

剪切应力对压阻传感器灵敏度的影响*

王 言 鲍敏杭 晋 琦

(复旦大学微电子研究所)

1985年7月26日收到

本文从理论上和实验上对剪切应力对力敏电阻的压阻灵敏度影响进行了研究。在本文的分析中,取消了已在工作中对力敏电阻设计的取向限制,在计入剪切应力项作用的情况下,得到了(100)、(110)、(111)圆硅膜和(100)方膜和长方膜上力敏电阻的压阻灵敏度表式。结果的解析形式及其曲线图示表明,在一般情况下,剪切应力项可以有很大的影响。为了证实这些分析的正确性,在长方形n型(100)硅膜上扩散制造了五个有不同取向角的电阻。这些电阻的压阻灵敏度对取向角关系的实验结果表明,剪切应力项的作用不可忽略。由于目前所见的关于压阻传感器的文献中都没有对剪切应力的作用足够重视,本工作的结果对力敏电阻设计提供了有用的资料。

一、引言

随着现代社会信息技术的发展,作为获取信息的工具——传感器也在以很高的速度发展着。在各种压力传感器中,压阻型硅压力传感器是发展得较早^[1,2],很有发展前途的固态传感器。因此,压阻传感器的分析和设计方法目前仍然是人们感兴趣的研究课题^[3]。但已发表的工作在进行分析时,一般都采用局限于特定情况的一维分析,而且都没有考虑剪切应力对压阻灵敏度的贡献。作者在对硅的横向压阻效应的分析工作中^[4],发现在一般情况下,剪切应力的作用不能忽略,因此本文对硅的纵向压阻效应进行了更一般化的二维分析,并讨论了剪切应力对器件灵敏度的影响,以得到一些对压阻式压力传感器有用的设计思想。

二、压阻灵敏度的分析和设计

压力传感器的力敏器件通常是设计在很薄的硅膜上的,在直角坐标系中,设硅膜位于x'y'平面上,则有:

$$\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} = \pi'_{11}\sigma'_{xx} + \pi'_{12}\sigma'_{yy} + \pi'_{16}\sigma'_{xy}, \quad (1)$$

式中 σ'_{xx} 、 σ'_{yy} 是正应力, σ'_{xy} 是剪切应力; π'_{ii} 是经过坐标变换后的压阻系数^{[3][4]}; $\Delta\rho_1$ 为电阻率的变化量, ρ_0 为受应力前的电阻率。

将x'y'相对晶体主轴座标的方向余弦代入 π'_{ii} 的表式可得到任意晶面上压阻系数的

* 中国科学院科学基金资助的项目。

解析式(附录1)从这些解析式中可知,除了(111)面上 $\pi'_{16}=0$ 之外(001)面和(101)面上 π'_{16} 皆不为零,也就是说,在(001)面和在(101)面上设计力敏电阻时剪切应力的作用都不能忽略。

为了分析剪切应力的作用,不妨将式(1)分为两部分:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = s_1 + s_2 \equiv s, \quad (2)$$

式中 s_1 对应于正应力的项, s_2 对应于剪切应力的项,它们分别可表示为:

$$s_1 = \pi'_{11}\sigma'_{xx} + \pi'_{12}\sigma'_{yy}, \quad (3)$$

$$s_2 = \pi'_{16}\sigma'_{xy}. \quad (4)$$

在此基础上可以得出(001)、(101)、(111)面几种常见形状的硅膜上的力敏电阻的灵敏度表示式(附录2)及相应灵敏度图线。

(a) 器件位于(001)方膜边缘或矩形膜边缘或中心

通过各向异性腐蚀得到的腐蚀面在(001)晶面的交线为[110]和[110]方向,所以这里取[110]方向为器件倾角 θ 的起始方向,当电阻位于直边中点附近时(应力最大处),P型和N型器件的灵敏度图线见图1。

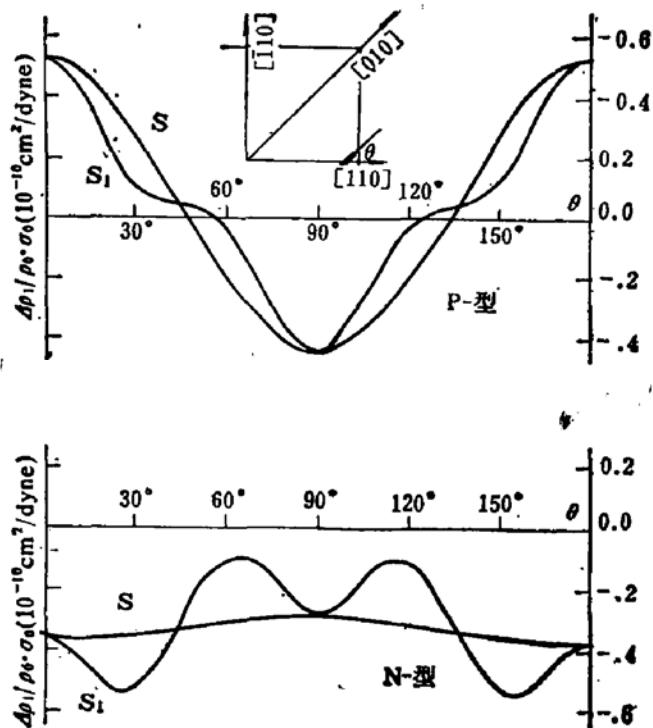


图1 方膜边缘或矩形膜中心的压阻灵敏度

表1 硅压阻系数数据(单位 $10^{-18} \text{cm}^2/\text{dyne}$)

导电类型	π_{11}	π_{12}	π_{44}
P型	6.6	-1.1	138.1
N型	-102.2	53.4	-13.6

由于不同导电类型的硅材料有不同的压阻系数 π_{11}, π_{12} 和 π_{44} , 所以 P 型和 n 型器件有不同的灵敏度。这里采用了表 1^[2] 中压阻系数的数据。

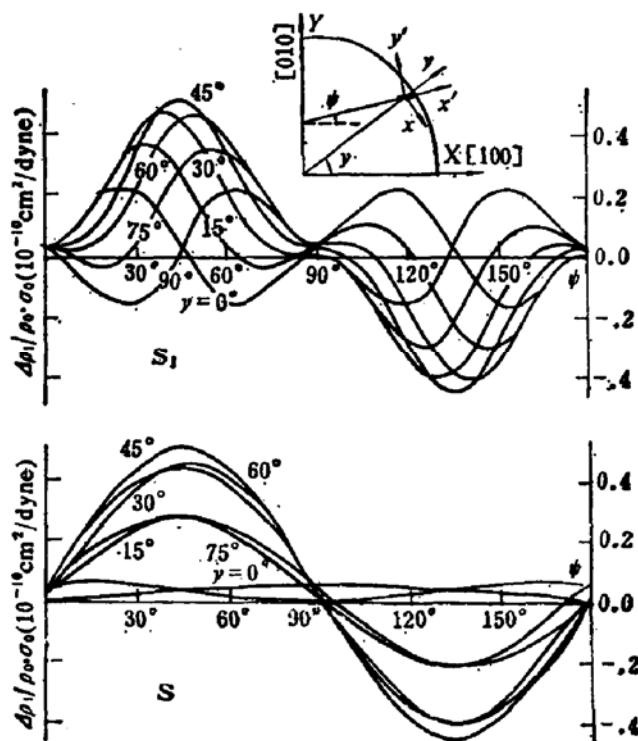


图 2 (001) 圆膜边缘 P 型电阻的 s_1 和 s 图线

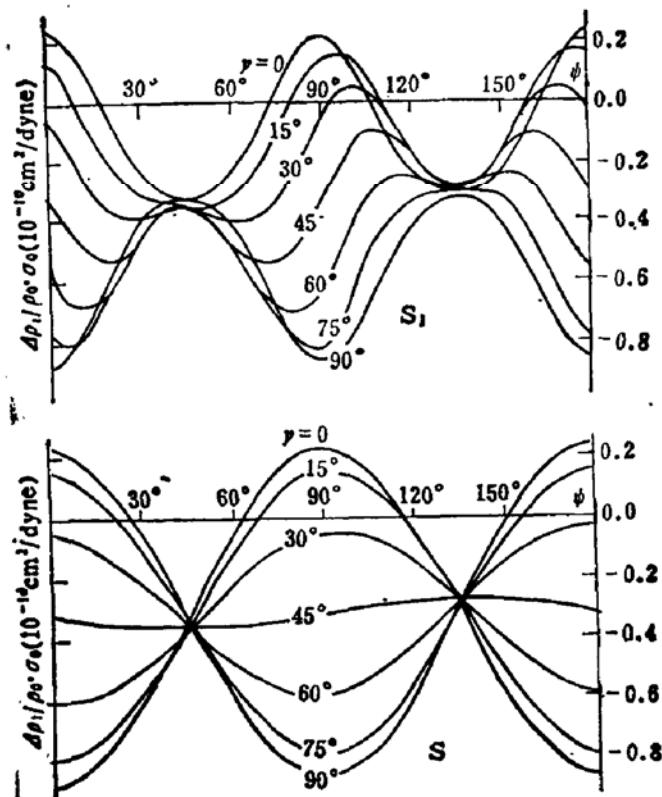


图 3 (001) 圆膜边缘 n 型电阻的 s_1 和 s 图线

(b) 器件位于(001)圆膜边缘

通过各向同性腐蚀或机械研磨的方法可得到圆型的硅膜。当器件位于边缘任意点并可有任意取向时，器件具有二个自由度。 γ 是器件所在方位与[100]晶向的夹角， ϕ 是器件电流方向与[100]方向的夹角。灵敏度曲线见图2和图3。

(c) 器件位于(101)圆膜边缘

在(101)圆膜上， γ 为器件中心点与[101]方向的夹角， ϕ 为器件电流方向与[101]方向的夹角时，灵敏度曲线见图4和图5。

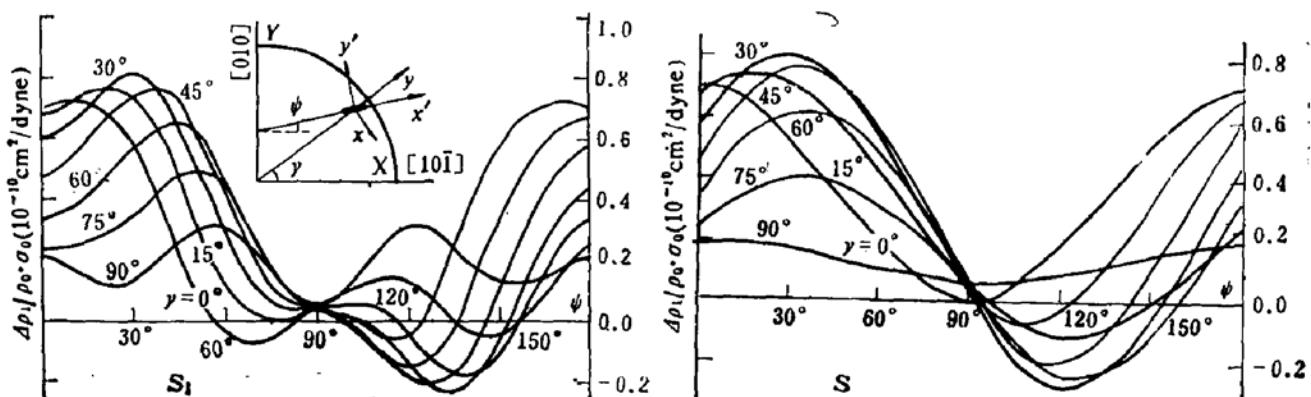


图4 (101) 圆膜边缘上P型电阻的 s_1 和 s 图线

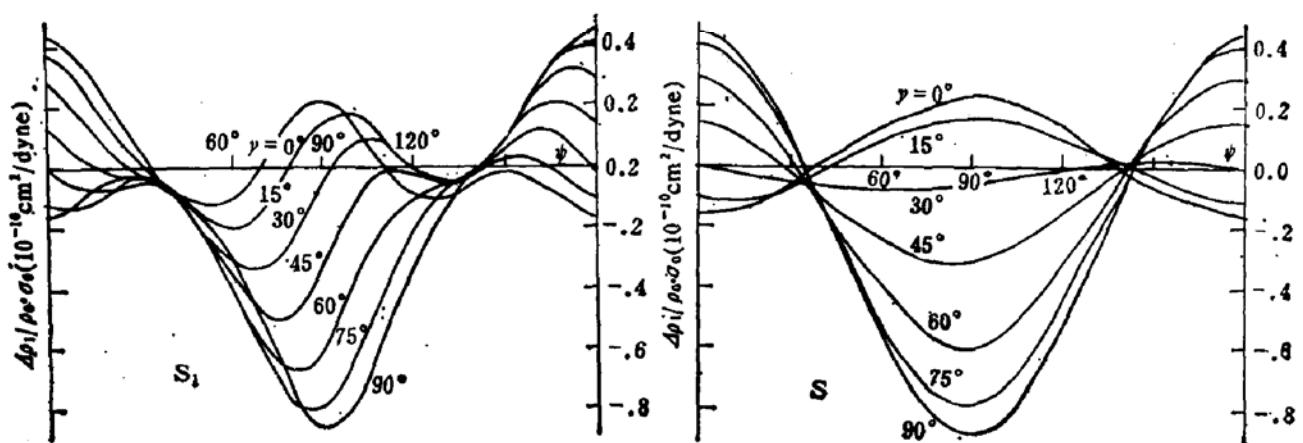


图5 (101) 圆膜边缘上n型电阻的 s_1 和 s 图线

(d) 器件位于(111)圆膜边缘

由于(111)面上的压阻系数是常数，所以与灵敏度有关的只是应力的大小，灵敏度只是器件取向与边缘切线间夹角 β 的函数。 P 型和 n 型器件的灵敏度曲线见图6。

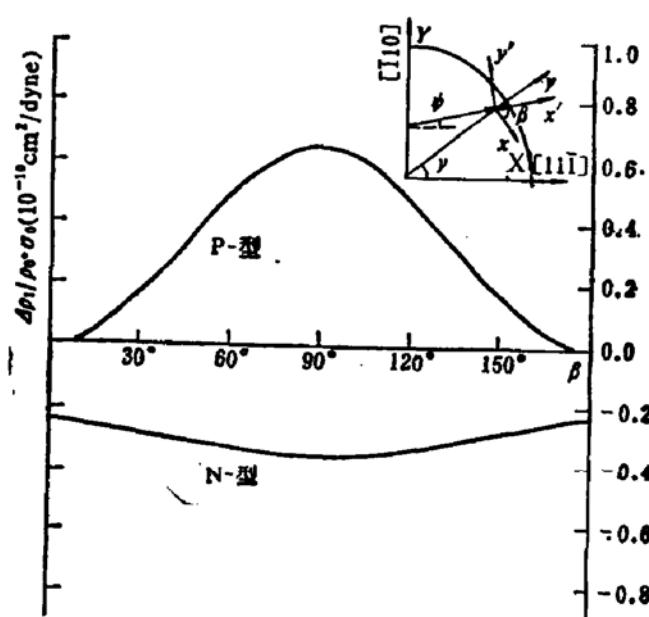


图 6 (111) 圆膜边缘 P 型和 n 型电阻的灵敏度曲线

三、实验结果和分析

为了验证本文分析的正确性,在长条 n 型(001)晶面的硅膜上设计了倾角分别为 0° 、 15° 、 22.5° 、 30° 、 45° 五个 P 型力敏电阻。硅膜长 $2b = 2.72\text{mm}$, 宽 $2a = 0.64\text{mm}$, 膜厚 h 约为 $25\mu\text{m}$ 。利用格拉索夫公式^[5], 可以导出矩形硅膜上的应力分布^[6](见图 7 和附录 3)。由图 7 可见中线上的应力是随着坐标变化的, 器件的压力灵敏度值不仅与器件的倾角 θ

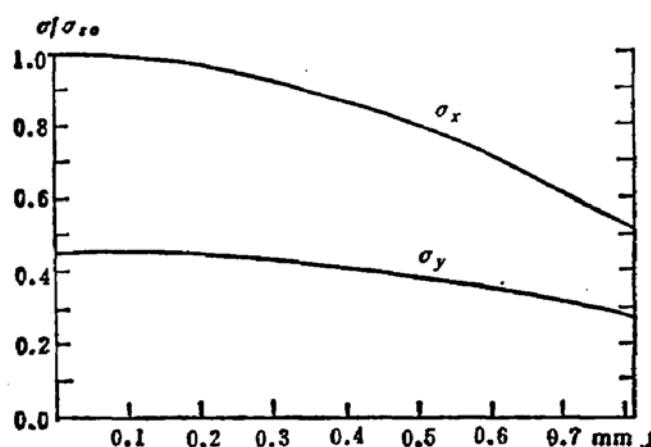
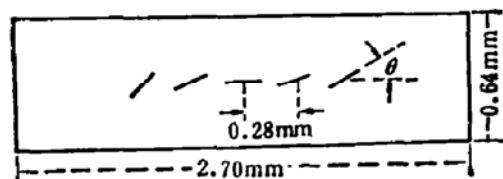


图 7 矩形硅膜上压敏电阻分布和中线上应力分布图

有关, 而且还与所在的点离硅膜中心的距离有关, 在考虑了应力变化这一因素的情况下, 实际灵敏度表示式为:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} = & \frac{P}{h^2(a^4 + b^4)} \left\{ \left[\pi_{11}\cos^2\theta + \pi_{12}\sin^2\theta - \frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\cos 2\theta \right] \right. \\ & \times [(b^2 - y^2)(-a^2) + \nu a^4(3y^2 - b^2)] \\ & + \left[\pi_{12}\cos^2\theta + \pi_{11}\sin^2\theta + \frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\cos 2\theta \right] \\ & \left. \times [a^4(3y^2 - b^2) + \nu(b^2 - y^2)^2(-a^2)] \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

利用 P型硅的压阻系数 $|\pi_{44}| \gg |\pi_{11}|, |\pi_{12}|$, 可得近似表式:

$$\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} = \frac{1}{2} \pi_{44} \cos 2\theta \sigma_{xy} \frac{(1-\nu)}{(a^4 + b^4)} [(b^2 - y^2)^2 - a^2(b^2 - 3y^2)]. \quad (6)$$

令 $K(y) = \frac{(b^2 - y^2)^2 - a^2(b^2 - 3y^2)}{b^4 - a^2b^2}$, 则位于 $(0, y)$ 位置上的器件的灵敏度相当于该器件位于膜中心 $(0, 0)$ 时的 $k(y)$ 倍, 把实验得到的灵敏度值除以 $k(y)$, 按(6)式和图 1, 器件的灵敏度值与倾角 θ 之间应满足余弦函数关系。

由于工艺上的误差, 不同芯片上硅膜厚度不同, 灵敏度有较大的差别, 在数据处理中, 为了消除硅膜厚度对灵敏度的影响, 对每一芯片上得到的五个灵敏度值(分别对应于五个倾角)都乘以一个权因子 T_i , 然后将各芯片上得到的数据取平均以得到五个灵敏度平均值。权因子 T_i 的取值原则是使每一芯片上得到的五个数据与平均值之差的总和为零(即正负相消), 这个数据处理过程是借助于计算机完成的。实验数据列表如下, 表中的灵敏度值已经除以 $k(y)$ 相当于器件都位于硅膜的中心:

表 2 器件倾角和对应的灵敏度值

倾角 A	0°	15°	22.5°	30°	45°
灵敏度值	0.9866	0.9361	0.8130	0.6347	0.1633
均方误差	0.0071	0.0137	0.0355	0.0151	0.0344

图 8 给出了实验数据的二条计算机拟合曲线, 一条是不考虑剪切应力的拟合曲线 $S(A_i)_a = K_a \cos^2[2(\theta - \delta_A)]$, 另一条是考虑剪切应力下的拟合曲线 $S(A_i)_b = K_b \cos[2(\theta - \delta_B)]$, 显然曲线 a 与实验数据很不符合, 而曲线 b 与实验值符合得很好。这里的 δ_A 是角度偏离值, 在计算机拟合过程中算出 $\delta_A = 4.7^\circ$, 它可以从硅片上的 [110] 方向和掩膜板的光刻对准误差来解释。

用最小二乘法进行线性拟合的方法, 也可以判断实验数据与理论分析的符合程度, 以实验数据为纵坐标, 以理论值为横坐标, 得到拟合直线方程如下:

(a) 不考虑剪切应力:

$$S(A_i)_a = 0.863 \cos^2(\theta - 9.6^\circ) + 0.19. \quad \text{相关因子 } R = 0.974$$

(b) 考虑剪切应力:

$$S(A_i)_b = 0.980 \cos 2(\theta - 4.7^\circ) + 0.013. \quad \text{相关因子 } R = 0.999$$

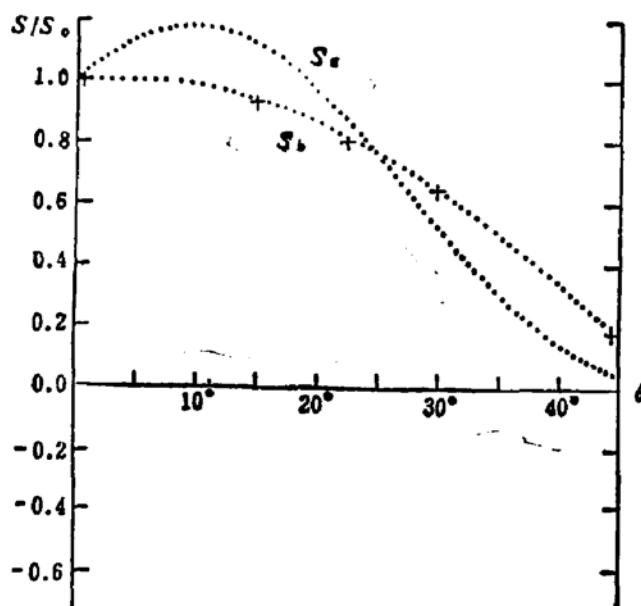


图 8 实验值及其计算机拟合曲线

这里得到了和前面相同的结论：不考虑剪切应力，实验数据与理论分析相差甚远，而考虑了剪切应力，则实验数据与理论相当符合。

当电阻加电压 1V，膜上作用压强 200mmHg 时，典型电压变化值约为 5.0mV($\theta = 0^\circ$ 的器件)，即压力灵敏度为 $25\mu\text{V}/\text{V}\cdot\text{mmHg}$ 。将硅膜的几何线度代入(6)式，得到该器件的压力灵敏度为 $26\mu\text{V}/\text{mmHg}$ ，二者符合相当好。

四、讨 论

在已发表的分析力敏效应的文献中，计算压力灵敏度时没有考虑 $\pi'_{14}\sigma'_{xy}$ 这一剪切应力项的作用，由于这一项的值与正应力引起的项具有相同数量级，忽略了这一项势必引起灵敏度计算明显的误差，也就得不到最佳设计。对于(001)晶面方膜边缘、长条膜边缘或长条膜中心位置的 n 型器件来说，不考虑剪切应力，极点在 $\theta = 26^\circ$ 的位置，灵敏度 $\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} = -0.538 \times 10^{-10}\sigma_1(\text{cm}^2/\text{dyne})$ ，考虑了剪切应力，极值点在 $\theta = 0^\circ$ 的位置，灵敏度 $\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} = -0.365 \times 10^{-10}\sigma_1(\text{cm}^2/\text{dyne})$ ，两者的误差达 47%，对于 p 型(001)面长条膜上器件来说，虽然 $\pi'_{14}\sigma'_{xy}$ 在极值点处恰好为零，忽略了剪切应力并不影响极值点的灵敏度值。但是在极值点以外的区域，该项的作用仍然十分明显。由于实验数据很接近余弦曲线，与计入剪切应力的结果更符合，证明了本文分析的正确性和考虑剪切应力作用的必要性。

本工作得到谢希德教授和唐璞山教授的热心支持。实验工作中得到了戎瑞芬同志，沈加英同志及微电子所许多同志的帮助，作者谨在此表示诚挚的谢意。

附录 1 各主要晶面上压阻系数解析式

(a) (001) 晶面：(ψ 为器件电流方向与[100]方向的夹角)

$$\begin{cases} \pi'_{11} = \pi_{11} - \frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\sin^2 2\phi \\ \pi'_{12} = \pi_{12} + \frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\sin^2 2\phi \\ \pi'_{14} = -\frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\sin 4\phi \end{cases}$$

(b) (101) 晶面: (ψ 为器件电流方向与 [101] 方向的夹角)

$$\begin{cases} \pi'_{11} = \pi_{11} - \frac{1}{2}\cos^2\psi(4\sin^2\psi + \cos^2\psi)(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \\ \pi'_{12} = \pi_{12} + \frac{3}{8}\sin^2 2\psi(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \\ \pi'_{14} = \frac{1}{2}\sin 2\psi(2\sin^2\psi - \cos^2\psi)(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \end{cases}$$

(c) (111) 晶面:

$$\begin{cases} \pi'_{11} = \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}) \\ \pi'_{12} = \frac{1}{6}(\pi_{11} + 5\pi_{12} - \pi_{44}) \\ \pi'_{14} = 0 \end{cases}$$

附录 2 器件位于各种硅膜上的灵敏度表示式

(a) (001) 方膜边缘或矩形膜边缘及中心:

$$s_1 = (\pi_{11}\sigma_1 + \pi_{12}\sigma_2)\cos^2\theta + (\pi_{11}\sigma_2 + \pi_{12}\sigma_1)\sin^2\theta - \frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(\sigma_1 - \sigma_2)\cos^2 2\theta$$

$$s_2 = -\frac{1}{2}(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(\sigma_1 - \sigma_2)\sin^2 2\theta \cos 2\theta$$

式中 σ_1 为垂直于边缘的应力, σ_2 为平行于边缘的应力。

(b) (001) 圆膜边缘:

$$\begin{aligned} s_1 &= (\pi_{11}\sigma_r + \pi_{12}\sigma_t)\sin^2(\psi - r) + (\pi_{11}\sigma_t + \pi_{12}\sigma_r)\cos^2(\psi - r) \\ &\quad + \frac{1}{2}\sin^2 2\psi \cos(2\psi - 2r)(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(\sigma_r - \sigma_t) \end{aligned}$$

$$s_2 = \frac{1}{4}\sin 4\psi \sin(2\psi - 2r)(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(\sigma_r - \sigma_t)$$

其中 σ_r 是圆膜边缘的径向应力, σ_t 是圆膜边缘的切向应力。

(c) (101) 圆膜边缘:

$$\begin{aligned} s_1 &= \left\{ (\pi_{11}\sigma_t + \pi_{12}\sigma_r) + \left[\frac{3}{8}\sin^2 2\psi \sigma_r - \frac{1}{2}\cos^2\psi(4\sin^2\psi + \cos^2\psi)\sigma_t \right] (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \right\} \sin^2(\psi - r) \\ &\quad + \left\{ (\pi_{11}\sigma_r + \pi_{12}\sigma_t) + \left[\frac{3}{8}\sin^2 2\psi \sigma_r - \frac{1}{2}\cos^2\psi(4\sin^2\psi + \cos^2\psi)\sigma_t \right] (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \right\} \cos^2(\psi - r) \end{aligned}$$

$$s_2 = -\frac{1}{4}\sin 2\psi(2\sin^2\psi - \cos^2\psi)(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\sin(2\psi - 2r)(\sigma_r - \sigma_t)$$

(d) (111) 圆膜边缘:

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{6} [3 \times (\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44})\sigma_z + (\pi_{11} + 5\pi_{12} - \pi_{44})\sigma_y] \cos^2 \beta \\ &\quad + \frac{1}{6} [3 \times (\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44})\sigma_y + (\pi_{11} + 5\pi_{12} - \pi_{44})\sigma_z] \sin^2 \beta \end{aligned}$$

附录 3 矩形硅膜上的应力分布:

$$\sigma_x = \frac{\rho}{h^2(a^4 + b^4)} [(b^2 - y^2)^2(3x^2 - a^2) + \nu(a^2 - x^2)^2(3y^2 - b^2)]$$

$$\sigma_y = \frac{\rho}{h^2(a^4 + b^4)} [(a^2 - x^2)^2(3y^2 - b^2) + \nu(b^2 - y^2)(3x^2 - a^2)]$$

参 考 文 献

- [1] S. K. Clark and K. D. Wise, *IEEE Trans. on Electron Devices*, ED-26, 1887(1979).
- [2] W. H. Ko et al., *IEEE Trans. on Electron Devices*, ED-26, 1896(1979).
- [3] Y. Kanda, "A Graphical Representation of the Piezoresistance Coefficients in Silicon", *IEEE Trans. on Electron Device*, ED-29, 64(1982).
- [4] 鲍敏杭, 王言, 复旦大学学报(自然科学版), 24, No. 3, 315(1985).
- [5] A. E. H. Love, *Mathematical Theory of Elasticity*, Dover Publications, New York, 4th ed., 1944.
- [6] X. P. Wu, M. H. Bao, W. X. Ding, *Sensors and Actuators*, 2, 309—320(1982).

Effect of Shear Stress on the Sensitivities of Piezoresistors

Wang Yan, Bao Minhang and Jin Qi
(Institute of Microelectronics Fudan University)

Abstract

Two dimensional analyses on pizoresistive sensitivities of resistors on (100), (110), (111) square, rectangular and circular silicon diaphragms are made and both of the results with and without shear stress being taken into consideration are presented and compared in graphic form. To verify the theoretical results, experimental devices are made and the angular dependences of piezoresistive sensitivity of p type resistors at the center of a rectangular diaphragm are observed. The results agree with the expected curve very well. Therefore, some of the design rules should be changed according to the present results.