

基于不完全分解预优共轭梯度法的 电源和地线网络求解器^{*}

武晓海 殷 莉 洪先龙

(清华大学计算机科学与技术系 北京 100084)

摘要 在超大规模集成电路的电源和地线网络的设计中,求解由该网络上每个节点的电压和每条边上的电流是最基本的运算,它对电源和地线网络拓扑结构设计和线宽优化算法的质量具有直接的影响.针对电源和地线网络的特殊性,提出了一个高效的电源和地线网络求解器,包括电路网络中树结构的合并与恢复和用不完全分解的预优共轭梯度法来求解节点电压方程.该求解器的运算速度很快,所耗费的内存很小,同时具有很强的鲁棒性.

关键词: 求解器, 电源/地线网络, 共轭梯度法, 不完全乔莱斯基分解

EEACC: 1130B, 1210

文章编号: 0253-4177(2000)03-0298-05

Power/Ground Network Solver Based on Incomplete Cholesky Decomposition Conjugate Gradient^{*}

WU Xiao-hai, YIN Li and HONG Xian-long

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Received 1 November 1998, revised manuscript received 29 January 1999

Abstract In the design of VLSI's power and ground network, it is the most basic to compute all the voltage of the nodes and all the current of the edges in the circuits. The time and space complexity of these computation directly influence the design and optimization of the power and ground network. In this paper, we propose an efficient power/gound network solver, which include the absorption & resumption of the trees in the circuits and the method to solve the node voltage equation set by incomplete Cholesky decomposition conjugate gradient. The power and ground network solver we proposed runs very fast and

* 高等学校博士学科点专项科研基金资助课题, 课题编号, 96000330[Project Supported by the Doctoral Foundation of the State Education Ministry of China Under Grant No. 96000330].

武晓海 男, 1973 年出生, 博士研究生, 目前从事超大规模集成电路电源和地线网络的设计和优化研究.

洪先龙 男, 1940 年出生, 教授, 博士生导师, 目前从事超大规模集成电路布图和布线的算法研究.

Email: {wuxh, yinli, hongxl}@tiger.cs.tsinghua.edu.cn

1998-11-01 收到, 1999-01-29 定稿

consume very small memory.

Key Words: Solver, Power/Ground Network, Conjugate Gradient, Incomplete Cholesky Decomposition

EEACC: 1130B, 1210

Article ID: 0253-4177(2000)03-0298-05

1 引言

在超大规模集成电路的布图布线中,电源和地线网络的设计是非常重要的。它直接影响芯片工作的可靠性和布线资源的消耗。众所周知,电流流过电源线(或地线)时会带来电压降及金属电迁移问题。过大的电压降会导致逻辑错误或降低开关速度,而金属电迁移会引起电源和地线过早失效。为了减小电源和地线上的电压降及电流密度,通常要求电源和地线的宽度远大于信号线的宽度,占用了大量的芯片面积。但是布线资源非常宝贵。为了留出更多的面积给信号线,对电源和地线网络的拓扑结构与线宽必须进行优化。

当前,电源和地线网络的设计和优化基本上有启发式方法和数学规划两类解决途径,在一些用启发信息对电源和地线网络设计和优化的算法^[1,2]中,搜索可行解的每一步都要求解电源和地线网络形成的电路方程,以测试当前电源和地线拓扑结构是否违反了电压降约束和金属电迁移约束,也就是测试当前拓扑是否是可行解。而在一些用数学规划方法进行电源和地线网络设计和优化的算法^[3~5]中,经过迭代后产生的电源线和地线的线宽都是浮点数,而工艺上要求的线宽都是整数。为了能够得到一个整数解,需要在浮点数解的邻域内搜索可行解,使用的一般是贪婪算法,也需要对电路进行求解以检查当前拓扑结构是否满足电路约束。

另外,在电源和地线网络设计结束之后,我们需要对电路进行分析,首先要检查可行性,即确定电源和地线网络是否满足电路约束;然后根据电流和电压在电路中的分布情况对电源和地线网络的性能加以评价。例如对于多压焊块的供电系统,各电源的供电量应该均匀,同时各边上的电流不能相差太大。也需要对电源和地线网络进行求解。所以,在目前的电源和地线网络设计和优化算法中,最基本的操作就是对电源和地线网络产生的电路方程组进行求解。电路方程的求解速度及其所耗费的内存对电源和地线网络的设计和优化算法的质量具有决定性的影响。

本文提出了一种新的电源和地线网络的求解方法。该方法的特点在于它充分考虑了电源和地线网络的特性,有针对性的提出了合适的解决方案,求解速度很快,同时占用内存很少。该方法的主要过程是:1)为了减小电路的规模,将电路中的树结构进行合并;2)由当前的电源和地线网络到节点电压方程,用不完全分解的预优共轭梯度法进行求解;3)将合并的树结构恢复,最后得到每个点上的电压和每条边上的电流。

2 合并和恢复电路中的树结构

当前在工业界中使用的电源和地线拓扑基本上有三种模式:树形结构、网状结构和两者的综合,即含有树的网状结构。本文提出的电源和地线网络求解器对上述三种模式都可以解决。树形结构的电源和地线网络,由于其每条边上的电流方向已知,很容易得到电压和电流信息。我们可以把将子节点上的吸纳电流加到父节点上从而得到电路中的电流分布并进而知道电压的分布。因此,对于树结构不需要使用吉尔霍夫定律解电路方程就可以求解电路。而对于网状结构的电源和地线拓扑只能通过求解电路方程来获得电压和电流的分布情况。

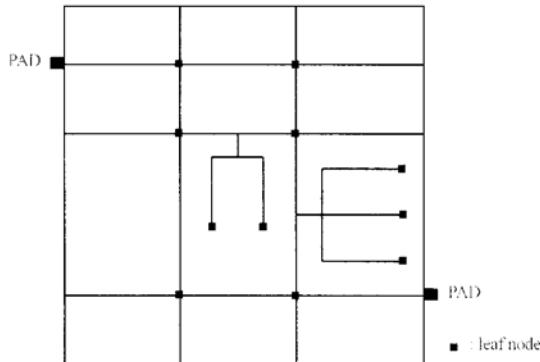


图 1 含有树的网状结构电源和地线网络示意

FIG. 1 The Network Schematic Diagram

of the Power and the Ground Line

Containing Network Structure of the Tree

有的节点只需扫描一次。当发现一个节点是某个被吸收树的根节点时我们将以宽度优先的顺序来遍历此树。父节点上的电流值减去其子节点上电流值之和从而得到父节点上新的电流值。同时,其序号变为正以表示该节点被恢复。

3 求解电路方程

电源和地线网络形成以后,可以通过节点电压法来构造节点电压方程组。使用节点电压方程组的好处在于避免回路电流法中寻找独立回路的操作,同时,由节点电压法从电源和地线网络获得的电路方程组 $AX = B$ 具有很好的性质:

A 是大规模的稀疏矩阵。

在对电源进行一些简单的变换后,系数矩阵 A 是一个对称矩阵。

A 是一个正定矩阵。

因此,针对节点电路方程组的上述特性,本文选择了不完全分解的预优共轭梯度法来快速求解。

对于经典的共轭梯度法^[6],其收敛的快慢依赖于系数矩阵的谱分布情况,当系数矩阵的条件数很小时它可以用很少几步得到高精度的近似解。否则会收敛得很慢。为克服这个问题,可以依据一定的算法构造预优矩阵来设法降低系数矩阵的条件数,称为预优共轭梯度法(Preconditioned Conjugate Gradient)。

显然,预优共轭梯度法的关键在于选择一个好的预优矩阵以提高收敛速度。本文针对电路方程组的特殊性,采用了不完全分解的乔莱斯基分解来获得预优矩阵,这种方法被称为不完全分解的预优共轭梯度法(Incomplete Cholesky Decomposition Conjugate Gradient),简写为 ICCG 方法^[7~10]。实验证明,该方法的运

如图 1 所示,如果拓扑中既包括网状结构又包括树结构,我们的求解器可以找到电路网络中所有的树,然后将树合并为一个点,该点的电流值是树结构中所有叶子节点吸纳电流的和,这样,电路可以用解网状结构的方法进行求解。通过合并树结构可大大减少电路求解的规模,从而提高求解器运算的速度。

为了吸收树结构中的节点,我们首先检查电路网络中的所有节点,如果某个节点的连接度为 1,则这个节点必为某棵树的叶子节点,然后将该节点的电流加到它的父节点上。同时,该节点的序号变负以表示它已经被“删除”。这个过程将持续下去直到电路中没有连接度为 1 的节点。这个过程可以被描述为流程 absorb。

在获得了除树结构外的节点电压后,电路网络需要恢复成原有状态。在恢复的过程中所

```

PROCEDURE absorb
BEGIN
hasleaf= TRUE;
WHILE hasleaf DO
BEGIN
hasleaf= FALSE;
FOR all nodes with positive no. DO
IF (connection degree= 1)
BEGIN
hasleaf= TRUE;
Add the current to its parent node;
Delete the this node;
END IF;
END WHILE;
END PROCEDURE;

```

算速度非常快.

4 系数矩阵 A 的存储方法

如前所述, A 是一个大型的稀疏矩阵, 没有必要使用二维数组对其进行存储, 为了节省内存空间, 本文使用了线性表的存储方法, 系数矩阵 A 以三个一维数组表示. 设 A 的维数是 N , 三个数组分别为 ld, jl, il .

ld : 存储着 A 中所有的非零元素. 前 N 个元素是 A 的对角元素, 然后按行依次存放 A 的上三角部分的所有非零元素.

jl : 依次存放有矩阵每行的第一个元素在 ld 线性表中的位置. 需要注意的是这个位置值等于 ld 的下标减去 N (把对角元素的数目去掉).

il : 依次放有 ld 中每个元素所对应的系数矩阵列下标.

由于 A 的稀疏性, 使用线性表进行存储可以非常有效地节省内存空间.

5 实验结果

本文所提出的电源和地线网络求解器已经用 C 语言实现, 并对几个规模不等的电路实例进行了实验, 结果如表 1 所示(在 ultra sparc2 上运行), 吸收树结构所用时间同总时间相比可以忽略不计, 未列入表 1 中.

从表 1 可以看出, 和其它迭代方法相比, ICCG 方法的迭代次数随电路规模增长得很慢, 运行时间大致和节点数的平方成正比, 即 ICCG 方法的时间复杂度为 $O(n^2)$, 速度较一般的高斯消元法和迭代法要快许多.

表 1 ICCG 方法的实验结果

Table 1 Experimental Results of ICCG Method

电路实例	节点数	边数	迭代次数	ICCG 方法所用时间/s	恢复树结构所用时间/s	总时间/s
C100	155	276	19	0.02	0.01	0.04
C250	330	618	26	0.03	0.01	0.07
C500	630	1193	34	0.10	0.01	0.17
C1000	1148	2219	49	0.27	0.09	0.39
C2500	2708	5309	76	0.83	0.09	1.12
C5000	4426	8686	88	1.59	0.21	2.04
C10000	8448	16669	133	4.45	0.36	5.35
C20000	20585	40861	214	17.40	1.02	19.62

6 结束语

本文提供了一个高效的电源和地线网络求解器. 在实现的过程中我们充分考虑了电源和地线网络的物理特性, 提出了具有针对性的算法对其进行求解. 首先通过合并电路中的树结构来降低电路的规模, 由于电路中存在大量的供电树, 这一过程会使电路规模大大降低, 同时它所耗费的运行时间很少. 然后我们根据电路方程组的良好性质, 采用了不完全分解的预优共轭梯度法对节点电压方程进行快速求解, 最后再把电路中的树结构加以恢复.

由于当今的集成电路的规模非常大, 节点电压方程中的电导系数矩阵 A 是一个大型稀疏矩阵, 针对上述情况我们采用线性表的数据结构来存储系数矩阵, 从而大大降低了占用的内存空间。通过使用一些工业界的实际例子进行测试, 该电源和地线网络求解器运行稳定, 具有很强的鲁棒性。而且占用内存较少, 运行速度很快。

参 考 文 献

- [1] Changge Qiao, Xiaohai Wu and Xianlong Hong, Power and Ground Network Optimization for Cell Based VLSIs, Proceedings of CAD & Graphics'97, 1997, 512~ 516.
- [2] Xiaohai Wu, Changge Qiao and Xianlong Hong, Design and Optimization of Power/Ground Network for Cell-based VLSIs with Macro Cells, Proceedings of ASP-DAC'99, 1999.
- [3] Mitsuhashi T. & Kuh E. S, Power and Ground Network Topology Optimization for Cell Based VLSIs, Proceedings of 29 th ACM/IEEE Design Automation Conference, 1992, 524~ 529.
- [4] Dutta R. & Sadowska M. M., Automatic Sizing of Power/Ground(P/G) Networks in VLSI. , Proceedings of 26 th Design Automation Conference, 1989, 783~ 786.
- [5] Chowdury S. & Breuer M. A., Minimal Area Design of Power/Ground Nets Having Graph Topologies. , IEEE Trans. CAS, 1987, 34(12), 1441~ 1451.
- [6] J. K. Reid(1971b). On the Method of Conjugate Gradients for the Solution of Large Systems of Linear Equations, Academic Press, New York, pp 231~ 254.
- [7] Gene H. Golub and Charles F. Van Loan. Matrix Computations. Johns Hopkins University Press. 1983.
- [8] 徐树方, 矩阵计算的理论与方法, 北京: 北京大学出版社, 1995, 162~ 177[XU Shufang, Theory and Method of Matix Computations, Peking University Press, Beijing 1995, 162~ 177(in Chinese)].
- [9] 蔡大用, 数值代数, 北京: 清华大学出版社, 1987, 149~ 159[CAI Dayong, Numerical Algibra, Tsinghua University Press, Beijing 1987, 149~ 159(in Chinese)].
- [10] 胡家赣, 线性方程组的迭代解法, 北京: 科学出版社, 1991, 173~ 201[HU Jiagan, Recursion Solution for Linear Equations, Science Press, Beijing, 1991, 173~ 201(in Chinese)].