x_0 ; $j = 2$ 对应 $q = (N + 1)/2$ 的反像, 成像位置为 $\frac{2W}{N} - x_0$; $j = 3$ 对应 $q = (N + 1)/2$ 的正像, 成像位置为 $\frac{2W}{N} + x_0$; $j = 4$ 对应 $q = 1$ 的反像, 成像位置为 $\frac{4W}{N} - x_0$; $j = 5$ 对应 $q = 1$ 的正像, 成像位置为 $\frac{4W}{N} + x_0$; $j = 6$ 对应 $q = (N + 3)/2$ 的反像, 成像位置为 $\frac{6W}{N} - x_0$; $j = 7$ 对应 $q = (N + 3)/2$ 的正像, 成像位置为 $\frac{6W}{N} + x_0$; .. 这样, j 与 q 的关系可归纳为以下四种情况:

$$\begin{cases} q = \frac{j}{4} & j = 4, 8, 12, \dots = 4k & \text{反像} \\ q = \frac{j-1}{4} & j = 1, 5, 9, \dots = 4k+1 & \text{正像} \\ q = \frac{j-2}{4} + \frac{N+1}{2} & j = 2, 6, 10, \dots = 4k+2 & \text{反像} \\ q = \frac{j-3}{4} + \frac{N+1}{2} & j = 3, 7, 11, \dots = 4k+3 & \text{正像} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \text{正像} \\ j - i = 4k & q = \frac{j-i}{4} & ij = 0 + \frac{1}{8N}(j-i)(4N-j+i) \\ j - i = 4k + 2 & q = \frac{N+1}{2} + \frac{j-i-2}{4} & ij = 0 + \frac{1}{8N}(2N+j-i)(2N-j+i) \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \text{反像} \\ j + i = 4k + 3 & q = \frac{N+1}{2} + \frac{j+i-3}{4} & ij = 0 + \frac{1}{8N}(2N+j+i-1)(2N-j-i+1) + \\ j + i = 4k + 1 & q = \frac{j+i-1}{4} & ij = 0 + \frac{1}{8N}(j+i-1)(4N-j-i+1) + \end{cases} \quad (19)$$

ϕ_0 为常相位, 当 $N = 4k - 3$, $\phi_0 = -\phi_0 L_N^{s=2} - \frac{2}{N}$; 当 $N = 4k - 1$, $\phi_0 = -\phi_0 L_N^{s=2} - \frac{2}{N} + \frac{1}{2}$. 由 (18)、(19) 式可直接得出任意输入场位置所对应的位置数为 2 的多模干涉耦合器相位关系, 不需要第二节中诸多方程的联立求解.

以 $N = 5, s = 2, W = 35\mu\text{m}$, x_0 分别取 $3.5\mu\text{m} (i = 1), 10.5\mu\text{m} (i = 2), 17.5\mu\text{m} (i = 3), 24.5\mu\text{m} (i = 4), 31.5\mu\text{m} (i = 5)$ 为例, 不计入常相位 ϕ_0 , 由公式 (18)、(19) 可确定位置数为 2 的多模干涉耦合器各个映像的相位关系如表 1 所示.

根据导模传输分析法, 直接利用 (1) 式模拟多模波导终端相位分布, 如图 3 所示, 将图中各个映像的相位关系与表中根据公式计算结果比较, 完全一致.

3.2 输入场初始位置 x_0 任意

将 x_0 写成 $\frac{(i-1)W}{N} < x_0 < \frac{iW}{N}$ 的形式, 其中 $i = 1, 2, \dots, N$. 当输入场位置 x_0 增大时, 正像移动的方向是 j 增大的方向, 反像移动的方向是 j 减小的方向, 如图 1、图 2 中的箭头所示. 因此正像移动后的序号 $j = j + (i - 1)$, 反像移动后的序号 $j = j - (i - 1)$, 将移动前后序号的关系式代入 (15) 式得

$$\begin{cases} \text{正像} \\ j - i = 4k & q = \frac{j-i}{4} \\ j - i = 4k + 2 & q = \frac{N+1}{2} + \frac{j-i-2}{4} \\ \text{反像} \\ j + i = 4k + 3 & q = \frac{N+1}{2} + \frac{j+i-3}{4} \\ j + i = 4k + 1 & q = \frac{j+i-1}{4} \end{cases} \quad (17)$$

将 j 改写为 j 得

表 1 位置数为 2 的多模干涉耦合器相位关系

Table 1 Phase relations of MMI coupler when $s = 2$

	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$
1_j	0	-3/5	2/5	3/5	-2/5
2_j	-3/5	0	3/5	2/5	3/5
3_j	2/5	3/5	0	3/5	2/5
4_j	3/5	2/5	3/5	0	-3/5
5_j	-2/5	3/5	2/5	-3/5	0

4 小结

本文分析了位置数为 2 的多模干涉耦合器相位关系, 在成像个数不变的情况下, 相位关系与输入场的初始位置有关, 并推导出相位关系的表达式.

位置数大于 2 的情况也可以用以上方法获得相位关系. 但表达式的数目更多, 若位置数为 s , 则相

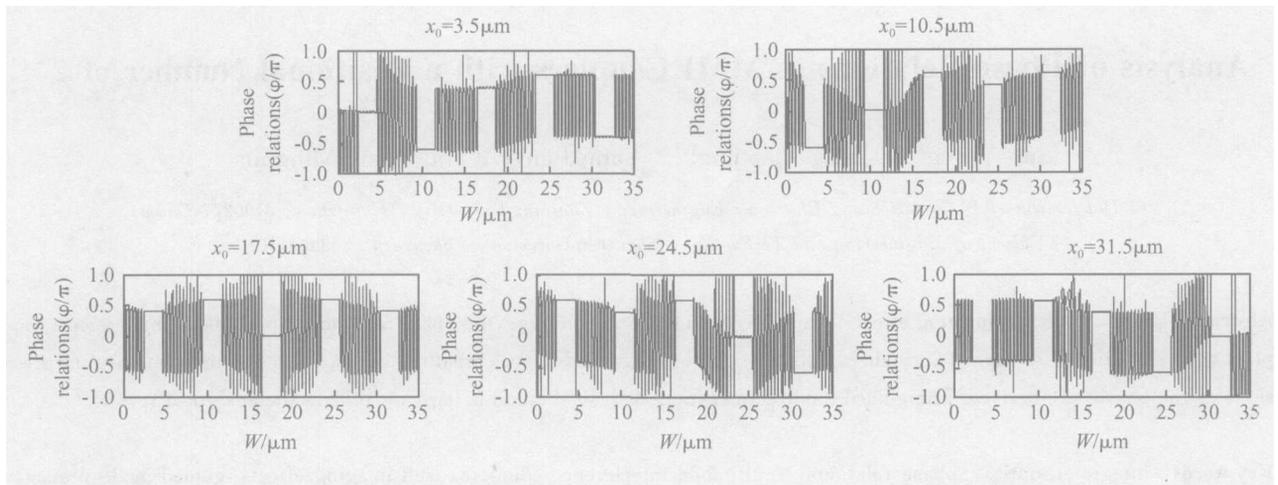


图 3 $N = 5, s = 2, x_0$ 分别为 3.5, 10.5, 17.5, 24.5, 31.5 μm 时, 相位关系示意图

Fig. 3 Phase relations when $N = 5, s = 2, x_0 = 3.5, 10.5, 17.5, 24.5, 31.5 \mu\text{m}$

位关系的表示式数目为 $2s$ 个。以位置数等于 3 为例, 将区间 $[-3W, 3W]$ 分成六块: $[-3W, -2W], [-2W, -W], [-W, 0], [0, W], [W, 2W], [2W, 3W]$ 。在实际区域 $[0, W]$ 有 $2N/6$, 即 $N/3$ 个像, 还有 $2N/3$ 个像由 $[-2W, -W]$ 和 $[2W, 3W]$ 经 $2W$ 整数倍平移落到实际区域 $[0, W]$ 内, 这样相位关系的表达式有 6 个。

本文的分析结果为探索二维限制多模干涉器件在三维空间光开关、光互连、光波分复用等领域的应用提供了理论基础。

参考文献

[1] Ulrich R, Ankele G. Self-imaging in homogeneous planar optical waveguides. Appl Phys Lett, 1975, 27(6) :337
 [2] Yan Qingfeng, Yu Jinzhong, Liu Zhongli. Design and fabrication of ultracompact 3-dB MMI coupler in silicon on insulator. Chinese Journal of Semiconductors, 2003, 24(2) :133

[3] Ma Huilian, Jiang Xiaoqing, Yang Jianyi, et al. Study on MMI arrayed-waveguide grating MUX/DMUX. Chinese Journal of Semiconductors, 2001, 22(7) :919 (in Chinese) [马慧莲, 江晓清, 杨建义, 等. MMI 阵列波导光栅复用/解复用器的研制. 半导体学报, 2001, 22(7) :919]
 [4] Rajarajan M, Rahman B M A. Accurate analysis of MMI devices with two-dimensional confinement. J Lightwave Technol, 1996, 14(9) :2078
 [5] Jiang Xiaoqing, Ma Huilian, Mao Huiling, et al. Asymmetrical self-imaging effects of MMI devices with two-dimensional confinement. Chinese Journal of Lasers, 2002, 29(3) :253 (in Chinese) [江晓清, 马慧莲, 毛慧玲, 等. 二维限制多模干涉器非对称自映像特性. 中国激光, 2002, 29(3) :253]
 [6] Bachmann M, Besse P A, Melchior H. General self-imaging properties in $N \times N$ multimode interference couplers including phase relations. Appl Opt, 1994, 33(18) :3905
 [7] Yang Jianyi, Jiang Xiaoqing, Wang Minghua, et al. Two-dimensional wavelength demultiplexing employing multilevel arrayed waveguides. Optics Express, 2004, 12(6) :1084
 [8] Soldano L B, Pennings E C M. Optical multi-mode interference devices based on self-imaging: principles and applications. J Lightwave Technol, 1995, 13(4) :615

Analysis of Phase Relations in MMI Couplers with a Positional Number of 2^{*}

Sun Yiling^{1,2}, Jiang Xiaoqing^{1,†}, Yang Jianyi¹, and Wang Minghua¹

(1 *Department of Information and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China*)

(2 *College of Engineering and Technology, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China*)

Abstract : Based on the self-imaging effect of multimode interference couplers, the phase relations in multimode interference couplers with a positional number of 2 are discussed. The phases of the self-images are directly related to the input position. Expressions of the phases are derived. The guided-mode propagation analysis method is used to confirm the analytical results.

Key words : integrated optics; phase relations; multimode interference couplers; self-imaging effect; guided-mode propagation analysis method

PACC : 4282; 4210J

Article ID : 0253-4177(2005)11-2236-05

^{*} Project supported by the Doctoral Foundation of Higher Education of Ministry of Education (No. 20020335100), the National Natural Science Foundation of China (No. 60477018), and the Key Program of National Natural Science Foundation of China (No. 60436020)

Sun Yiling female, was born in 1972, PhD candidate. She is interested in research on integrated optics and opto-electronic devices.

[†] Corresponding author. Email: iseejq@zju.edu.cn

Received 29 April 2005

©2005 Chinese Institute of Electronics