

VLSI 三维寄生电容提取的层次式 h-自适应计算^{*}

陆涛涛¹ 王光辉¹ 侯劲松² 王泽毅¹

(1 清华大学计算机科学与技术系, 北京 100084)

(2 中国华大集成电路设计中心, 北京 100015)

摘要: 在基于直接边界元素法的层次式 h-自适应计算中, 改进了层次式边界元的自动加密方法, 提高了计算可靠性。同时, 将基于超收敛恢复技术的误差指示器实现于在常数元基础上叠加层次锥函数的寄生电容自适应计算, 提出一种在不同阶次边界元上使用恢复技术的方法。与同类软件相比, 计算稳定, 收敛速度较快。

关键词: 自适应计算; 边界元加密; 恢复技术; 误差指示器; 寄生电容

EEACC: 2570

中图分类号: TN47

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2002)05-0543-07

1 引言

随着深亚微米工艺及多层布线技术的广泛应用, 电路集成密度急剧增加, 极大地改变了过去关于线路延迟与功耗主要来源于晶体管的观念^[1]。目前国际上普遍采用 0.18~0.25μm 工艺, 互连延迟对总延迟的影响已居主导地位。随着线宽的继续减小, 互连寄生器件对电路性能的影响将愈加显著, 对互连效应的分析也越来越重要。当前, 互连寄生电容分析对保证开关速度具有关键的意义。

近年来, 边界元素法^[2~4]成功用于求解描述寄生电容的拉普拉斯方程, 显示出精度高、变量数目少及处理复杂边界能力强等优点。它的计算精度主要依赖于边界元划分、元内形函数的阶次、数值积分及代数方程组的求解精度等, 其中, 边界元划分及元内形函数阶次对精度的影响具有决定意义。h-自适应是在保持元内形函数阶次不变的条件下, 通过局部加密网格以达到改善全局计算精度的方法^[5]; 而 p-自适应是在划分不变的条件下, 通过局部提高元内形函数阶次以改善全局精度的方法^[6]; hp-自适应是

它们的结合^[7,8]。文献[9]运用付氏级数展开的思想, 在有限元自适应分析中引入层次形函数的概念, 使计算过程中前一步的结果及部分数据能为后续分析使用, 提高了自适应计算效率。

当前, 从实际版图截取下来的 3-D 互连寄生电容一般含有 5~6 层不同介质, 几十、几百以至几千块金属导体, 结构十分复杂, 需要借助自适应计算等数学手段以提高计算精度。

1997 年, 文献[10]报道了一种在边界元模拟中采用剩余型误差指示器, 并结合多极加速计算的 hp-自适应电容提取算法。由于未采用层次形函数, 它在逐次精细化的每一自适应迭代步中必须重新形成线性方程组并求解, 加上剩余型误差指示器较大的计算量, 严重影响其计算效率。1998 年, 文献[11]提出一种在常数元而不是连续线性元基础上构造层次形函数的方法, 避免了连续元划分及处理棱、角处法向电场不连续等困难。同时, 它提出了一种简化的 Z-Z 误差估计方法, 具有较高计算效率。但应指出, 文献[11]存在两点不足, 即来自边界元加密方法及误差指示器的局限性, 导致有时出现较大的计算误差。

* 国家自然科学基金(No. 69876024) 及美国 Synopsys 公司资助项目

陆涛涛 男, 1977 年出生, 博士研究生, 主要从事 VLSI 参数提取算法研究。

王光辉 男, 1962 年出生, 博士后, 主要从事参数提取中的数值计算方法研究。

王泽毅 男, 1940 年出生, 教授, 博士生导师, 主要从事 VLSI 中的串并行数值方法研究, 包括电路分析、器件模拟及寄生参数提取。

为此,本文作了两项工作.一是引入超收敛恢复技术作为误差估计方法,使恢复技术实现于以常数元为基础叠加线性锥函数的层次形函数^[11]自适应计算,大大提高了误差指示器的可靠性.二是改进了层次式边界元加密方法,从而使边界元的加密更加合理.本文第2节介绍层次式边界元加密的改进方法,第3节讨论超收敛恢复技术作为误差估计方法在以常数元为基础叠加线性锥函数的层次自适应计算中的实现.第4节给出对一些实际例子的计算结果与分析.

2 改进的层次式边界元加密

层次自适应计算采用层次形函数,通过层次式组织边界元,形成方程组的系数^[11].层次式边界元可采用四叉树的存储结构.在层与层之间边界元具有继承关系,同一层边界元通过链表组织.

在文献[11]的加密方法中,每次仅仅在同属一个父节点的 2×2 共四个子单元之间作判断,往往出现误判.同时,文献[11]的加密方式还存在一个较大缺陷,即仅经过细分的元才允许再次被细分,从而使某些元虽然误差较大,但无法得到进一步加密.文献[12]给出了一个自适应计算实例的计算过程.其中,单元2在第一次细分时被加密,在第二次细分时它的误差相对较小,未加密,但是在第三次细分时它的误差最大,应再被加密.而若采用文献[11]的方法,则单元2在第二次自适应计算后不会再被加密,其计算误差也不会减小.如果该单元对总体的计算影响较大,将导致总体计算误差不再减小,从而使加密方法失去有效性.

因此,根据自适应计算的特点和单元误差所表现出的特性^[12],加密时应该考虑所有单元之间的关系,而且,所有单元在满足加密条件时都应被加密.为此,需改进单元的加密方法.

在层次式边界元的四叉树存储结构中,边界元存储位置的深度对应其所属层次.文献[11]的加密方法中,第n次加密只判断深度为n的单元,产生深度为n+1的单元.而在改进的层次式边界元加密方法下,对深度为1~n的所有叶子单元都做判断.叶子单元不论深度多少,只要满足加密条件都将被细分,生成新的叶子单元,并存储于相应的数据结构,更新四叉树.

边界元的加密方法改进后,自适应计算的每一迭代步都对所有边界元做误差估计,对误差大的元

加密,从而使总体计算误差逐次降低.

同时,由于方程组系数的组织与层次式边界元相对应,需相应改进方程组系数的形成方法.方程组系数组织采用分块稀疏矩阵存储.不同层次的边界元所形成的系数分别存储于相应的矩阵块,如图1所示.在文献[11]的加密方法中,第n次加密只产生第n+1层单元,因此仅仅增加第n+1层单元所对应的系数,如图1中■所示为第一次加密后增加的系数.在改进的加密方法下,单元不论第几次加密,加密后产生的新边界元所形成的系数必须和它的层次相对应.如图2中■所示为第二次加密时产生的属于第二层次的新增加边界元形成的系数,它们应补加于相应的矩阵块中.对所有新加密的单元,根据其所属层次,将形成的系数重新存储于相应的矩阵块中.

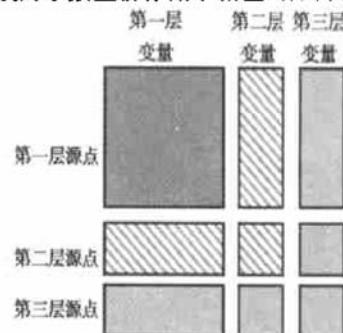


图1 文献[11]中层次式单元所形成系数阵的结构

Fig. 1 Structure of the coefficient matrix in Ref. [11]

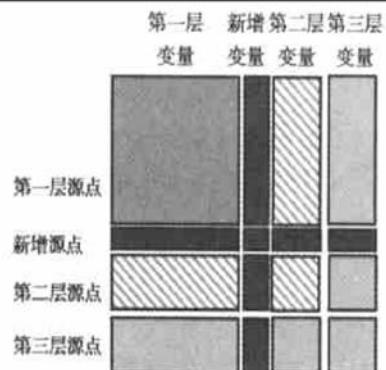


图2 边界元加密方法改进后系数阵的结构

Fig. 2 Structure of the coefficient matrix after the improvement

3 超收敛恢复技术误差指示器的实现

在h-自适应计算中,边界元的加密策略最具关键意义.边界元的加密与否需由误差指示器确定.常

用的误差指示器有剩余型^[13, 14]和插值型^[15~17]两类。剩余型误差指示器比较准确可靠, 但计算量很大。插值型误差估计一般利用样本值的高次拟合或插值做后验估计, 计算量较小, 但精度较低。

文献[11]采用剩余型和简化 Z-Z 相结合的方法作为误差估计器。但简化 Z-Z 误差估计方法限制了边界元的加密方法。本节引入一种以超收敛恢复技术为基础的插值型误差估计器以代替简化 Z-Z, 将其应用于边界元层次 h-自适应寄生电容计算, 提高了误差指示器的可靠性, 同时仍具较快的计算速度。

3.1 恢复技术做误差估计

近十年, 利用恢复技术做自适应计算的后验误差估计在连续介质力学数值计算中得到了较好应用^[15~19]。本文将恢复技术应用于三维电容提取的自适应计算中, 其原理简述如下。

记直接边界元素法求解 Laplace 方程所得数值解为 x_h , 则计算误差可表示为:

$$\|e\| = \|x - x_h\| \quad (1)$$

其中 x 表示准确解, 准确解一般为未知。利用超收敛恢复技术^[17]可得到比 x_h 精度更高的恢复解 x_h^* , 其误差为:

$$\|e^*\| = \|x - x_h^*\|$$

如果迭代过程收敛, 则 e 和 e^* 有:

$$\|e\| = O(h^p), \|e^*\| = O(h^{p+\alpha})$$

其中 $p > 0, \alpha > 0, h$ 为边界元最大直径。那么, (1) 式中可用 x_h^* 近似代替准确解 x , 有误差估计式:

$$\|e\| \approx \|x_h^* - x_h\|$$

上式可用作局部和全局误差估计。

恢复技术的关键在于构造恢复解。一般可通过高次拟合或插值等方法求得每个单元节点的恢复值^[15~17], 从而构造离散数值系统的恢复解。

文献[16, 17]提出了用有限元方法求协调单元节点恢复值的方法。所谓协调单元指阶次相同, 边界重合的单元。恢复值可通过最小二乘拟合求得。如图 3 所示的四个双线性协调单元, 可通过这四个单元的高斯点作样本点, 以最小二乘拟合求四单元区域内的二次函数 $Q(x, y)$, 从而求出中间节点恢复值。

若取各单元高斯点作为最小二乘拟合的样本点, 所得到的恢复值具有超收敛性^[16, 17]。一般, 取拟合函数次数比单元的阶次高 1。对常数元选取一个高斯点, 对双线性元选取四个高斯点, 依次类推。

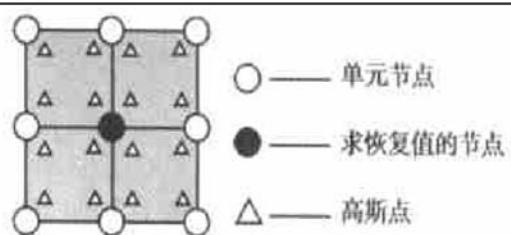


图 3 四个双线性单元公共节点的恢复值

Fig. 3 Recovery value of the node in four bilinear elements

3.2 边界元计算电容的恢复技术

在基于直接边界元计算互连电容的 h-自适应计算中, 文献[11]提出一种以常数元为基础叠加锥函数以构造层次形函数的方法, 如图 4 所示。锥函数由区域 $\Omega_{011}, \Omega_{012}, \Omega_{013}$ 和 Ω_{014} 内的线性函数构成。因此, 在边界元加密之后, 边界上会出现具有不同阶次以及不同大小的相邻边界单元, 称为不协调单元。

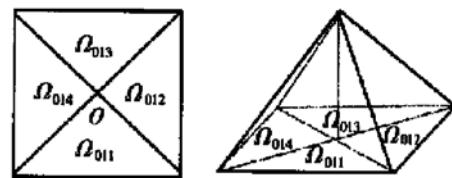


图 4 叠加了常数元的层次锥函数

Fig. 4 Hierarchical cone function added to the constant element

本文即以文献[11]提出的层次形函数为基础, 采用恢复解构造思想^[16, 17], 实现了对三类不同区域恢复解的构造。

3.2.1 常数元组成的区域

在初始划分中, 所有边界元都是常数元。如图 5 所示, 在 2×2 的分片区域上可经最小二乘拟合双线

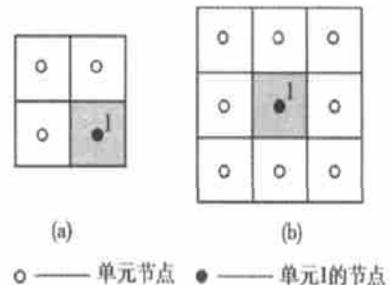


图 5 常数元组成区域的恢复值 (a) 分片区域; (b) 四个分片区域

Fig. 5 Recovery value of the region with constant elements

性函数从而求得单元 1 的一个恢复值。而单元 1 同属于四个 2×2 分片区域, 可将四个恢复值的平均值作为单元 1 的恢复值。

3.2.2 分片线性元组成的区域

常数元经过一次加密之后形成叠加了锥函数作为形函数的分片线性元, 如图 6(a) 所示, 对节点 1, 形函数可表示为:

$$\phi(\zeta, \eta) = \begin{cases} 1 - \zeta & 0 < \zeta < 1, -\zeta < \eta < \zeta \\ 1 - \eta & -\eta < \zeta < \eta, 0 < \eta < 1 \\ 1 + \zeta & -1 < \zeta < 0, \zeta < \eta < -\zeta \\ 1 + \eta & \eta < \zeta < -\eta, -1 < \eta < 0 \end{cases}$$

其中 (ζ, η) 为归一化坐标。

而节点 1 的恢复值可通过将周围四个分片三角形线性区域内的高斯点作为样本点作二次拟合得到, 如图 6(b) 所示。

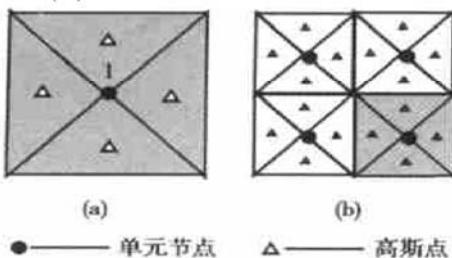


图 6 分片线性元组成区域的恢复值 (a) 单个分片线性元; (b) 四个分片线性元

Fig. 6 Recovery value of the region with linear elements

3.2.3 不协调单元区域

边界元经加密后, 边界上会出现线性元与常数元混合的区域, 如图 7 所示。

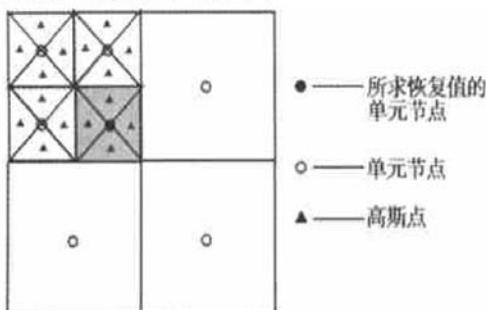


图 7 常数元与线性元混合时的恢复值

Fig. 7 Recovery value with combination of constant and linear elements

假设待求恢复值的节点在线性元内, 其周围有三个常数元, 则拟合函数的次数取周围单元的较高阶

次, 即在线性元内取三角形的高斯点以及常数元的高斯点作为样本点, 并做双线性拟合, 从而得到恢复值。同样, 对常数元也做双线性函数拟合求其恢复值。

对以上三类不同的边界元分布, 可采用不同的样本点及拟合方法构造恢复解。

3.3 局部和全局误差估计

直接边界元素法计算寄生电容, 需处理三种不同性质的边界, 即自然边界、强加边界和介质交界面边界, 并涉及两种不同变量, 即电位 u 及其法向导数 q 。对位于上述三种不同性质边界上的边界元, 可利用前述恢复技术求出每个边界元上的变量 u 和 q 的恢复值 u^* 和 q^* 。

3.3.1 局部误差估计

对边界元 i , 定义误差:

$$\epsilon_{ui} = |u_i^* - u_i|, \quad \epsilon_{qi} = |q_i^* - q_i|$$

如果 $\epsilon_{ui} > \sum_{j=1}^N \epsilon_{uj}/N$, 其中 N 是具有变量 u 的

边界元数目; 或者 $\epsilon_{qi} > \sum_{j=1}^N \epsilon_{qj}/M$, 其中 M 是具有变量 q 的边界元数目, 则边界元 i 需要加密。

3.3.2 全局误差估计

当前寄生电容计算主要关心的是主导体上的主电容。因此, 对主导体各个面恢复值 q^* 的积分即可得到具有较高精度的电容值:

$$C^* = \sum_{\text{主导体所有表面}} \int \epsilon q^* dS$$

如果 $q \in \frac{|C - C^*|}{C^*} < \alpha$, 其中 α 为一给定常数, 则计算结束。

4 数值结果与分析

采用改进的边界元加密方法和误差指示器对来自实际版图的几十个实例做了计算, 并将计算结果与软件 RAPHAEL 做比较。以有限差分法为基础的 RAPHAEL 是由 HP 公司原始开发的, 后由 TMA 及 Avanti 公司推出并进入国际市场的二、三维互连寄生参数提取软件。它以精度高、稳定性好而著称。它在极稠密网格下的计算结果往往被用作计算的标准值。结果表明, 约 80% 例子收敛时的结果误差都在 2% 以下, 计算精度和稳定性较文献[11]有显著提高。

4.1 加密策略改进的效果

含有 6 层介质的电容器 67.bem 与 48.bem, 其导体数分别为 343 和 437. 计算结果如图 8 所示. 计算误差是与软件 RAPHAEL 在极稠密网格下的结果相比所得.

可以看出, 加密策略改进前, 仅在第一次加密之

后计算精度得到改善, 而随后加密未能改善计算精度. 这与第二节对边界元加密方法的分析相一致. 相反, 加密策略改进后, 通过合理的加密方法和误差指示器, 计算误差随着边界元的逐次加密而渐渐减小, 达到自适应计算的目的. 这表明, 本文对加密策略所作改进是行之有效的.

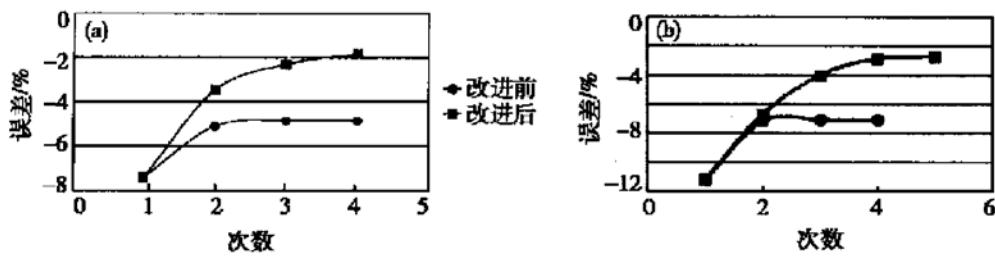


图 8 层次式边界元加密方法改进前后计算结果比较 (a) 67.bem; (b) 48.bem

Fig. 8 Comparison between the improved results and those without improvement in refinement

4.2 恢复技术作误差指示器的结果

含有 5 层介质的两个算例 003.bem 和 49.bem, 其导体数分别为 20 和 383. 采用恢复技术进行误差

估计的自适应计算结果如图 9 所示. 曲线给出了数值解的收敛情况以及超收敛恢复解的收敛情况. 计算误差是与软件 RAPHAEL 在极稠密网格下的计算结果相比所得.

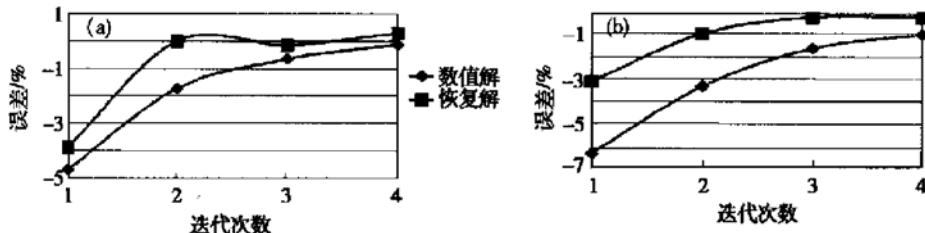


图 9 应用恢复技术进行误差估计的计算结果 (a) 003.bem; (b) 49.bem

Fig. 9 Result of the error estimator using the recovery technology

从结果曲线看出, 利用恢复技术得到的恢复解比数值解更快地接近 RAPHAEL 给出的标准值, 具有比数值解更快的收敛速度. 计算结果也说明, 本文实现于常数元为基础叠加层次线性锥函数所求恢复解具有超收敛性, 基于超收敛恢复技术构造的误差指示器是合理与有效的.

4.3 与国际先进软件的比较

具有自适应计算功能的国际先进软件 AUTOBEM 是由美国 EDA 公司 Coyote 开发. 它提供了一个测试实例 sram, 如图 10 所示. 对此实例, 将

本文的层次 h-自适应计算与 AUTOBEM^[10]的自适应计算作了比较, 结果如图 11 所示.

从图中曲线看出, 本文自适应计算收敛速度远远快于 AUTOBEM. 表现为两个方面, 一是 CPU 时间仅为 AUTOBEM 的六分之一, 其原因主要是 AUTOBEM 未采用层次式计算, 使每次边界元加密之后必须重新形成新的方程组系数, 而层次计算可保留上一迭代步所得系数阵的全部信息, 节约大量运算时间; 二是自适应迭代步数远少于 AUTOBEM, 这表明本文采用的加密策略和误差指示器更为有效.

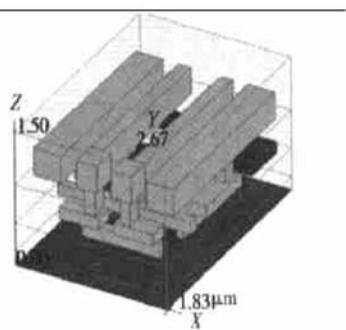


图 10 实例“ram”

Fig. 10 Example of “ram”

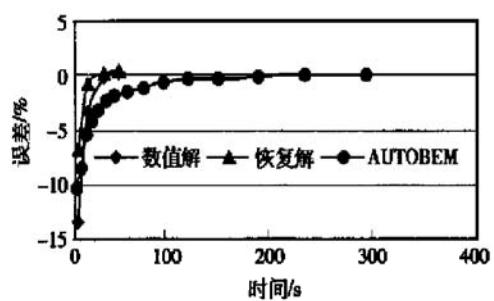


图 11 与国际先进软件“AUTOBEM”的比较

Fig. 11 Comparison with the advanced software
“AUTOBEM”

5 结论

自适应计算中网格的加密技术是影响计算精度的重要因素。本文提出的改进方案实现于直接边界元素法的层次 h-自适应寄生电容计算中，计算结果说明所作改进是有效的。误差估计器是自适应计算的关键技术。本文将超收敛恢复技术的误差指示器应用于寄生电容提取，成功解决了在以常数元为基础叠加线性锥函数的层次自适应计算中构造恢复解的问题，计算结果令人满意。同时，边界元加密方法的改进具有显著效果。随着工艺的发展，寄生电容器的结构将越趋复杂，自适应计算将越来越重要。

参考文献

- [1] Zhu Zhaomin, Xiao Xia, Ruan Gang, et al. A new simulated charges method to calculate interconnect capacitance with two kinds of media. Chinese Journal of Semiconductors, 2001, 22(2): 209(in Chinese)[朱兆冕, 肖夏, 阮刚, 等. 一种新的求解 ULSI 双介质互连电容的模拟电荷法. 半导体学报, 2001, 22(2): 209]
- [2] Wu Qiming, Wang Zeyi. Application of the boundary element method in integrated circuit CAD. Computational Physics, 1992, 9(3): 285(in Chinese)[吴启明, 王泽毅. 边界元素法在集成电路 CAD 中的应用. 计算物理, 1992, 9(3): 285]
- [3] Nabors K, White J. Multipole accelerated capacitance extraction algorithm for 3-D structures with multiple dielectrics. IEEE Trans CAS, 1993, 39(11): 946
- [4] Wang Zeyi, Yuan Yanhong, Wu Qiming. A parallel multipole accelerated 3-D capacitance simulator based on an improved model. IEEE Trans CAD, 1996, 15(12): 1441
- [5] Chanarafai A, Neves A C, Wrobel L C. The h-hierarchical adaptive boundary element method using local reanalysis. Int J Numerical Methods in Engineering, 1995, 38: 2185
- [6] Cerrolaza M. The p-adaptive boundary integral equation method. Advances in Engineering Software, 1992, 15: 262
- [7] Rank Ernst. Adaptive h-, p- and hp-versions for boundary integral element methods. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1989, 28: 1335
- [8] Ye T Q, Zhang Daming, Li S, et al. h- and p-adaptive boundary element methods. Advances in Engineering Software, 1992, 15: 217
- [9] Zienkiewicz O C, De S R Gago J P, Kelly D W. The hierarchical concept in finite element analysis. Computers & Structures, 1983, 16(1/4): 53
- [10] Bächtold M, Emmenegger M, Korvink J G, et al. An error indicator and automatic adaptive meshing for electrostatic boundary element simulations. IEEE Trans CAD, 1997, 16(12): 1439
- [11] Hou Jinsong. Hierarchical h-adaptive boundary element computation of 3-D VLSI parasitic capacitance. PhD dissertation, Tsinghua University, 1998[侯劲松. 超大规模集成电路三维寄生电容的层次 h-自适应边界元算法研究. 清华大学博士学位论文, 1998]
- [12] Zhao Zhiye, Wang Xin. Error estimation and h adaptive boundary elements. Engineering Analysis with Boundary Element, 1999, 23: 793
- [13] Abe K. A new residual and nodal error evaluation in h-adaptive boundary element method. Advances in Engineering Software, 1992, 15: 231
- [14] Crook S H, Smith R N L. Numerical residual calculation and error estimation for boundary element methods. Engineering Analysis with Boundary Elements, 1992, 9: 159
- [15] Zienkiewicz O C, Zhu J Z. A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987, 24: 337
- [16] Zienkiewicz O C, Zhu J Z. The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates, Part 1: the recovery technique. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1992, 33: 1331
- [17] Zienkiewicz O C, Zhu J Z. The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 2: error estimates

- and adaptivity. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1992, 33: 1365
- [18] Zienkiewicz O C, Boroomand B, Zhu J Z. Recovery procedures in error estimation and adaptivity, Part 1: adaptivity in linear problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1999, 176(1): 111
- [19] Boroomand B, Zienkiewicz O C. Recovery procedures in error estimation and adaptivity, Part 2: adaptivity in nonlinear problems of elasto-plasticity behaviour. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1999, 176(1): 127

Hierarchical h-Adaptive Computation in VLSI 3-D Capacitance Extraction*

Lu Taotao¹, Wang Guanghui¹, Hou Jinsong² and Wang Zeyi¹

(1 Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(2 China Integrated Circuit Design Center, Beijing 100015, China)

Abstract: The auto-refinement scheme of the boundary elements in the hierarchical h-adaptive computation is enhanced to improve the reliability. In addition, the superconvergent recovery technology is employed in the 3-D parasitic capacitance adaptive computation where the hierarchical cone functions is added into the constant boundary elements. A method using the recovery technology in the regions with different orders elements is presented. Compared with other similar software, this adaptive computation is faster-speed and more stable.

Key words: adaptive computation; boundary element refinement; recovery technology; error estimator; parasitic capacitance

EEACC: 2570

Article ID: 0253-4177(2002)05-0543-07

* Project supported by National Natural Science Foundation of China(No. 69876024), Synopsys Corporation in USA.

Lu Taotao male, was born in 1977, PhD candidate. His main research interests are the parasitic interconnect parameter extraction in VLSI CAD.

Wang Guanghui male, was born in 1962, postdoctoral fellow. His main research interests are the research of the numerical methods in VLSI CAD.

Wang Zeyi male, was born in 1940, professor. His main research interests are the applications and research of numerical computations in the areas such as circuit analysis, device simulation and parasitic interconnect parameter extraction in VLSI CAD.