

耦合半导体制冷系统性能特性的优化分析*

王宏杰 陈金灿

(厦门大学物理系, 厦门 361005)

摘要: 以制冷系数和制冷率为目标函数, 探讨耦合半导体制冷系统的性能特性, 导出最大的制冷系数和制冷率, 优化半导体制冷器的内部结构, 确定工作电流的最佳范围。所得结果可为耦合半导体制冷系统的优化设计和最佳运行提供一些有价值的理论依据。

关键词: 半半导体制冷器; 性能参数; 不可逆效应; 优化分析

PACC: 6590; 8630J; 0720M; 6570

中图分类号: TB66

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2001)07-0938-06

1 引言

近年来, 不少学者从不同的角度出发分析了单级半导体制冷器的性能, 探索了各种不可逆性的影响, 取得了许多有意义的结果^[1-8]。然而, 随着半导体制冷器应用领域的不断扩大, 单级半导体制冷器已经不可能满足各种不同的需要。特别在大的温度跨度下, 单级半导体制冷器的制冷效果差, 有时甚至不能正常工作。为了克服这一缺点, 通常可采用双级或多级结构的半导体制冷器。因此, 研制双级或多级结构的半导体制冷器, 分析其制冷系统的性能特性, 已成为人们关注的一个课题^[9-11]。

本文将在单级半导体制冷器的研究基础上, 对双级耦合半导体制冷系统的性能特性进行分析, 优化制冷器内部的组成结构, 确定制冷系统的合理工作区域, 并将结果与单级制冷系统比较, 阐明在大的温度跨度下双级半导体制冷器能提高制冷系统的性能, 获得更有效的制冷效果。

2 单级半导体制冷系统

单级半导体制冷系统通常是由 n 对 P 型和 N

型构成的半导体元件所组成。它工作在两个热源之间。当电流 I 通过制冷器时, 由于珀尔帖效应, 可实现从低温热源吸热而放热给高温热源, 同时在元件中产生焦耳热。由于温差的存在, 元件内部出现傅里叶热流。根据非平衡态热力学理论^[12, 13], 热平衡方程可表示为:

$$Q_h = \alpha n I T_h + \frac{1}{2} I^2 n R - n K (T_h - T_l) \quad (1)$$

$$Q_l = \alpha n I T_l - \frac{1}{2} I^2 n R - n K (T_h - T_l) \quad (2)$$

其中 Q_h 和 Q_l 分别是制冷器每单位时间流入高温热源和从低温热源吸取的热量; T_h 和 T_l 分别是高温热源和低温热源的温度; α 、 R 和 K 分别是一对半导体元件的 Seebeck 系数、电阻和热传导系数, α 、 R 和 K 的大小由半导体材料的电阻率(ρ_n , ρ_p)、温差电势率(α_n , α_p)、热导率(κ_n , κ_p)和元件的几何结构所决定。通常, ρ 、 α 和 K 是温度的函数, 但当制冷温度跨度不太大时, 可合理地假定这些参数是与温度无关的常数, 从而简化计算^[14, 15]。

由(1)、(2)式, 并利用半导体元件的优值系数 $Z = \alpha^2/(RK)$ 的定义, 可得

$$q_h = nj + \frac{1}{2} \times \frac{n j^2}{Z T_h} - n(1 - \frac{1}{\theta_h}) \quad (3)$$

* 国家教育部跨世纪优秀人才计划基金资助项目。

王宏杰 男, 1976 年出生, 研究生, 现从事热电器件性能的理论研究。

陈金灿 男, 1954 年出生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事现代热力学理论研究。

2000-07-12 收到, 2000-11-09 定稿

©2001 中国电子学会

$$q_1 = nj - \frac{1}{2} \times \frac{n j^2}{ZT_1} - n(\theta_h - 1) \quad (4)$$

其中 无量纲参数 $j = \frac{\alpha I}{K}$, $q_h = \frac{Q_h}{K T_h}$, $q_1 = \frac{Q_1}{K T_1}$, $\theta_h = \frac{T_h}{T_1}$.

从(3)和(4)式, 可得制冷系统的性能系数

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q_1}{Q_h - Q_1} = \frac{q_1}{\theta_h q_h - q_1} \\ &= \frac{j - \frac{1}{2} \times \frac{j^2}{ZT_1} - (\theta_h - 1)}{(\theta_h - 1)j + \frac{j^2}{ZT_1}} \end{aligned} \quad (5)$$

利用(5)式, 在参数 ZT_h 和 θ_h 给定的情况下, 可对性能系数进行分析. 不难看出, 若要使(5)式为正值, ZT_h , j 和 θ_h 等参数将受到限制, 即

$$j - \frac{1}{2} \times \frac{j^2}{ZT_1} - (\theta_h - 1) > 0 \quad (6)$$

由二次函数的性质可知, $\theta_h(\theta_h - 1) < \frac{ZT_h}{2}$ 是系统能正常工作的必要条件, 亦即 θ_h 应小于 $1 + \sqrt{1 + 2ZT_h}$. 这表明单级半导体制冷系统不能工作在大温度跨度之间.

3 双级耦合半导体制冷系统

为了提高制冷系统工作的温度跨度, 半导体制冷系统常采用双级或多级结构. 图 1 给出了双级耦合半导体制冷系统的示意图.

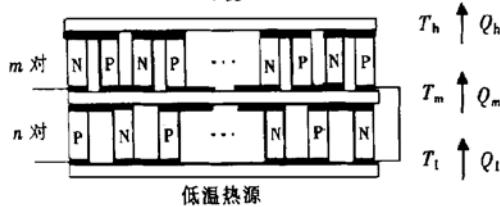


图 1 半导体制冷系统示意图

FIG. 1 Schematic Diagram of Semiconductor Refrigeration System

合半导体制冷系统的结构示意图. 半导体元件之间采用串联的连接方式, 以至流过各个元件的电流相同, 均为 I . 对于一个双级耦合半导体制冷系统, 热平衡方程可表示为:

$$Q_h = \alpha m I T_h + \frac{1}{2} I^2 m R - m K (T_h - T_m) \quad (7)$$

$$Q_m = \alpha n I T_m + \frac{1}{2} I^2 n R - m K (T_h - T_m) \quad (8)$$

$$Q_m = \alpha n I T_m + \frac{1}{2} I^2 n R - n K (T_m - T_l) \quad (9)$$

$$Q_1 = \alpha n I T_l + \frac{1}{2} I^2 n R - n K (T_m - T_l) \quad (10)$$

其中 Q_m 是每单位时间两级半导体元件之间传递的热量; T_m 是两级元件连接处的温度. 从(7)—(10)式, 消去 T_m 可得

$$\begin{aligned} Q_h &= \alpha m I T_h + \frac{1}{2} I^2 m R - m K T_h \\ &\quad + \frac{\left[\frac{1}{2} I^2 R(m+n) + m K T_h + n K T_1 \right] m K}{\alpha I(m-n) + K(m+n)} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= \alpha n I T_l + \frac{1}{2} I^2 n R + n K T_l \\ &\quad - \frac{\left[\frac{1}{2} I^2 R(m+n) + m K T_h + n K T_1 \right] n K}{\alpha I(m-n) + K(m+n)} \end{aligned} \quad (12)$$

或写成无量纲方程

$$\begin{aligned} q_h &= mj + \frac{1}{2} \times \frac{m}{ZT_h} j^2 - m \\ &\quad + \frac{\left[\frac{1}{2} \times \frac{(m+n)}{ZT_h} j^2 + m + \frac{n}{\theta_h} m \right]}{(m-n)j + (m+n)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} q_1 &= nj - \frac{1}{2} \times \frac{n}{ZT_1} j^2 + n \\ &\quad - \frac{\left[\frac{1}{2} \times \frac{(m+n)}{ZT_1} j^2 + m \theta_h + n \right] n}{(m-n)j + (m+n)} \end{aligned} \quad (14)$$

从(13)和(14)式, 可得制冷系数

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{q_1}{\theta_h q_h - q_1} = \frac{n j - \frac{1}{2} \times \frac{n}{ZT_1} j^2 + n - \frac{n \left[\frac{1}{2} \times \frac{(m+n)}{ZT_1} j^2 + m \theta_h + n \right]}{j(m-n) + (m+n)}}{j(m \theta_h - n) + \frac{1}{2} \times \frac{(m+n)}{ZT_1} j^2 + \frac{\frac{1}{2} \times \frac{(m+n)^2}{ZT_1} j^2 + (m+n)(n+m \theta_h)}{j(m-n) + (m+n)} - m \theta_h - n} \end{aligned} \quad (15)$$

为了对系统的结构进行优化, 令 $m/n = x$, 则(15)式可改写为:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{(j+1)[j(x-1)+(x+1)] - \frac{j^2}{ZT_1}(x+1) - \frac{1}{2} \times \frac{j^3}{ZT_1}(x-1) - (x\theta_h + 1)}{\frac{1}{2}j^3x^2 - \frac{1}{ZT_1} + j^2(x\theta_h - 1)(x-1) + \frac{j^2}{ZT_1}(x+1)^2 + 2jx(\theta_h - 1)} \\ &= \frac{a_1x + a_2}{b_1x^2 + b_2x + b_3} = \frac{c_1j^3 + c_2j^2 + c_3j + c_4}{d_1j^3 + d_2j^2 + d_3j} \quad (16)\end{aligned}$$

其中 $a_1 = (j+1)^2 - \frac{j^2}{ZT_1}(1 + \frac{1}{2}j) - \theta_h$,
 $a_2 = (1+j)(1-j) + \frac{j^2}{ZT_1}(\frac{1}{2}j - 1) - 1$,
 $b_1 = (\frac{1}{2} \times \frac{j}{ZT_1} + \theta_h + \frac{1}{ZT_1})j^2$,
 $b_2 = (\frac{2j}{ZT_1} + 2(\theta_h - 1) - j - j\theta_h)j$,
 $b_3 = j^2(1 + \frac{1}{ZT_1} - \frac{1}{2} \times \frac{j}{ZT_1})$,
 $c_1 = \frac{1-x}{2ZT_1}$,
 $c_2 = x - \frac{x}{ZT_1} - 1 - \frac{1}{ZT_1}$,
 $c_3 = 2x$,
 $c_4 = (1 - \theta_h)x$,
 $d_1 = \frac{1}{2} \times \frac{(x^2 - 1)}{ZT_1}$,
 $d_2 = (x-1)(\theta_h x - 1) + \frac{(x+1)^2}{ZT_1}$,
 $d_3 = 2x(\theta_h - 1)$.

从(16)式不难看出, 在给定 ZT_h 和 θ_h 的情况下, 性能系数是电流 j 和结构参数 x 的函数。根据(14)和(16)式, 可对半导体制冷器的结构和性能作出一些有意义的分析。

4 制冷系统的优化分析

4.1 制冷系数 η 的优化

由(16)式和极值条件 $\partial\eta/\partial x = 0$ 和 $\partial\eta/\partial j = 0$, 可求得在 ZT_h 和 θ_h 给定下, 当 η 为极大值时, x 和 j 所满足的条件分别为,

$$x_{\text{opt}}(\eta_{\max}) = \frac{-b_1a_2 + \sqrt{(b_1a_2)^2 + b_1a_1(b_3a_1 - b_2a_2)}}{b_1a_1} \quad (17)$$

$$(c_1d_2 - c_2d_1)j^4 + 2(c_1d_3 - c_3d_1)j^3 - 3c_4d_1j^2 - 2c_4d_2j - c_4d_3 = 0 \quad (18)$$

(17)式确定了制冷系统在 η 最大时的结构参数 m/n 的优化值 $x_{\text{opt}}(\eta_{\max})$ 随电流 j 变化的关系, 而

(18)式给出了系统的最佳工作电流 $j_{\text{opt}}(\eta_{\max})$ 随 x 的变化关系。由于(17)和(18)式是两个比较复杂的表示式, 一般情况下不容易求出 $x_{\text{opt}}(\eta_{\max})$ 和 $j_{\text{opt}}(\eta_{\max})$ 的解析表达式。不过, 利用(17)式, 可得到 $x_{\text{opt}}(\eta_{\max}) - j$ 的关系曲线, 如图2所示, 其中 $\theta_h = 1.5$, $ZT_h = 1$ 。从图2中的曲线可看到, 当 $j < 0.2771$ 或 $j > 1.1491$ 时, x 为负值, 显然是不合理的。因为实际的双级耦合半导体制冷系统的 x 值总是大于0。当 $j \rightarrow 0.2771$ 或 $j \rightarrow 1.1491$ 时, $x_{\text{opt}} \rightarrow \infty$ 。在实际的双级耦合半导体制冷系统中, x 值总是有限的, 因此无量纲电流必须位于 $0.2771 < j < 1.1491$ 的范围内。从图2中的曲线还可看到, 当 $j = 0.4860$, x_{opt} 达到最小值, 即为4.2418。

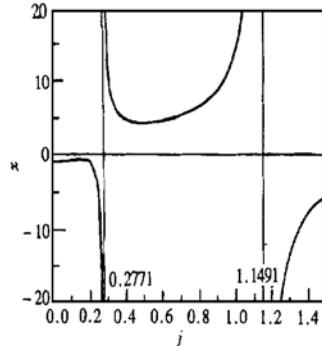


图2 在优化制冷系数时, x 随无量纲电流 j 变化的曲线

FIG. 2 x Versus Dimensionless Current j During the Optimization of Performance Coefficient

把(17)式代入(16)式, 可得到制冷系数的优化函数 $\eta(j)$ 。图3表示当 $\theta_h = 1.5$, $ZT_h = 1$ 时, 制冷系数随 j 变化的优化曲线。从图中可看到, 当 $j \rightarrow 0.2771$ 或 $j \rightarrow 1.1491$ 时, $\eta \rightarrow 0$, 制冷系统失去意义。当 j 为某一最佳值 $j(\eta_{\max}) = 0.475$ 时, 制冷系数可达最大值 $\eta_{\max} = 0.0365$, 对应的 $x(\eta_{\max}) = 4.30$ 。对于不同的 ZT_h 和 θ_h , 我们可得到不同的 η_j 曲线。这表明最大制冷系数 η_{\max} 及所对应的系统结构参数 $x(\eta_{\max})$ 和无量纲电流 $j(\eta_{\max})$ 是与参数 ZT_h 和 θ_h 的选择有关的。显然, 参数 Z 愈大, 半导体制冷器的性

能愈好。根据目前生产半导体材料的技术水平,选取 $ZT_h = 1$ 是合理的^[16]。

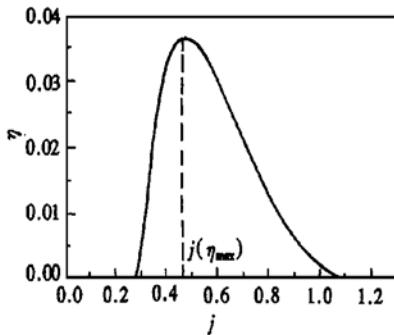


图3 制冷系数随无量纲电流 j 变化的曲线

FIG. 3 Coefficient of Performance η Versus Dimensionless Current j

另外,从(6)式可以看出,在 $\theta_h = 1.5, ZT_h = 1$ 时,单级半导体制冷系统不能正常工作。即便在 $\theta_h = 1.1, ZT_h = 1$ 时,单级半导体制冷系统制冷系数的最大值 $\eta_{max} = 1.243$,也比同样条件下双级半导体制冷系统制冷系数的最大值 $\eta_{max} = 1.276$ 小。可见,在大的温度跨度下,只有利用双级或多级耦合半导体制冷器,才能取得更好的制冷效果。

4.2 制冷率 R 的优化

应用(14)式,并定义平均每个半导体元件的无量纲制冷率为 $R = \frac{Q_1}{(m+n)KT_h} = \frac{q_1}{(m+n)\theta_h}$,可得

$$R = \frac{1}{\theta_h} \times \frac{a_1x + a_2}{f_1x^2 + f_2x + f_3} \quad (19)$$

其中 $a_1 = (j+1)^2 - \frac{j^2}{ZT_1}(1 + \frac{1}{2}j) - \theta_h$, $a_2 = (1+j)(1-j) + \frac{j^2}{ZT_1}(\frac{1}{2}j - 1) - 1$, $f_1 = j+1$, $f_2 = 2$, $f_3 = 1 - j$.

由(19)式和极值条件 $\partial R / \partial x = 0$,可求得在 ZT_h 和 θ_h 给定下,当 R 为极大值时 x 所满足的条件为

$$x_{opt}(R_{max}) = \frac{-f_1a_2 + \sqrt{f_1^2a_2^2 + f_1a_1(f_3a_1 - f_2a_2)}}{f_1a_1} \quad (20)$$

应用(20)式,可得到 $x_{opt}(R_{max})-j$ 的关系曲线,如图4所示,其中 $\theta_h = 1.5, ZT_h = 1$ 。从图4可看到,由 R 为极大所确定的电流的工作区域与图2所确定的完全吻合,仍为 $0.2771 < j < 1.1491$ 。另外,当 $j = 0.50$ 时, $x_{opt}(R_{max})$ 达到最小值,即为4.423。

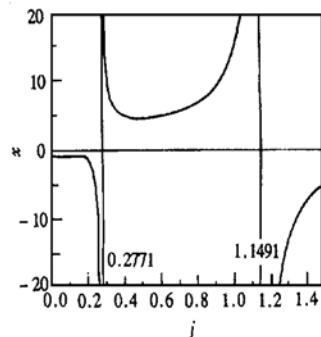


图4 在优化制冷率时, x 随无量纲电流 j 变化的曲线

FIG. 4 x Versus Dimensionless Current j During Optimization of the Refrigeration Rate

把(20)式代入(19)式,可得到制冷率的优化函数 $R(j)$ 。图5表示当 $\theta_h = 1.5, ZT_h = 1$ 时制冷率随 j 变化的优化曲线。从图中可以看到,当 $j \rightarrow 0.2771$ 或 $j \rightarrow 1.1491$ 时, $R \rightarrow 0$;当 j 为某一最佳值 $j(R_{max}) = 0.606$ 时,制冷系数可达最大值 $R_{max} = 0.01396$,对应的 $x(R_{max}) = 4.745$ 。对于不同的 ZT_h 和 θ_h ,我们可得到不同的 $R-j$ 曲线。这表明最大制冷系数 R_{max} 及所对应的系统结构参数 $x(R_{max})$ 和无量纲电流 $j(R_{max})$ 也是与参数 ZT_h 和 θ_h 的选择有关的。

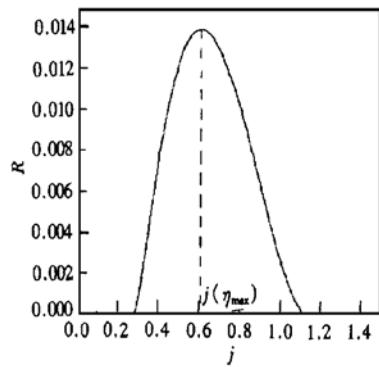


图5 无量纲制冷率随无量纲电流 j 变化的曲线

FIG. 5 Dimensionless Rate of Refrigeration Versus Dimensionless Current j

4.3 工作电流的最佳选择

本节继续讨论半导体制冷系统的最佳运行问题。若要同时获得较大的制冷系数和制冷率,系统的结构参数 $m/n = x$ 应设计在 $x(\eta_{max}) \leq m/n \leq x(R_{max})$ 这一范围内。当系统结构参数确定之后,制冷系统要达到最佳运行,还需考虑工作电流的选择问题。图6给出 m/n 分别为4.30、4.53和4.745三个不同值时制冷系数和制冷率随 j 变化的曲线,其

中 $\theta_h = 1.5$, $ZT_h = 1$.

从图 6 中的曲线可看到, 对于 m/n 值相同的制冷系数和制冷率曲线, 当 $j = j(\eta_{\max})$ 时, 制冷系数达到最大值 η_{\max} , 当 $j = j(R_{\max})$ 时, 无量纲制冷率达到最大值 R_{\max} . 当 $j > j_{\max}$ 或 $j < j_{\min}$ 时, $\eta = 0, R = 0$. 当 $j > j_{\max}$ 或 $j < j_{\min}$ 时, 制冷系数和制冷率均小于零, 半导体制冷系统显然不能工作在这种状态. 从图 6 中的曲线还可看到, 在 $j < j(\eta_{\max})$ 的区域内, 制冷系数和无量纲制冷率都随着无量纲电流 j 的减小而减小. 在 $j > j(R_{\max})$ 的区域内, 制冷系数和无量纲制冷率都随着无量纲电流 j 的增大而减小. 可见, $j < j(\eta_{\max})$ 和 $j > j(R_{\max})$ 的两个区域不是半导体制冷系统的最佳工作区域. 最佳工作区域应为

$$j(\eta_{\max}) \leq j \leq j(R_{\max}) \quad (21)$$

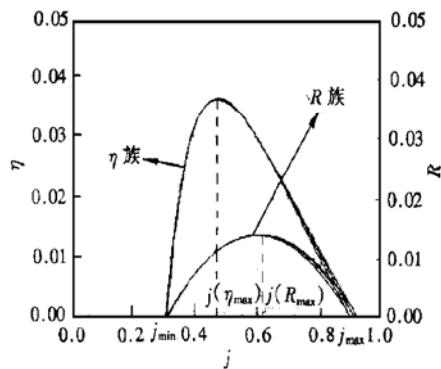


图 6 在不同的 x 值时, 制冷系数和无量纲制冷率随无量纲电流 j 变化的曲线

FIG. 6 Coefficient of Performance η and Dimensionless Rate of Refrigeration R Versus Dimensionless Current j at Different Values of x

在最佳工作区域内, 当 j 增大时, 制冷率增大而制冷系数减小. 比较 m/n 值不相同的三条制冷系数和制冷率的曲线, 不难看出, 只要 m/n 值位于 $x(\eta_{\max}) \leq m/n \leq x(R_{\max})$ 的范围内, m/n 的不同取值对最佳区域中的制冷系数和制冷率的影响不大.

上述结果表明, $j(\eta_{\max})$ 、 $x(\eta_{\max})$ 、 η_{\max} 、 $j(R_{\max})$ 、 $x(R_{\max})$ 和 R_{\max} 是半导体制冷系统的重要参数. 应用 (14)、(16)、(17)、(19) 和 (20) 式, 在给定 ZT_h 和 θ_h 下, 通过数值计算可获得这些参数的最佳值, 从而可方便地确定半导体制冷系统的结构参数, 选择适当的电源, 保证工作电流位于最佳范围内, 使半导体制冷系统达到最优设计, 并处在最佳运行状态.

5 结论

本文建立了双级耦合半导体制冷系统的模型, 同时对系统的性能以及最佳工作状况作了详细的讨论, 导出了最大制冷系数和制冷率, 最佳工作电流的范围以及两级半导体元件数最佳比的合理取值范围. 这些结果对进一步研究和开发半导体制冷系统具有一定的指导意义.

参考文献

- [1] CHEN Jincan and YAN Zijun, Chinese Journal of Semiconductors, 1994, **15**(2): 123—129 (in Chinese).
- [2] K. Chen and S. Suphasith, J. Energy Resources Tech., 1996, **118**: 221—228.
- [3] M. Yamanashi, J. Appl. Phys., 1996, **80**: 5494—5502.
- [4] J. Chen and J. A. Schouton, J. Appl. Phys., 1997, **82**: 6368—6369.
- [5] WU Liqing, CHEN Jincan and YAN Zijun, Chinese Journal of Semiconductors, 1997, **18**(6): 448—453 (in Chinese).
- [6] WU Shenglong, Infrared Technology, 1999, **21**(6): 32—37 (in Chinese).
- [7] G. S. Nolas and H. J. Goldsmid, J. Appl. Phys., 1999, **85**: 4066—4070.
- [8] B. J. Huang, C. J. Chin and C. L. Duang, Int. J. Refrig., 2000, **23**: 208—218.
- [9] S. Jeong and J. L. Smith, Jr, Optimum Temperature Staging of Cryogenic Refrigeration System, Cryogenics, 1994, **34**: 929—933.
- [10] M. Bojic *et al.*, Thermoelectric Cooling of a Train Carriage by Using a Coldness-Recovery, Energy, 1997, **22**: 493—500.
- [11] K. Chen and S. Gwilliam, An Analysis of the Heat Transfer Rate and Efficiency of Thermoelectric Cooling Systems, Int. J. Energy Res., 1996, **20**: 399—417.
- [12] A. Bejan, Advanced Engineering Thermodynamics, New York: John Wiley & Sons, 1988.
- [13] J. Chen and B. Andresen, The Maximum Coefficient of Performance of Thermoelectric Heat Pump, Int. J. Ambient Energy, 1996, **17**: 22—28.
- [14] J. P. Holman, Thermodynamics, 3rd ed., New York: John Wiley Sons, 1980.
- [15] J. Chen, B. Lin, H. Wang *et al.*, Semicond. Sci. Technol., 2000, **15**: 184—188.
- [16] G. Mahan, B. Sales and J. Sharp, Phys. Today, 1997, **50**(3): 42—47.

Optimal Analysis of Performance Characteristics of Combined Semiconductor Refrigeration System^{*}

WANG Hong-jie and CHEN Jin-can

(Department of Physics, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: The coefficient of performance and the rate of refrigeration are used as objective functions in order to research the performance characteristics of a combined semiconductor refrigeration system. The maximum coefficient of performance and rate of refrigeration are derived. The internal structure of semiconductor cooling devices is optimized. The optimal range of the working current is determined. The results obtained here can provide some valuable theoretical bases for the optimizations and operation of combined semiconductor refrigeration systems.

Key words: semiconductor cooling device; performance parameter; irreversible effect; optimal analysis

PACC: 6590; 8630J; 0720M; 6570

Article ID: 0253-4177(2001)07-0938-06

* Project Supported by Trans-Century Training Program Foundation for the Talents by the State National Educational Ministry of China.

WANG Hong-jie male, born in 1976, graduate student, is engaged in the theoretical investigation into the performance of thermoelectric devices.

CHEN Jin-can male, born in 1954, is a professor and supervisor of physics. He is engaged in the investigation into the modern theory of thermodynamics.