

# 有机聚合物热光器件热场的解析模型<sup>\*</sup>

余 辉 江晓清<sup>†</sup> 杨建义 李锡华 王明华

(浙江大学信息与电子工程学系, 杭州 310027)

**摘要:** 根据傅里叶导热定律, 采用分离变量的方法, 导出有机聚合物热光器件热场分布的解析表达式, 该解析计算结果同采用 FD-BPM 法计算机模拟结果进行比较, 平均相对误差不超过 4%, 并运用光线法分析全内反射型热光开关的光束在热场中的传输规律, 利用该解析表达式来分析热光器件具有物理模型清晰的特点.

**关键词:** 热场; 解析表达式; 热光效应; 全内反射型光开关; 集成光学

**PACC:** 4215D; 4282; 7820N

**中图分类号:** TN 256

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0253-4177(2004)08-0995-05

## 1 引言

有机聚合物材料由于价廉、可塑性强、工艺简单而备受重视, 经过多年的研究, 有机聚合物在材料的热稳定性以及老化、低损耗等方面均取得了巨大进展, 并开始应用于信号处理器件及光通信器件<sup>[1]</sup>. 如利用热光效应的有机聚合物数字光开关(DOS)<sup>[2]</sup>和 Mach-Zehnder 型干涉调制器<sup>[3]</sup>已经较成熟并进入商品化.

研制高效率的热光型光电器件, 必须清楚器件的热学行为. 由于热光型光电器件中由电极发热所产生的热场分布比较复杂, 一般难以得到准确的分析解表达式, 故一直以来对热光器件内部热场的了解主要依赖于两种方法: (1) 利用有限差分法或有限元法对内部热场进行计算机模拟和数值计算<sup>[4]</sup>; (2) 对温度场的分布采用半经验化的公式<sup>[5]</sup>或极度简化的热学模型下的热场分布公式<sup>[6]</sup>. 前者尽管可以达到足够的精度却难直接看出其物理规律; 后者尽管规律简单却又精确度不够. 本文将从傅里叶导热定理出发, 建立客观的热场分析模型和边界条件, 得到温度分布的分析解. 该分析解不仅有足够的精确度, 而且物理意义清晰. 在它的基础上, 我们可方便地对

光线在热场中的反射情况进行有效分析, 为更加合理地设计热光型器件的电极和波导结构提供了理论依据.

## 2 理论推导

### 2.1 热传导原理

对于均匀的固态物质, 温度场的分布满足以下 Fourier 导热微分方程:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + q'' = \frac{\partial}{\partial t} \rho c T \quad (1)$$

其中  $k$  是材料的导热系数;  $q''$  是体发热强度, 为单位时间单位体积内发出的热量;  $\rho$  为材料的密度;  $c$  为材料的比热. 若导热系数  $k$  具有各向同性, 介质中无热源, 并仅考虑稳态情况, 则(1)式可化为 Laplace 方程:

$$k \nabla^2 T = 0 \quad (2)$$

(2)式即为解稳态下温度场的方程.

当均匀介质与其他介质有接触时, 要考虑接触面处的换热情况, 即边界问题. 通常的换热情况有热扩散、热辐射和热对流. 热辐射发生在高温的情况下, 这里我们不作考虑. 热对流发生于气体与液体

\* 浙江省重点科技计划(批准号: G20030190), 国家自然科学基金(批准号: 60177012, 69907004) 和国家重点基础研究发展计划(批准号: G1999033104)资助项目

余 辉 男, 1981 年出生, 博士研究生, 从事集成光学和光电子器件研究.

<sup>†</sup> 通信联系人, Email: iseejxq@zju.edu.cn

2003-08-10 收到, 2003-12-22 定稿

© 2004 中国电子学会

中,且有换热公式:

$$q = a(T_w - T_\infty) \quad (3)$$

式中  $q$  为单位面积下的换热量;  $a$  为对流换热系数,对于无扰动的空气有  $a = 5W/(m^2 \cdot K)$ ;  $T_w$  和  $T_\infty$  分别为界面温度和空气中无穷远处的温度.

## 2.2 分析模型和边界条件

利用聚合物材料的负热光率效应,对于图 1 的波导模型,电极通电时发热,其下方材料温度升高,导致折射率下降,入射光线发生全内反射<sup>[2]</sup>. 器件以硅为衬底,芯区(Core)为沟道型结构,上下各有一限制层(Cladding). 芯区与限制层均为有机聚合物材料,芯区折射率略大,从而形成波导. 上限制层上方为电极,考虑到各层所用的有机聚合物材料的热学特性相差甚微,可以假设在有机聚合物区域,包括芯层和限制层,具有相同的导热系数. 由此对称地建立坐标系,可得到图 1 的分析模型. 器件的总厚度为  $h$ ,宽度为  $2t$ ,电极的宽度为  $2w$ . 边界条件为:

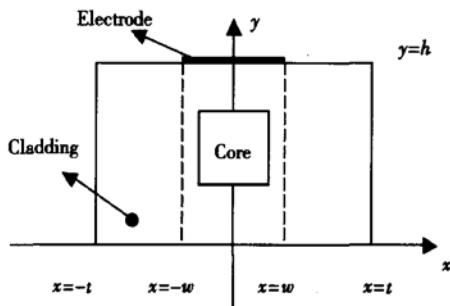


图 1 热分析模型

Fig. 1 Model of thermal analysis

(1) 表面与硅接触,由于硅是热的良导体,硅衬底与散热封装温度相同,可视为室温,即  $T = T_\infty$ .

(2) 在左右表面,如果选择的计算窗口足够宽,即  $t$  较大,那么由于在这两个表面是材料与材料的接触,到达稳态时,热导为零. 故选择第二类边界条件,即  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ .

(3) 假设电极为无限薄,那么在上表面的边界条件可分为两部分:在  $|x| < w$  的区域,电极发热,注入热流密度,其大小为:

$$q = \frac{Q}{2wL} - a(T - T_\infty) \quad (4)$$

其中  $Q$  为电极的功率;  $2w$  即为电极的宽度;  $L$  为电极的长度. 减号后面的部分是因为电极的上表面

和空气接触,存在热对流,其大小即为  $a(T - T_\infty)$ ,这一部分热功率并不注入波导材料中,故应减去这一部分热量. 在  $|x| > w$  的区域,有机聚合物材料与空气自由对流换热,其大小为:

$$q = -a(T - T_\infty) \quad (5)$$

所以上表面的边界条件为:

$$k \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{Q}{2wL} - a(T - T_\infty), \quad |x| < w \quad (6)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial y} = -a(T - T_\infty), \quad |x| > w \quad (7)$$

## 2.3 方程的求解

为了方便起见,令  $\theta = T - T_\infty$ ,由于只需考虑二维情况下的温度场分布情况,所以得到方程和边界条件如下:

$$k \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (8)$$

$$\begin{cases} k \frac{\partial \theta}{\partial y} = -a\theta, & y = h, |x| > w \\ k \frac{\partial \theta}{\partial y} = g - a\theta, & y = h, |x| < w \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, & x = \pm t, 0 < y < h \\ \theta = 0, & y = 0, |x| < t \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{式中 } g = \frac{Q}{2wL}.$$

由于上表面的边界条件太复杂,无法直接求解. 再令  $\theta = \theta_1 + \theta_2$ ,且  $\theta_1$  和  $\theta_2$  均满足方程(8),且分别有如下边界条件:

$\theta_1$  的边界条件为:

$$\begin{cases} k \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = f(x) = \begin{cases} 0, & |x| > w, y = h \\ g, & |x| < w, y = h \end{cases} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0, \quad x = \pm t, 0 < y < h \\ \theta_1 = 0, \quad y = 0, |x| < t \end{cases} \quad (10)$$

$\theta_2$  的边界条件为:

$$\begin{cases} k \frac{\partial \theta_2}{\partial y} = -a(\theta_1 + \theta_2), & y = h, |x| < t \\ k \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = 0, \quad x = \pm t, 0 < y < h \\ \theta_2 = 0, \quad y = 0, |x| < t \end{cases} \quad (11)$$

显然  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的边界条件合并即为  $\theta$  的边界条件. 这样,求解  $\theta$  即化为求解  $\theta_1$  和  $\theta_2$  两个未知量. 利用分离变量法,可以求解  $\theta_1$ ,得到它的表达式  $\theta_1(x, y)$ . 将  $\theta_1$  的表达式代入(11)式所表示的  $\theta_2$  边界条件下,

再次利用分离变量法,便可以得到  $\Theta_2$  的表达式  $\Theta_2(x, y)$ . 再由  $\Theta = \Theta_1 + \Theta_2$ , 即有以下最终表达式:

$$\Theta = \frac{gw}{t(k + ah)}y + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos \frac{n\pi}{t}x \sinh \frac{n\pi}{t}y \quad (12)$$

$$C_n = \left[ 1 - \frac{\operatorname{asinh} \frac{n\pi h}{t}}{\frac{n\pi k}{t} \cosh \frac{n\pi h}{t} + \operatorname{asinh} \frac{n\pi h}{t}} \right] \times$$

$$\frac{2gts \sin \frac{n\pi w}{t}}{kn^2\pi^2 \cosh \frac{n\pi h}{t}} \quad (13)$$

这就是我们得到的温度场的解析表达式.

### 3 结果的验证与误差分析

利用(12)和(13)式的分析解表达式,可方便运用 Matlab 工具作出温度分布的幅度图和等温线分布图,如图 2 和 3 所示. 所选用的参数如下:

$$h = 17\mu\text{m}, w = 5\mu\text{m}, t = 15\mu\text{m}, L = 3000\mu\text{m}, Q = 0.1\text{W}, k = 0.177\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}), a = 5\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

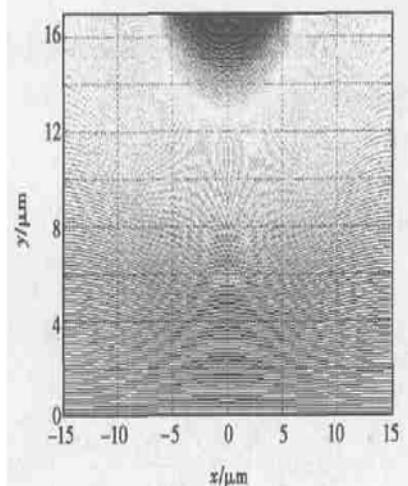


图 2 幅度图

Fig. 2 Distribution of temperature

为了验证分析结果,我们利用 Rsoft 公司的 BPM PROP 专用波导分析软件中的热场计算功能,对相同波导的温度分布进行计算并比较,将两份数据相减,求得相对误差分布,如图 4 所示. 从图 4 中可见,除电极交界处个别点相对误差在 7% 左右外,其他点基本在 4% 的相对误差以内.

对误差情况进行分析:

(1) 温度分布函数是无穷多项的叠加,针对以上的数据,我们只计算前 11 项,尽管后面的项幅度已

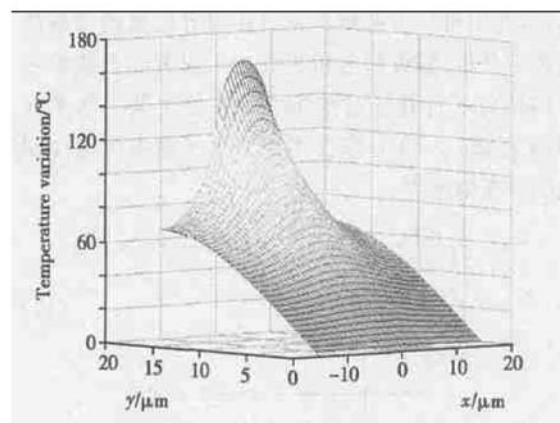


图 3 等温线图

Fig. 3 Contour map

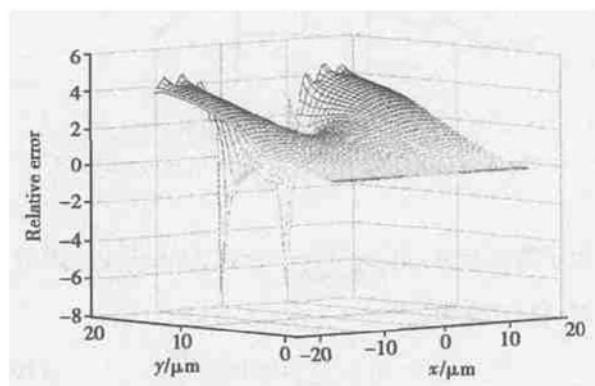


图 4 误差分布

Fig. 4 Distribution of error

经很小,但还是存在截断误差.

(2) 在采用 FD-BPM 法的商用软件的数值计算过程中,也存在截断误差,并且结果精度和计算步长的关系很大.

(3) 相对误差较大的区域发生在  $y = h, |x| = w$  两点附近,这是由于上表面的边界条件在此处存在一个突变,不再是连续分布. BPM 法数值计算在这种不连续处的分析误差会比较大.

在计算中,我们发现  $t$  的取值对结果影响很大,  $t$  越大在左右界面处的温度升高越小,即越接近室温,与实际情况也越接近.  $t$  的选取应由具体尺寸决定,以接近实际情况. 针对以上的数据,取  $t = 3w$  (即分析区域为电极宽度的三倍) 已达到计算精确.

### 4 光线在热场中的传输规律

利用射线光学的方法,并结合导出的温度场表

达式, 我们可以方便地对光线在温升区域的反射情况进行分析。假设所分析光线的入射方向与波导芯区的轴向平行并且在传输中始终处于某一水平面( $xoz$  面, 即  $y = Y$ )。那么图 5 所示平面中的温度变化的分布情况为:

$$\theta = \frac{gw}{t(k + ah)}Y + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sinh \frac{n\pi}{t} Y \cos \frac{n\pi}{t} x \quad (14)$$

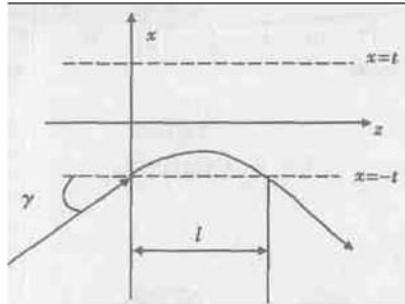


图 5 光线在温升区的反射

Fig. 5 Reflecting status of light in thermal field

为了简单起见, 记  $\frac{gw}{t(k + ah)} = \alpha$ ,  $C_n \sinh \frac{n\pi}{t} Y = \beta(n)$ , 则(14)式变为:

$$\theta = \alpha + \sum_{n=1}^{\infty} \beta(n) \cos \frac{n\pi}{t} x \quad (15)$$

由上可知,  $\beta(n)$  是  $n$  的函数, 在  $Y$  分别取 5, 9, 12  $\mu\text{m}$  时,  $\beta(n)$  随  $n$  的变化情况如图 6 所示。可见,  $\beta(n)$  随  $n$  的增大衰减很快, 当  $n$  大于 2 时,  $\beta(n)$  基本为零。可见, 此时温度分布主要由(15)式中叠加各项中的第一、二项所决定。若记  $\beta(1) = \beta_1$ ,  $\beta(2) = \beta_2$ , 则在我们所给的数据下, (15)式可取二阶近似, 即:

$$\theta \approx \alpha + \beta_1 \cos \frac{\pi}{t} x + \beta_2 \cos \frac{2\pi}{t} x \quad (16)$$

需要注意的是若参数改变, 则应该相应取多级近似, 提高精度。

已知材料的热光系数  $m$ , 可以得到折射率变化情况的表达式:

$$\Delta N = m(T - T_{\infty}) = m\theta \approx m\alpha + m\beta_1 \cos \frac{\pi}{t} x + m\beta_2 \cos \frac{2\pi}{t} x \quad (17)$$

依据射线光学的理论, 光线在温升区的反射光线满足:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{N_1 \cos \gamma}{[N^2(x) - N_1^2 \cos^2 \gamma]^{\frac{1}{2}}} \quad (18)$$

式中  $\gamma$  是入射角;  $N_1$  是温升为零时有机聚合物的

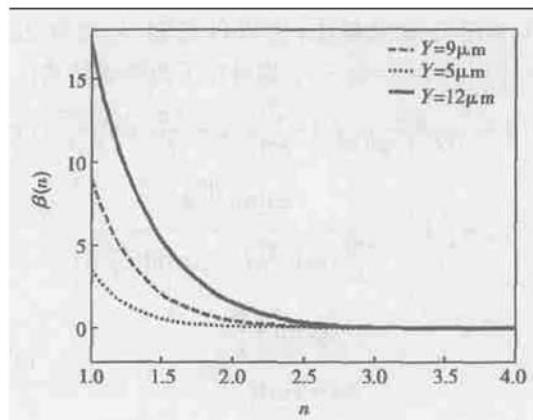


图 6  $\beta(n)$  随  $n$  的变化情况

Fig. 6 Variation of  $\beta(n)$  with  $n$

折射率;  $N(x)$  是温度升高区域的折射率, 其表达式为:

$$N(x) = N_1 + \Delta N = N_1 + m\alpha + m\beta_1 \cos \frac{\pi}{t} x + m\beta_2 \cos \frac{2\pi}{t} x, \quad -t \leq x \leq t \quad (19)$$

#### 4.1 焦散点位置

光线在渐变区的反射轨迹为一弧形, 在发生全反射的焦散点位置, 由(18)式知必有  $N(x_c) = N_1 \cos \gamma$ , 即:

$$N_1 + m\alpha + m\beta_1 \cos \frac{\pi}{t} x_c + m\beta_2 \cos \frac{2\pi}{t} x_c = N_1 \cos \gamma \quad (20)$$

但该方程为超越方程, 难以得到分离解, 在一级近似下(即只考虑  $\beta_1$  项), 有

$$x_c = -\frac{t}{\pi} \arccos \left| \frac{N_1 \cos \gamma - N_1 - m\alpha}{m\beta_1} \right| \quad (21)$$

需要注意的是, (20)式中的  $\alpha, \beta_1, \beta_2$  都是  $Y$  的函数, 即处于不同水平面上的光线, 他们的穿透深度是不一样的。越靠近电极, 即  $Y$  越大, 温度越高, 折射率的改变越大, 那么穿透深度也相应地就越小。

#### 4.2 最大交叉角

在全内反射型光开关等器件中, 增大两波导的交叉角或波导与电极的交角, 可降低器件串音, 改善光开关的性能。从物理意义来理解, 当焦散点刚好在  $x_c = 0$  位置, 有最大的交叉角, 由(20)式可以计算出在恒定功率条件下交角的极限。

$$\gamma_{\max} = \arccos \left| 1 + \frac{m\alpha + m\beta_1 + m\beta_2}{N_1} \right| \quad (22)$$

当 $\gamma$ 超过 $\gamma_{\max}$ 时, 即表示光线到达 $x_c=0$ 时仍不能完成反射, 而产生透射现象。图7给出一级近似时不同功率条件下最大交角( $2\gamma_{\max}$ )随 $Y$ 的变化曲线。

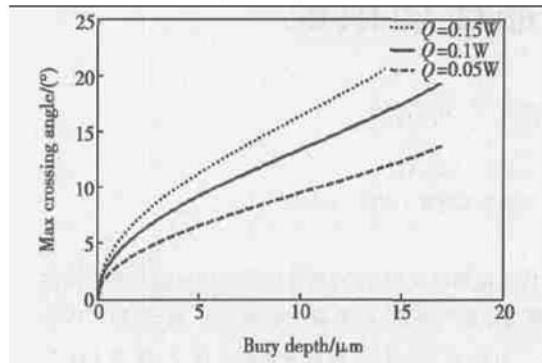


图7  $2\gamma_{\max}$  随  $Y$  变化图

Fig. 7 Variation of  $2\gamma_{\max}$  with  $Y$  in different electrode power

## 5 小结

利用分离变量方法, 导出了电极作用下, 有机聚合物波导器件的温度分布的解析表达式, 与商用数值软件的计算结果进行了比较, 验证了该解析表达式具有很高的精度性。并在该解析函数的基础上, 对光线在温升区的反射情况进行分析, 这为热光器件的研制提供了一个崭新的物理模型, 为设计高效的全内反射型热光开关打下了理论依据。在该模型的

基础上, 我们可进一步得到温度场的时间响应过程和确定开关的响应特性。

## 参考文献

- [1] Lee M H, Ju J J, Park S, Polymer-based devices for optical communications. ETRI Journal, 2002, 24(4): 259
- [2] Yang Jianyi, Jiang Xiaoqing, Yang Fanghui, et al. Study of  $1 \times 2$  total-internal-reflection thermo-optic polymeric switches. Chinese Journal of Semiconductors, 2002, 23(7): 741 (in Chinese) [杨建义, 江晓清, 杨方辉, 等. 全内反射型有机聚合物热光开关的研制. 半导体学报, 2002, 23(7): 741]
- [3] Yang Xiaohong, Du Yun, Wu Ronghan, et al. Polymer thermo-optic phase shifter and its applications. Chinese Journal of Semiconductors, 2002, 23(1): 87 (in Chinese) [杨晓红, 杜云, 吴荣汉, 等. 聚合物热光相移器件的研究及其应用. 半导体学报, 2002, 23(1): 87]
- [4] Yang Jianyi, Jiang Xiaoqing, Yang Fanghui, et al. Thermal model of thermo-optical polymer devices. Optoelectronics • Laser, 2000, 11(4): 349 (in Chinese) [杨建义, 江晓清, 杨方辉, 等. 有机聚合物热光器件的热学模型. 光电子•激光, 2000, 11(4): 349]
- [5] Hida Y, Onose H, Imamura S. Polymer waveguide thermo-optic switch with low electric power consumption at  $1.3\mu\text{m}$ . IEEE Photonics Technol Lett, 1993, 5(7): 782
- [6] Diemeer M B J, Brons J J, Trommel E S. Polymeric optical waveguide switch using the thermo-optic effect. IEEE Light-wave Technol, 1989, 7(3): 449

## Analytical Model of Thermal Field in Polymer Thermo-Optic Devices\*

Yu Hui, Jiang Xiaoqing, Yang Jianyi, Li Xihua and Wang Minghua

(Department of Information Science & Electronics Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Based on the principle of Fourier heat conduction, an analytical expression of thermal field distribution in polymer thermo-optic devices is got by utilizing the method of separating variables. Comparing the solution with the result simulated by computer from the FD-BPM arithmetic, the average relative error based on the analytical expression is no more than 4 percentages. Based on the model, the rays method is used to analyze the propagation of light in thermal field of thermal total-internal-reflection optical switch. This is of advantage to understand the physics model in polymer thermo-optic devices by utilizing the analytical model.

**Key words:** thermal field; analytical expression; thermo-optic effect; total-internal-reflection switch; integrated optics

**PACC:** 4215D; 4282; 7820N

**Article ID:** 0253-4177(2004)08-0995-05

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China(Nos. 60177012, 69907004), State Key Development Program for Basic Research of China(No. G1999033104), Major Science and Technology Program of Zhejiang Province(No. G20030190)

Yu Hui male, was born in 1981. He is working in the fields of integrated optics and photoelectron devices.

Received 10 August 2003, revised manuscript received 22 December 2003

© 2004 The Chinese Institute of Electronics