

补偿 D/A 译码器中梯度误差的新算法

王晓峰 杨 柯 凌燮亭 胡 波

(复旦大学电子工程系, 上海 200433)

摘要: 对数模转换器(DAC)中温度译码转换矩阵的开关选取顺序进行了研究。在 SG(sort and group)算法基础上, 提出了一种新的补偿 DAC 转化矩阵中梯度误差(gradient error)的开关选取算法。新的开关选取算法不仅使 DAC 中由梯度误差造成的 INL(integral non-linearity) 噪声幅值得到最优的衰减, 而且在小幅值信号转化时大幅度减小了非线性噪声的能量, 提高了小信号输入时输出信号的信噪比(SNR, signal-to-noise ratio)。

关键词: 数/模转换器; 梯度误差; 开关序列; 温度译码

EEACC: 1290B

中图分类号: TN 79⁺ 2

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2004)01-0093-06

1 引言

在许多领域, 特别是在语音处理和通信领域中, 都需要使用高线性度的数模转换器(DAC)。要设计出高线性度的 DAC 转换器, 就要对随机误差和系统误差进行有效地衰减, 使其低于要求的噪声底线。众所周知, DAC 中的随机噪声来源于制作过程中的工艺失配, 例如, 现有的工艺水平使电容误差可达 0.1%, 晶体管误差可达 1%, 在这样的工艺条件下, 使用电流树型或者电容树型转化矩阵的 DAC 线性度至多可达 10bit。虽然采用特殊的校准和微调工艺可以提高 DAC 的线性度, 但是它们不仅增加了工艺复杂性, 而且可能导致系统增加额外的时钟周期和器件面积。一般来说, 在一定的工艺条件下, 增加 DAC 转化阵列中有源区面积^[1]是减少随机噪声的有效手段。但对于高精度高比特的 DAC 来说, 这会使得转换阵列的面积大大增加。此时, 转换阵列中的梯度误差对整个 DAC 性能的作用变得很重要, 必须予以补偿。

优化的开关选取顺序能够补偿 DAC 中由梯度误差造成的 INL(integral non-linearity)。文献[2]在讨论转化满幅值信号时, 提出了一种能够有效抑制 INL 的幅值波动的开关序列选取方法; 但文献

[2] 只在时域里对 INL 幅值的大小进行分析, 没有针对输入信号的具体情况在频域里对非线性噪声 INL 的能量谱进行分析; 同时, 当需要转化的信号幅值变小时, 文献[2]中所述算法并不能相应地减小非线性噪声。本文中提出了一种新的开关序列选取方法, 它不仅能有效地抑制 INL 的幅值波动范围, 而且在小信号转化时能大大降低非线性噪声的能量, 提高输出信号的信噪比(SNR, signal-to-noise ratio)。

2 多比特电流树型 DAC 及误差分析

图 1 为一个 2bit 电流树型的 DAC, 其中(a) 为理想电流源 DAC, (b) 为简单的镜像电流源 DAC。一个 Nbit 的 DAC, 其数字输入信号可为: 1, 2, ..., 2^N; 如果用固定连线的转换矩阵来实现, 通过特定的开关来控制单位电流源的闭合顺序。与输入信号对应的闭合的单位电源数为: 1, 2, ..., 2^N。容易得出, 开关的选择顺序并不是惟一的。例如, 2bit 的 D/A 译码器, 其数字输入信号可为: 1, 2, 3, 4, 共有 4 种开关选择。选取顺序有 4! 种组合。显然, 译码器比特数越大, 开关顺序可供选择的范围也越大, 我们的目的就是从中选择一种能够补偿梯度误差的开关顺序。

首先我们需明确, 开关的选取顺序不能补偿随

王晓峰 男, 1978 年出生, 硕士研究生, 研究方向为 $\Sigma-\Delta$ 数模转换器结构研究。

杨 柯 男, 1979 年出生, 硕士研究生, 研究方向为模拟集成电路设计。

2003-01-23 收到, 2003-04-14 定稿

©2004 中国电子学会

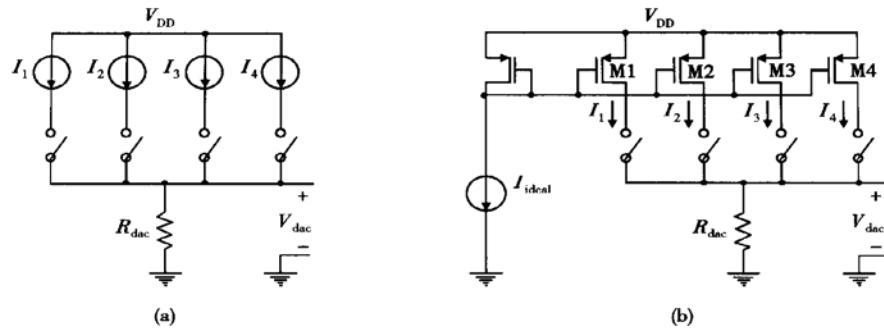


图 1 2bit 电流树型数模转换器 (a) 理想电流源 DAC; (b) 简单的镜像电流源 DAC

Fig. 1 2bit DAC constructed

机噪声, Pelgrom^[1]指出可通过增大晶体管有源区面积来减小随机噪声, 要获得 1-bit 的改进需要增加近 4 倍的有源区面积。虽然此方法能够衰减随机噪声, 但是晶体管面积的增加必然使电流转换矩阵中相邻晶体管之间的距离增大。此时, 由制造工艺引起的相对误差就变得很严重, 这就造成了转化矩阵中的梯度误差。即便可以将一维的电流转化矩阵变成二维, 或者采用其它压缩距离的布阵方法, 相邻晶体管之间的误差仍然很大。而改进的开关顺序选取则可以补偿梯度误差。

对图 1(b) 中所示的 DAC, 只有各支路中晶体管尺寸完全匹配时, 才有 $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_{\text{ideal}}$, 但实际上由于存在工艺失配, 各支路电流存在一定的偏差, 而且这种偏差是随着距离的增大而增大。对于有 N 个电流源模块的转化矩阵, 设第 n 个模块的电流为 I_n ($1 \leq n \leq N$), 可表示为:

$$I_n = I_{\text{ideal}} + \epsilon_n \quad (1)$$

其中 ϵ_n 为第 n 个模块相对于理想电流源的偏差。

数字输入信号为 n 时, 输出的模拟信号为 V_n , 由失配引起的非线性误差为 INL_n 。由于数字输入信号为 0 时, 所有的开关均打开, 误差为 0, 所以我们只考虑数字输入信号 $1 \leq n \leq N$, 有:

$$V_n = (nI_{\text{ideal}} + \sum_{i=1}^n \epsilon_i) R_{\text{dac}} = nI_{\text{ideal}}R_{\text{dac}} + \sum_{i=1}^n \epsilon_i R_{\text{dac}} \quad 1 \leq n \leq N \quad (2)$$

$$\text{INL}_n = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \quad 1 \leq n \leq N \quad (3)$$

对于数字输入信号 n , 对应的输出模拟信号为选取 n 个电流源模块后, 所得总电流与电阻 R_{dac} 之积; 相对误差 INL_n 也为这 n 个电流源模块的误差总和。由此可以得出: 不同的开关选取顺序选取的模块

不同, 对应的误差总和也不同。好的开关序列选取方法就是设计出能够减小 INL_n ($1 \leq n \leq N$) 幅值的开关选取顺序。

3 转化矩阵中梯度误差引起的误差的数学模型

如上所述, 转化矩阵面积的增加引起了梯度误差。本节介绍由梯度误差造成的转化矩阵中模块的误差分布的数学模型。

以电流转化矩阵中心为原点建立直角坐标系, 可以将转化矩阵的梯度误差近似看成是围绕矩阵中心展开的泰勒级数^[3], 其中 $\epsilon(x, y)$ 为坐标系中 (x, y) 处电流源的相对误差, 如下所示:

$$\epsilon(x, y) = a_0 + a_{11}x + a_{12}y + a_{21}x^2 + a_{22}y^2 + a_{23}xy + \dots \quad (4)$$

其中线性(一阶)误差 $\epsilon_1(x, y)$ 和二次(二阶)误差 $\epsilon_2(x, y)$ 对系统的影响比较大, 这两种误差可以分别表示为:

$$\epsilon_1(x, y) = e_{\max}[x \cos \phi + y \sin \phi] \quad (5)$$

$$\epsilon_2(x, y) = e_{\max}(x^2 + y^2) - b_0 \quad (6)$$

其中 ϕ 对应矩阵的梯度角, 范围在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 任意变化。梯度角 e_{\max} 和 b_0 都是与制作工艺有关的参数。晶片的掺杂浓度和氧化层厚度会造成矩阵的线性误差^[4, 5], 而温度梯度误差和硅片应力则会造成二次误差^[6]。

4 新的开关序列选取方法及比较

本文着重分析了在一维电流转化矩阵中, 能补

偿梯度误差的开关序列选取方法,采用文献[2]介绍的类似的方法,可以方便地扩展到二维的情况。一维电流矩阵中梯度误差的线性模型实际上就是对二维情况下的截面投影。两种误差中,我们着重考虑能够对一阶的线性误差进行补偿的开关序列。

假设一个线性一维的电流矩阵,共有 $2L$ 个模块,每个模块对应的一阶线性误差分布模型为:

$$\epsilon_{-L}, \epsilon_{-(L-1)}, \epsilon_{-(L-2)}, \dots, \epsilon_{-2}, \epsilon_{-1}, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{L-1}, \epsilon_L \quad (7)$$

对固定连线的 DAC 来说,不同的选取序列对

$$\epsilon_{L/2}, \epsilon_{-L}, \epsilon_L, \epsilon_{-L/2}, \epsilon_{L/2-1}, \epsilon_{-(L-1)}, \epsilon_{(L-1)}, \epsilon_{-(L/2-1)}, \dots, \epsilon_1, \epsilon_{-(L/2+1)}, \epsilon_{(L/2+1)}, \epsilon_{-1} \quad (8)$$

即选取的第一个电流模块总是误差为 $\epsilon_{L/2}$ 的单位电流模块,选取的第二个电流模块总是误差为 ϵ_{-L} 的单位电流模块,以此类推,即得 $\epsilon_1 = \epsilon_{L/2}, \epsilon_2 = \epsilon_{-L}, \epsilon_3 = \epsilon_L, \epsilon_4 = \epsilon_{-L/2}, \dots, \epsilon_{N-3} = \epsilon_1, \epsilon_{N-2} = \epsilon_{-(L/2+1)}, \epsilon_{N-1} = \epsilon_{(L/2+1)}, \epsilon_N = \epsilon_{-1}$,其中 $N = 2L$ 。这一误差模型造成的 INL_n 波动幅值也是由(3)式来决定。

文献[2]指出,SG 选取序列和其他序列相比,可以使 INL_n 的幅值波动最小。但是,它只考虑了转化满幅值模拟信号的情况,即输入的数字信号是从 0~N 都出现的情况,而对于小幅值的信号,即只有部分数字信号出现的情况未作分析。假设 $L = 8$,输入一正弦波的数字信号,如图 2 所示,随着所转化的信号幅度的减小,输入的数字信号值按一定规律变化:当信号幅值为 0dB(即满幅值输出),输入的数字信号值在 0~16 间出现的概率几乎一样(各点出现概率的最大差距不超过 5%);但是随着转化信号幅值减小,几乎每减小 1LSB,就有首尾两个数字信号不再出现,同时剩余的数字信号仍旧保持着近似均匀分布的概率出现,如当信号减小到-6dB 时,数字信号值仅在 4~12 间近似均匀分布的出现(各点出现概率的最大差距不超过 8%);当信号幅值减小到-0.5~0.5LSB 时,就只有数字信号值 8 还能出现。

$$\epsilon_{-L/2}, \epsilon_{-(L/2-1)}, \epsilon_{-(L/2-2)}, \dots, \epsilon_{-2}, \epsilon_{-1}, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{(L/2-2)}, \epsilon_{(L/2-1)}, \epsilon_{L/2} \quad (9)$$

$$\epsilon_{-L}, \epsilon_{-(L-1)}, \epsilon_{-(L-2)}, \dots, \epsilon_{-(L/2+2)}, \epsilon_{-(L/2+1)}, \epsilon_{(L/2+1)}, \epsilon_{(L/2+2)}, \dots, \epsilon_{L-2}, \epsilon_{L-1}, \epsilon_L \quad (10)$$

将这两部分视为两个独立的由 L 个模块组成的一维矩阵,分别按照 SG 算法进行选取的排列,然后再将排列好的部分合并成由 $2L$ 个模块组成的一维矩阵。新的序列选取方法和文献[2]的 SG 序列选取方法最大的差别在于:后者是同时对一维矩阵所

应了不同的误差分布模型。若采用顺序选取序列,模块编号后其误差分布等效模型为^[7]:在译码时选取的第一个电流模块总是误差为 ϵ_{-L} 的单位电流模块,选取的第二个电流模块总是误差为 $\epsilon_{-(L-1)}$ 的单位电流模块,最终使得 $\epsilon_1 = \epsilon_{-L}, \epsilon_2 = \epsilon_{-(L-1)}, \dots, \epsilon_{N-1} = \epsilon_{L-1}, \epsilon_N = \epsilon_L$,其中 $N = 2L$ 。这一误差模型造成的 INL_n 波动幅值由(3)式来决定。

文献[2]中提到的 SG (sort and group) 选取算法,模块编号后其误差分布等效模型为:

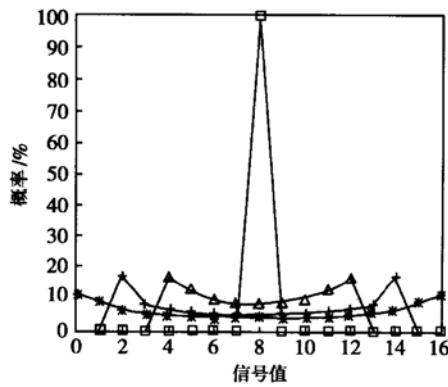


图 2 不同输入条件下译码的分布情况 * , + , △, □ 分别为转化信号幅值 0dB, -3dB, -6dB 和 -20dB 数字码值的分布规律

Fig. 2 Distribution of decoder under different inputs

基于数字输入信号值的这一变化规律,我们提出了新的序列选取方法,目的在于通过改变选取模块的开关顺序,在只稍微增大转化满幅值信号的 INL 的波动幅值的前提下,使得在小信号幅值转化时,能够大幅度减小 INL 的幅值波动范围,即减小噪声能量,从而提高输出信号的 SNR。对于(7)式所示的线性一维电流矩阵模型,我们先把其拆分为两个独立的部分,对应的误差分布模型分别为:

有的模块进行序列地编号;前者则是先对一维矩阵中间一部分误差相对比较小的模块进行序列的编号,然后对两头剩下的相对误差较大的模块进行序列的标号,最后将两部分的编号合编起来。

表 1 为在 $L = 8$ 时,新的序列选取方法和 SG 序

列选取方法的对比示例。新的序列选取方法就是先对中间 5~12 的 8 个模块进行编号(编号为:2, 6, 4, 8, 5, 1, 7, 3), 再对 1, 2, 3, 4, 13, 14, 15, 16 这两边剩余的模块编号(编号同样为:2, 6, 4, 8, 5, 1, 7, 3)。图 3 为译码过程中选用两种不同选取方法造成的 INL 幅值波动示意图, 可以看出, 译码值在 5~12 区间

内, 即转化的信号幅值小于-6dB 时, 新的序列选取方法比 SG 序列选取方法能够更好地抑制 INL 的幅值波动范围。从图 3 可看出, 在这一范围内前者 INL 波动幅值范围为 -0.2%~0.2%, 只有后者 (-0.4%~0.4%) 的 1/2。当然, 在转化的信号幅度大于-6dB 时, 前者的 INL 波动幅值略大于后者。

表 1 新的序列选取方法示例($L=8$)Table 1 Comparison of new sequence and SG sequence($L=8$)

		-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
		2	6+8	4	8+8	2+4	6+4	4+4	8+4	5+4	1+4	7+4	3+4	5+8	1	7+8	3
新的选取顺序																	
顺序选择		2	6	10	14	4	8	12	16	13	9	5	1	15	11	7	3
SG 选取顺序																	
		0.6	-0.2	0.6	0	0.2	-0.2	0.2	0	0.1	-0.2	0.1	0	0.5	-0.2	0.5	0
噪声分析/%		0.4	-0.4	0.4	0	0.3	-0.4	0.3	0	0.2	-0.4	0.2	0	0.1	-0.4	0.1	0
SG 选取顺序																	

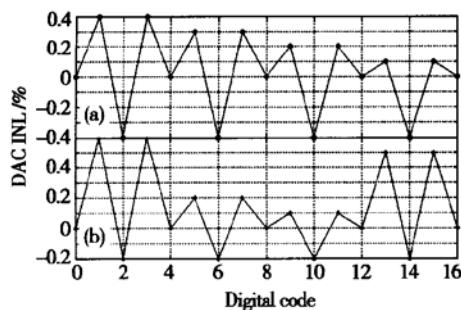


图 3 译码过程中两种选取方法对应的 INL 波动幅值
(a), (b) 分别为 SG 选取顺序和新的选取顺序补偿后的
INL 波动幅值曲线

Fig. 3 Varieties of INL in decoding of two sequences

我们将两种序列选取方法对噪声抑制性能进行比较。选取一正弦模拟信号, 经过量化后的 4bit 的数字信号作为 DAC 的输入信号, 比较两种选取顺序, 由一维线性误差造成的 DAC 的非线性噪声能量随正弦信号的幅值变化的曲线如图 4 所示。可以发现, 在转化信号幅度小于-5dB 时, 新序列补偿非线性噪声能量的效果明显优于 SG 序列补偿的效果; 而在转化信号幅度大于-5dB 时, 新序列补偿后的非线性噪声能量只比 SG 序列的噪声能量略大。与在转化小信号时噪声得到的衰减相比, 大信号时

性能的牺牲是值得的。

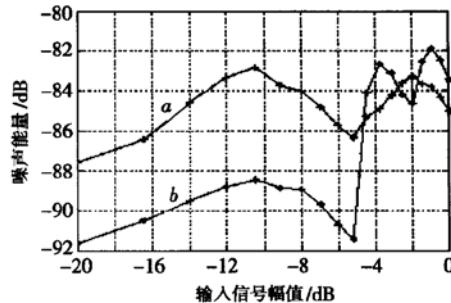


图 4 两种选取方法, 噪声能量和输入信号幅值对比曲线
a 为 SG 选取顺序对比曲线; b 为新的选取顺序对比曲线

Fig. 4 Noise performance of two sequences

对于模块数不同的一维矩阵, 如何优先选取中间几个模块进行编号可以根据具体情况而定, 比如即使同是 16 个模块的矩阵, 我们既可以先对中间的 8 个, 也可以先对中间 6 个或者 10 个相对误差较小的模块进行编号, 出于能够继续使用文献[2]中提出的 SG 选取顺序的考虑, 我们选取中间的 8 个模块进行编号。通过这样的两步编号甚至多步编号(也就是把整个一维矩阵分成多个部分, 分别进行编号), 寻找出适合具体情况, 对梯度误差更好地进行补偿的开关顺序。

和文献[2]的 SG 选取顺序一样,新的选取顺序也能应用在二维矩阵中.文献[2]中转化方式将矩阵分成数个 4×4 区域,对于一个6比特 8×8 的二维矩阵,共有 2×2 个这样的区域,区域内和区域间的排列顺序如图5(a)所示,如果对于一个8比特 16×16 的二维矩阵,则会有 4×4 个这样的区域,区域内排列顺序和区域间的排列顺序是一致的.新的排列顺序如图5(b)所示(以 8×8 的二维矩阵为例),将64个模块分成13个区域,其中非线性误差最小的是区域7中的模块,其次是区域3,5,11,9,4,6,10,8中的模块,误差最大的是区域1,2,12,13中的模块.区域中模块的排序沿用 SG 排序法,区域7为 4×4 个模块,内部排序方法直接套用 SG 排序法,区域1,2,3,4,5,6的排序方法如图5(c)所示.由于具有对称性,区域8,9,10,11,12,13的排序原则也一样.新的排序将二维矩阵划分得更细,确保了在转化信号减小时能够大幅度降低非线性噪声的能量和幅值.

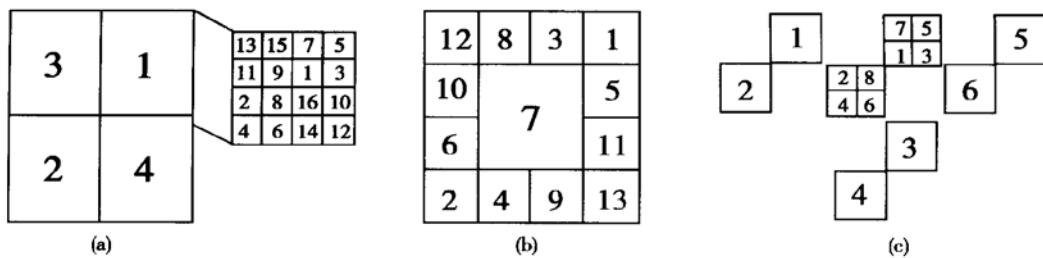


图 5 对二维矩阵两种不同的排序方法

Fig. 5 Two different sequences for 2-D space

由(5)式可知,影响矩阵梯度误差的梯度角 ϕ 是随机的,因此我们取 $\phi\in[0^\circ, 360^\circ]$ 观察两种排序方法补偿梯度误差的效果.图6为两种排序方法对应的梯度误差的幅值波动范围.图6(a)为两种排序方法补偿后非线性噪声的最大幅值波动范围,上图输入信号为0dB,下图输入信号为-3dB.由图可见,转化大信号(0dB)时,新的选取顺序和SG选取顺序补偿后噪声的最大波动幅度是一样的;转化小信号(-3dB)时,原有的SG选取顺序使得噪声最大波动范围保持不变,而新的选取顺序则可以大大降低非

线性噪声的最大幅值,补偿效果明显比SG算法好,但随着 ϕ 值的不同,改进的效果也不一样,由于 ϕ 变化情况具有一定的对称性,因此我们分别取 ϕ 为 0° 和 45° 时,观察随着输入信号的减弱,两种不同选取顺序补偿噪声能量的效果.如图6(b)所示.上图 ϕ 为 0° ,下图 ϕ 为 0° 和 45° .可见在 ϕ 为 45° ,输入信号降到-3dB时,新的选取顺序能取得降低1.3dB左右的改进效果.但不管 ϕ 值为多少,随着输入信号的减小,新的选取顺序的补偿效果比SG选取顺序的补偿效果明显有改进.

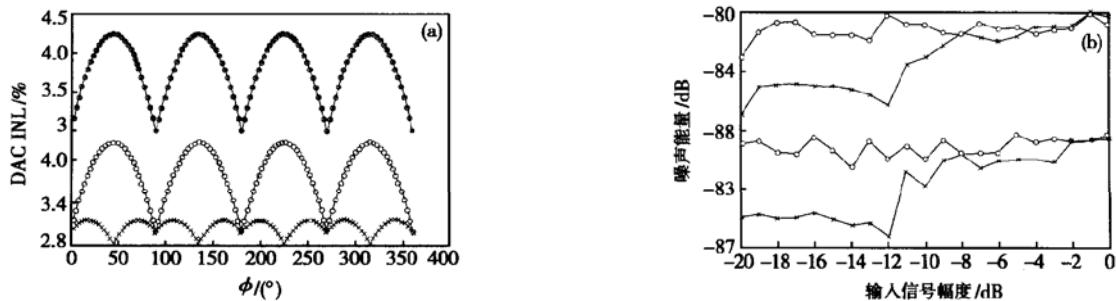


图 6 两种不同的排序方法对非线性噪声补偿的效果 × 为新的选取顺序分析曲线, ○ 为 SG 选取顺序分析曲线

Fig. 6 Different performances of two sequences

5 结论

本文提出了一种新的开关序列选取方法,由于这种选取方法是对矩阵中一部分相对误差比较小的模块先进行优化选取,所以它不但能够优化 DAC 中由梯度误差造成的 INL 波动的幅度,而且使得在小幅值信号转化时,非线性噪声能量大幅度降低,输出信号的 SNR 得到了很好的提高.

参考文献

- [1] Pelgrom M, Duinmaijer A, Welbers A. Matching properties of MOS transistors. IEEE Solid-State Circuits, 1989, 24: 1433
- [2] Cong Yonghua, Geiger R L. Switching sequence optimization for gradient error compensation in thermometer-de coded DAC arrays. IEEE Trans Circuits and Systems-II, 2000, 47: 585
- [3] Van der P G, Vandebussche J, Sansen W, et al. A 14-bit intrinsic accuracy Q random walk CMOS DAC. IEEE Solid-State Circuits, 1999, 34: 1708
- [4] Radke R E, Fiez T S. A 14-bit current-mode s-d DAC based upon rotated data weighted averaging. IEEE Solid-State Circuits, 2000, 35: 1074
- [5] Bastos J, Marques A, Steyaert M, et al. A 12-bit intrinsic accuracy high-speed CMOS DAC. IEEE Solid-State Circuits, 1998, 33: 1959
- [6] Nakamura Y, Miki T, Maeda A, et al. A 10-bit 70 MS/s CMOS D/A converter. IEEE Solid-State Circuits, 1991, 26: 637
- [7] Bastos J, Steyaert M, Pergoet A, et al. Influence of die attachment on MOS transistor matching. IEEE Trans Semiconduct Manufact, 1997, 10: 209

New Switching Sequence for Gradient Error Compensation in Thermometer-Decoded DAC Arrays

Wang Xiaofeng, Yang Ke, Ling Xiting and Hu Bo

(Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Switching schemes for gradient error compensation in unary (thermometer-decoded) arrays of digital-to-analog converters (DAC's) are discussed. A new optimizing switching sequence is presented, which can compensate the gradient error of DAC's converting arrays. With the new method, it can not only get the optimized bound of integral nonlinearity (INL) causing by DAC's gradient error, but also substantially reduce the nonlinear noise energy during the small signal converting so as to improve the signal-to-noise ratio (SNR) of the output signal.

Key words: digital-to-analog converter; gradient error; switching sequences; thermometer decoding

EEACC: 1290B

Article ID: 0253-4177(2004)01-0093-06

Wang Xiaofeng male, was born in 1978, MS degree. His major is $\Sigma-\Delta$ D/A convert research.

Yang Ke male, was born in 1979, MS degree. He is majoring in analog circuits design.

Received 23 January 2003, revised manuscript received 14 April 2003

©2004 The Chinese Institute of Electronics