

磁场调制下的双电子量子点 qubit^{*}

陈早生^{1,2} 孙连亮² 李树深²

(1 华东交通大学物理系, 南昌 330013)

(2 中国科学院半导体研究所 半导体超晶格国家重点实验室, 北京 100083)

摘要: 研究了磁场中二维有限深抛物形量子点中双电子在总自旋分别为 $S=0$ 或 $S=1$ 时的电子态, 在有效质量近似下, 利用精确的对角化方法计算了系统的能级结构. 发现系统的基态总自旋 S 可以通过改变磁场的大小进行调制, 由此可以设计利用 $S=0$ 和 $S=1$ 两个自旋态组成一个量子比特.

关键词: 量子点; 磁场; 能级; 量子比特

PACC: 7320D; 4110D; 7125J

中图分类号: O471.1

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2004)07-0790-04

1 引言

近些年来, 人们提出了很多量子算法, 例如: Shor 提出的分解大数质因子算法^[1], Grover 提出的数据库搜索的迭代算法^[2,3]等, 它们在解决某类问题时比已知的经典算法更为有效, 而这些量子算法只能在量子计算机(quantum computer, QC)上执行, 这大大激起了人们对量子计算机的向往和研究兴趣.

量子计算机是按照量子力学原理进行工作的计算机. 目前, 人们提出了很多实现量子计算的方案, 这些方案主要有离子阱 QC^[4]、核磁共振 QC^[5,6]、腔量子电动力学 QC^[7]、量子点 QC^[8,9]、超导量子干涉 QC^[10,11]等. 在已经提出的方案中, 量子点方案和超导约瑟夫森结方案^[12]比其他方案更适合集成化和小型化, 更易于实现量子比特(quantum bit, qubit)位数的大规模化, 更有潜力制造出真正实用的 QC.

作为量子点方案的主体器件, 半导体量子点(quantum dot, QD)是一种人造微结构. 量子点中的

电子在三个方向上受到强约束, 使其和自然原子很相似, 因此人们又将量子点称为“人造原子”^[13~15]. 而其维度、约束势的形状、能级结构和被约束电子的数目的可控性又使量子点迥异于一般的原子. 因此, 可以利用人工控制其系统参量的量子点来构造 qubit, 从而实现固态量子计算的方案引起了人们的广泛关注. Loss 等人研究了利用耦合单量子点的自旋态^[9,16]实现 QC 的方案. Harju^[17]等人研究了磁场下双电子量子点分子(即耦合的两个单电子量子点)的总自旋随磁场强度和量子点间距离变化的位相图, 从物理上证明了这种双电子量子点分子有可能被用来实现一个量子计算的基本单元 qubit.

本文研究了在磁场调制下的双电子二维量子点的能级结构, 计算了系统的三重态和单态能级之间的劈裂随磁场强度的变化. 本文第一次考虑了双电子二维量子点中的电子受到的约束势是和实际情况更接近的有限深抛物势, 在有效质量近似下, 利用精确的对角化方法进行计算, 发现可以通过改变磁场的大小调制系统的基态总自旋 S , 由此可以设计利用 $S=0$ 和 $S=1$ 两个自旋态组成一个磁场调制下的双电子量子点 qubit.

* 国家自然科学基金(批准号: 10174076)和国家重点基础研究专项经费(批准号: G2001CB309500)资助项目

陈早生 男, 副教授, 目前从事固态量子信息教学与研究.

孙连亮 男, 博士研究生, 目前从事低维半导体光电性能预测研究.

李树深 男, 研究员, 博士生导师, 目前从事固态量子信息和低维半导体光电性能预测研究.

2003-07-19 收到, 2003-11-06 定稿

©2004 中国电子学会

2 理论模型

考虑一个双电子二维量子点, 电子被限制在 $x-y$ 平面上运动, 在垂直于电子运动的平面的 z 方向上外加一个磁场, 两个电子受有限深抛物形势阱的约束, 系统的哈密顿量为

$$H = \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{2m^*} (\mathbf{P}_i + \frac{e}{c} \mathbf{A})^2 + V(\mathbf{r}_i) \right] + \frac{e^2}{\kappa |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \quad (1)$$

式中 m^* 为电子的有效质量; κ 是有效介电常数。针对本文研究的问题, 塞曼项不引入新的物理结果, 已经略去。 \mathbf{A} 是磁场矢势(沿 z 轴), 在库仑规范下取为

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} B (-y, x, 0) \quad (2)$$

$V(\mathbf{r}_i)$ 是单电子的约束势,

$$V(\mathbf{r}_i) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 r_i^2 + \Delta V_i$$

$$\Delta V_i = \begin{cases} 0, & r \leq a \\ \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 (a^2 - r_i^2) = V_0 - \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 r_i^2, & r > a \end{cases} \quad (3)$$

当系统的总自旋为 S 时, 系统的总波函数(空间部分)的零级近似波函数可以表示为

$$\Psi_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{i \leq j} \alpha_{ij} \{ \Psi(\mathbf{r}_1) \Psi_j(\mathbf{r}_2) + (-1)^S \Psi(\mathbf{r}_2) \Psi_j(\mathbf{r}_1) \} \quad (4)$$

其中 $\Psi(\mathbf{r})$ 是磁场中单电子波函数。当 $S=0$ 时, 系统的总波函数是对称的; 当 $S=1$ 时, 系统的总波函数是反对称的。系统的总能量 E 可以由下式确定

$$\det | H_{ij, ij'} - E \delta_{ij, ij'} | = 0 \quad (5)$$

其中矩阵元 $H_{ij, ij'}$ 由下式计算

$$\langle \Psi(\mathbf{r}_n) \Psi(\mathbf{r}_{n'}) | H | \Psi(\mathbf{r}_m) \Psi(\mathbf{r}_{m'}) \rangle \quad (6)$$

并满足约束条件: $n, n', m, m' = 1, 2$ 且 $n \neq n', m \neq m'$ 。

3 结果和讨论

利用上面的理论模型, 我们考虑量子点中的电子受到的约束势是和实际情况更接近的有限深抛物势, 在有效质量近似下, 利用精确的对角化方法, 研究了磁场中二维有限深抛物形量子点中双电子在其总自旋分别为 $S=0$ 或 $S=1$ 时的电子态, 计算了系

统的能级结构。在计算中, 我们采用 GaAs 的材料参数 $m^*/m_e = 0.067$, $\kappa = 12.7$, 能量和长度单位取为有效 Hartree 单位 Ha* 和有效 Bohr 半径 a^* 。抛物势的强度为 $\hbar\omega = 3.0 \text{ meV}$, 当 $a = 5a^*$ 时, 约束势为有限深的抛物势。

图 1 是有限深抛物势的示意图。图 2 显示了磁场下单电子量子点的能量随磁场的变化。图 3 给出了双电子二维量子点最低的自旋三重态($S=1$)和单态($S=0$)之间能量的差 ΔE 随磁场强度的变化。有限深抛物形双电子二维量子点最低的自旋三重态和单态之间能级劈裂随磁场强度的变化和无限深抛物

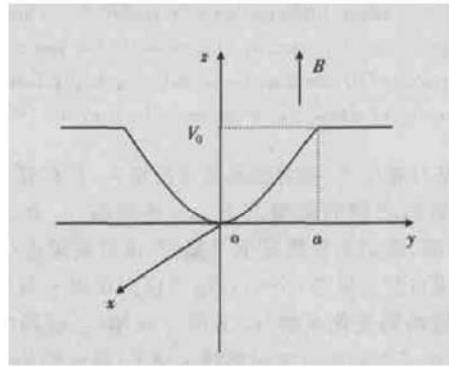


图 1 有限深抛物势的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a finite depth parabolic confinement potential

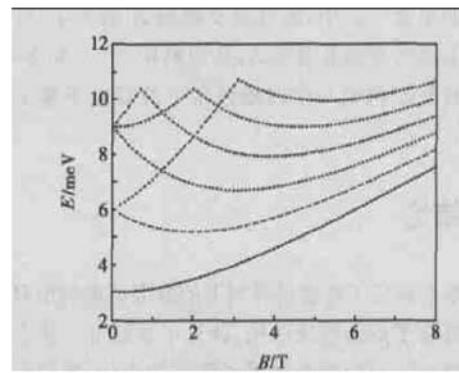


图 2 磁场中最底的 6 个单粒子能级随磁场强度 B 的变化

Fig. 2 Six lowest single particle energies as a function of magnetic field B

形双电子二维量子点相比, 在弱磁场下, 它们的差别不大, 这主要是因为我们计算的是能量最低的基态, 而在强磁场下, 有限深抛物形双电子二维量子点最低的自旋三重态和单态之间没有再一次发生翻转。在弱磁场下, 有限深抛物形双电子二维量子点的

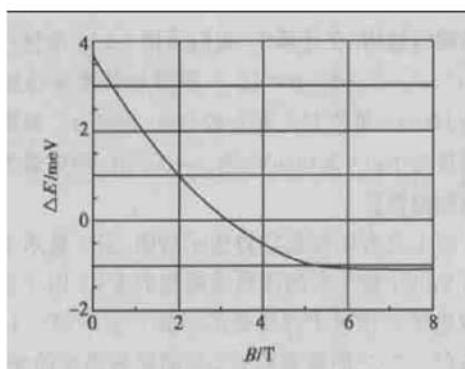


图3 有限深抛物形双电子二维量子点最低的自旋三重态($S=1$)和单态($S=0$)之间能量的差 ΔE 随磁场强度的变化

Fig. 3 Energy difference between triplet ($S=1$) and singlet ($S=0$) states ΔE of a two-electron two-dimensional QD confined by a finite depth parabolic potential as a function of the magnetic field B

基态是自旋单态。随着磁场强度的增大，其自旋三重态和单态之间的能量之差 ΔE 逐渐减小。在 $B=3.2\text{ T}$ 时，基态的自旋发生了翻转，由自旋单态($S=0$)变成自旋三重态($S=1$)。这可以由单电子态的能量随磁场的变化来解释。由图2可知，当磁场增大时，单电子态的能量之间出现了交叉，最低的几个单电子态的能量的差越来越小，最终组成了最低的Landau能级。随着磁场继续增大， ΔE 继续减小，这意味着基态的自旋保持在三重态。因此，在有限深抛物势的单量子点中，通过改变磁场 B 的大小，可以调制系统的基态总自旋 S ，从而利用 $S=0$ 和 $S=1$ 两个自旋态组成一个磁场调制下的双电子量子点qubit。

4 结论

本文研究了在磁场调制下的有限深抛物形双电子二维量子点的能级结构，计算了系统的三重态和单态能级之间的劈裂随磁场强度的变化。我们发现可以通过改变磁场的大小调制系统的基态总自旋 S ，证明可以利用 $S=0$ 和 $S=1$ 两个自旋态组成一个磁场调制下的双电子量子点qubit。

参考文献

- [1] Shor P W. Algorithms for quantum computation discrete log and factoring. Proceeding of the 35th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, 1994: 20
- [2] Grover L K . A fast quantum mechanics algorithm for database search. Proceedings 28th ACM Symposium on Theory of Computation, 1996: 212
- [3] Grover L K . Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack. Phys Rev Lett, 1997, 79: 325
- [4] Cirac J I, Zoller P. Quantum computations with cold trapped Ions. Phys Rev Lett, 1995, 74: 4091
- [5] Chuang I L, Gershenfeld N A, Kubinec M. Experimental implementation of fast quantum searching. Phys Rev Lett, 1998, 80: 3408
- [6] Cory D, Fahmy A, Havel T. Ensemble quantum computing by nuclear magnetic resonance spectroscopy. Proc Nat Acad Sci USA, 1997, 94: 1634
- [7] Turchette Q A , Hood C J , Lange W , et al . Measurement of conditional phase shifts for quantum logic. Phys Rev Lett, 1995, 75: 4710
- [8] Ekert A, Jozsa R. Quantum computation and Shor's factoring algorithm. Rev Mod Phys, 1996, 68: 733
- [9] Loss D, DiVincenzo D P. Quantum computation with quantum dots. Phys Rev A, 1998, 57: 120
- [10] Bocko M F, Herr A M, Feldman M J. Prospects for quantum coherent computation using superconducting electronics. IEEE Trans Appl Superconduct, 1997, 7: 3638
- [11] Friedman J R, Patel V, Chen W, et al. Quantum superposition of distinct macroscopic states. Nature(London) , 2000, 406: 43
- [12] Averin D V . Adiabatic quantum computation with Cooper pairs. Solid State Commun, 1998, 105: 659
- [13] Kastner M A. Artificial atoms. Phys Today, 1993, 46: 24
- [14] Kastner M A. The single-electron transistor. Rev Mod Phys, 1992, 64: 849
- [15] Ashoori R C. Electrons in artificial atoms. Nature(London) , 1996, 379: 413
- [16] Burkard G, Loss D, DiVincenzo D P. Coupled quantum dots as quantum gates. Phys Rev B, 1999, 59: 2070
- [17] Harju A, Siljamäki S, Nieminen R M. Two-electron quantum dot molecule: composite particles and the spin phase diagram. Phys Rev Lett, 2002, 88: 226804

Two-Electron Quantum Dot Qubit Modulated by Magnetic Field^{*}

Chen Zaosheng^{1,2}, Sun Lianliang² and Li Shushen²

(1 Department of Physics, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

(2 State Key Laboratory for Superlattices and Microstructures, Institute of Semiconductors,
The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

Abstract: The electronic structure of a two-electron two-dimensional quantum dot confined by a finite depth parabolic potential is investigated with different total spin $S=0, 1$ in a magnetic field. Energy levels are calculated by means of exact diagonalization method in the frame work of effective mass approximation. It is found that the total spin of ground state of this system could be modulated by changing the magnitude of the magnetic field, which means the two spin states with $S=0, 1$ of a two-electron two-dimensional quantum dot confined by a finite height parabolic potential can be used to construct a quantum bit.

Key words: quantum dot; magnetic field; energy level; quantum bit

PACC: 7320D; 4110D; 7125J

Article ID: 0253-4177(2004)07-0790-04

* Project supported by National Natural Science Foundation of China(No. 10174076) and the Special Funds for Major State Basic Research Project of China(No. G2001CB309500)

Chen Zaosheng male, associate professor. Currently he is engaged in the research and teaching on quantum information in solid state.

Sun Lianliang male, PhD candidate. He is engaged in the research on the photoelectricity property of low-dimensional semiconductors.

Li Shushen male, professor and advisor for PhD candidates. He is engaged in the research on the quantum information in solid state and the photoelectricity property of low-dimensional semiconductors.