

二维非等温的分布晶体管模型

高光渤 吴武臣

(北京工业大学无线电电子学系)

1982年6月21日收到

提 要

本文提出了一个考虑了晶体管热电反馈效应的分布晶体管直流模型,称之为“二维非等温的分布晶体管模型”。

本模型考虑了基区高注入效应、Kirk 效应以及由内基区电阻、发射极金属化电极薄层电阻所引起的电流横向及纵向集边效应,并计人了晶体管内温度分布的不均匀性对上述诸效应的影响。

借助计算机,利用下降法求解了描述本模型热电特性的非线性方程组,计算结果给出了晶体管发射区内温度、电流的二维分布数值,从而得到了晶体管热电反馈效应的定量描述,且理论结果与实验吻合良好。

利用本模型可进行功率晶体管的计算机辅助设计,预测功率晶体管的安全工作区并指导器件的可靠性设计。

一、引言

众所周知,热电反馈效应是双极型功率晶体管热不稳定的主要物理因素。定量研究热电反馈效应,无论在理论上还是在工程上都是一个有价值的研究课题,为此得到广大器件物理及器件可靠性物理工作者的注意。

Navon^[1]假定在晶体管有源区内有一初始热峰(Heat Spike),表为:

$$\Delta T(x, y, 0) = \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot \delta(t)$$

将其作为温度分布的初始微扰,求解二维热传导方程,得出了热不稳定性判据。

Hower^[2,3]提出了热稳定因子及稳定热斑的概念。

有关晶体管结温的计算, Lindsted^[4]给出了单发射极条晶体管在电流均匀分布时稳态结温的三维解。而当电流非均匀分布且考虑到热电反馈效应时,结温计算更为复杂。Kephart^[5]对这一问题给出了二维解,高光渤^[6]给出了三维解。

Gaur^[7]根据热电反馈原理,应用有限差分法进行了二维热分析,对功率晶体管安全工作区的预测进行了尝试。

上述诸例,均不能给出每条发射区内结温与电流的非均匀分布的数值解,因而精细研究热电反馈效应、以及进行安全工作区的预测尚有不足。为此,本文提出一个“二维非等

朱津津同志参加了实验工作。

温的分布晶体管直流模型”,用来解决上述问题。从而可较精确地对功率晶体管进行安全工作区预测、可靠性设计及计算机辅助设计。

二、模 型

本模型是以硅平面外延 NPN 功率晶体管为例给出的。假设该器件只有一条发射区，或虽是多发射区，但仅取中间一条发射区（这是因为中间一条发射区温度最高，最易烧

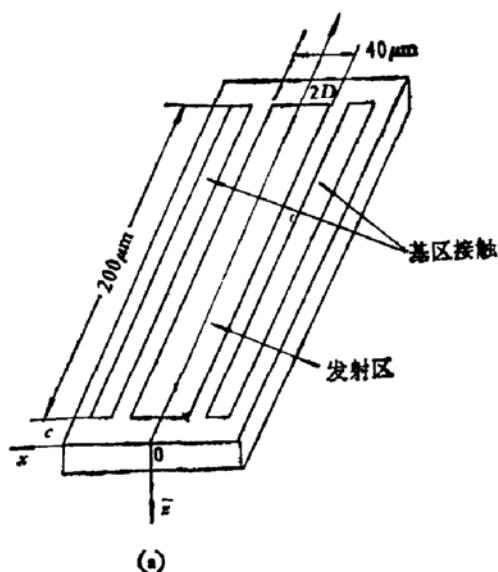


图 1(a) 晶体管三维结构

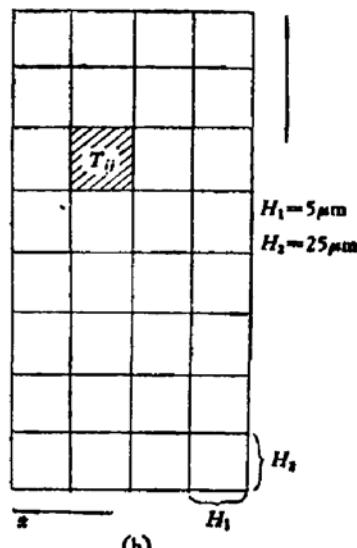


图 1(b) 半发射区划分

毁),这样所研究的晶体管三维结构如图 1(a)所示。

由图 1(a) 可知,在不考虑由工艺缺陷引入的不均匀性时,结温分布应是沿 y 轴对称的。于是,我们仅研究半发射区。在这半发射区内,虽然结温和电流仍是非均匀分布的,但我们总可以将半发射区划分成为 $m \times n$ 个面元如图 1(b) 所示。当面元被划分充分小时,每个面元内电流和结温可看成是均匀分布的。于是,这 $m \times n$ 个面元,便组成 $m \times n$ 个元晶体管面阵。元晶体管之间由内基区元电阻以及发射区金属化电极薄层电阻(包括接触电阻)相耦合。为简单起见,我们忽略了元晶体管之间电抗元件的作用以及集电极串联电阻 R_{ce} 对结温和电流分布的影响,这样我们便得到一个二维分布晶体管直流模型(见图 2)。

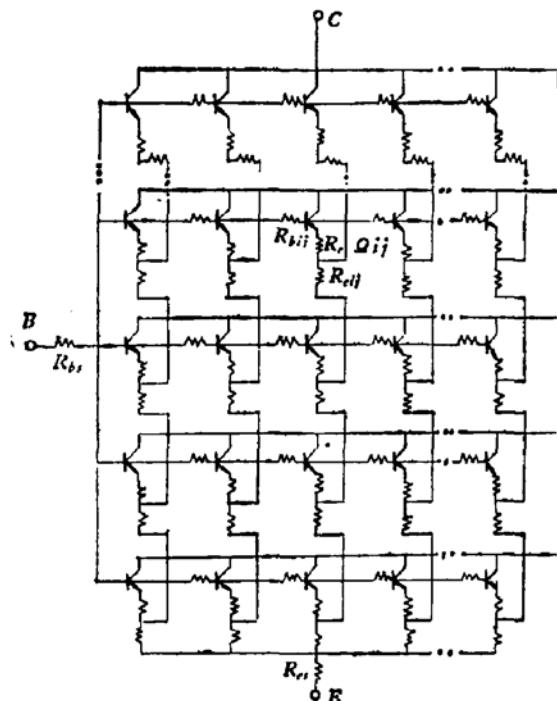


图 2 二维分布晶体管直流模型

图 2). 又由于我们考虑了各元晶体管之间结温的差异,故称之为“二维非等温的分布晶体管直流模型”。图 2 中任一元晶体管(第 ij 个: 第 i 行、 j 列)的结温、电流、载流子浓

度等一系列参数可表成 T_{ij} 、 I_{ij} 、 n_{ij} 的形式。这样，晶体管结温、电流等参数均用相应矩阵形式表示，例如结温矩阵 $[T_{ij}]$ ，电流矩阵 $[I_{ij}]$ 等。

显然，对于第 ij 个元晶体管，晶体管一维理论的结果仍然适用，于是有：
本征载流子浓度：

$$n_{ij} = 1.5 \times 10^{23} \times T_{ij}^3 \times e^{-\frac{E_g(T_{ij})}{kT_{ij}}} \quad (1)$$

禁带宽度：

$$E_g(T_{ij}) = E_g(0) + \beta T_{ij} = 1.21 - 3.6 \times 10^{-4} \cdot T_{ij} \quad (2)$$

非小注入时基区靠近发射结处电子浓度：

$$N_{bij} = \frac{N_a}{2} \left\{ \left[1 + 4 \left(\frac{n_{ij}}{N_a} \right)^2 e^{\frac{qV_{ij}}{kT_{ij}}} \right] - 1 \right\} \quad (3)$$

V_{ij} ：第 ij 个元晶体管发射结压降，由图 2 有：

$$\begin{aligned} V_{ij} &= V_{be} - I_B R_{bs} - I_{eij} R_{eQij} - \sum_{K=i}^{J_0-1} R_{bKf} \cdot \sum_{l=0}^K I_{blf} \\ &\quad - \sum_{K=-J_0}^j R_{eik} \cdot \sum_{l=K}^{J_0-1} I_{eil} - I_B R_{es} \end{aligned} \quad (4)$$

R_{eQ} ：元晶体管发射区接触电阻；

R_{bs} ：晶体管基极接触电阻与外基区电阻之和；

R_{es} ：发射区镇流电阻与金属化电极压焊点至电极根部电阻之和；

考虑大注入时的基区横向电导调制效应^[8]，内基区电阻为：

$$R_{bij} = \frac{H_2}{H_1} \cdot \frac{1}{3} \left[\frac{1}{R1b} + \left(\frac{1}{3} \mu_n + \mu_b \right) \cdot W_{bij} \cdot N_{bij} \cdot q \right]^{-1} \quad (5)$$

$R1b$ ：内基区方块电阻； H_1 、 H_2 ：元晶体管发射区宽、长（见图 1(b)）；

集电极电流：

$$I_{ij} = \frac{qH_1H_2D_{nbia}}{W_{bij}} \left(1 + \frac{N_{bij}}{N_a + N_{bij}} \right) \cdot N_{bij} \quad (6)$$

考虑到温度对少子扩散系数的影响^[9]：

$$D_{nbia} = \frac{KT_{ij}}{q} \mu_n = 8.6 \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot T_{ij}^{-1.6} \quad (7)$$

考虑到 Kirk 效应后，基区宽度应为^[10]：

$$W_{bij} = W_{b0} + W_c \left[1 + \left(\frac{I_0 - I_1}{I_{ij} - I_1} \right)^{1/2} \right] \quad (8)$$

$$I_0 = H_1 \cdot H_2 \cdot q \cdot V_{sc} \cdot \left[N_c + \frac{2\pi\epsilon_0 |V_{fb}|}{qW_c^2} \right] \quad (9)$$

$$I_1 = H_1 \cdot H_2 \cdot q \cdot V_{sc} \cdot N_c \quad (10)$$

非小注入时，元晶体管电流放大倍数：

$$H_{feij} = H_{fe0} / \left[1 + \frac{N_{bij}}{N_a} \right] \quad (11)$$

基极电流:

$$I_{bij} = I_{ij}/H_{feij} \quad (12)$$

发射极电流:

$$I_{eij} = I_{bij} + I_{ij} \quad (13)$$

晶体管电流放大倍数:

$$H_{fe} = \left(\sum_{i=0}^{I_e-1} \sum_{j=-J_0}^{J_0-1} H_{feij} \cdot I_{bij} \right) / \sum_{i=0}^{I_e-1} \sum_{j=-J_0}^{J_0-1} I_{bij} \quad (14)$$

各元晶体管集电极电流之和应为总集电极电流之半:

$$\sum_{i=0}^{I_e-1} \sum_{j=-J_0}^{J_0-1} I_{ij} = I_c/2 \quad (15)$$

上述诸方程,仅描述了本模型的电特性,其温度特性,必须求解三维热传导方程。类似文献[6],根据图1,同理可求出第 ij 个元晶体管结温表达式:

$$\begin{aligned} T_{ij} = & \frac{V_e \cdot W_e}{2 \cdot C \cdot D} \sum_{i=0}^{I_e-1} \sum_{j=-J_0}^{J_0-1} \frac{I_{ij}}{K_{ij}} + \frac{4DV_e}{\pi^2 \cdot C \cdot H_2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} (e^{\frac{m\pi W_e}{D}} - 1) / (e^{\frac{m\pi W_e}{D}} + 1) \\ & \cdot \cos \left[(D + jH_1) \frac{m\pi}{2D} \right] \cdot \sum_{i=0}^{I_e-1} \sum_{j=-J_0}^{J_0-1} \frac{I_{ij}}{K_{ij}} \{ \sin \mu_m [D + (j+1)H_1] \\ & - \sin \mu_m (D + jH_1) \} + \frac{C \cdot V_e}{\pi^2 D \cdot H_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot (e^{\frac{2n\pi W_e}{C}} - 1) / (e^{\frac{2n\pi W_e}{C}} + 1) \\ & \cdot \cos \frac{n\pi}{C} iH_2 \cdot \sum_{i=0}^{I_e-1} \sum_{j=-J_0}^{J_0-1} \frac{I_{ij}}{K_{ij}} \left[\sin \frac{n\pi}{C} (i+1)H_2 - \sin \left(\frac{n\pi}{C} iH_2 \right) \right] \\ & + \frac{4V_e}{\pi^2 H_1 H_2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \left(\frac{m^2}{4D^2} + \frac{n^2}{C^2} \right)^{-1/2} \cdot (e^{2\pi W_e (\frac{m^2+n^2}{4D^2+C^2})^{1/2}} - 1) / \\ & (e^{2\pi W_e (\frac{m^2+n^2}{4D^2+C^2})^{1/2}} + 1) \cdot \cos \left(\frac{n\pi}{C} iH_2 \right) \cdot \cos \left[\frac{m\pi}{2D} (D + jH_1) \right] \\ & \cdot \sum_{i=0}^{I_e-1} \sum_{j=-J_0}^{J_0-1} \frac{I_{ij}}{K_{ij}} \left\{ \sin \left[\frac{n\pi}{C} (i+1)H_2 \right] - \sin \left(\frac{n\pi}{C} iH_2 \right) \right\} \\ & \cdot \left\{ \sin \frac{m\pi}{2D} [D + (j+1)H_1] - \sin \frac{m\pi}{2D} (D + jH_1) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

式中各符号意义见文献[6],其中硅片热导率也是温度的函数:

$$K_{ij} = 320 / (T_{ij} - 80) \quad (17)$$

联立方程(1—17),便可得到描述本模型热电性能的数学模型。不难看出,这是含多变量的非线性方程组,只能借助计算机进行数值计算。我们利用国产DJS-6型电子计算机,采用下降法求解了上述方程组,图3给出了程序运算逻辑图。这样,我们就可在不同偏置条件及不同散热条件下针对不同晶体管结构,得到每一元晶体管的结温、电流、电流

放大倍数等一系列参数数值。

三、应用举例

笔者认为，本文提出的二维非等温的分布晶体管模型，可用于器件的计算机辅助设计，安全工作区预测及可靠性设计，还可定量分析功率晶体管因热电反馈效应引起的各种物理现象。本文仅以3DA200超高频中功率晶体管为例（有关参数见表1），定量研究了晶体管发射区内温度的非均匀分布对电流集边效应的影响。

为计算方便，我们将3DA200晶体管半发射区划分成 4×8 个面元（见图1(b)），且这种划分是在整个管子平面上进行的，为简便起见图1(b)仅给出半发射区， x 方向为条宽方向， y 方向为条长及压焊点方向）。在 $V_{CE} = 10V$, $I_c = 100mA$ 及 $V_{CE} = 15.5V$, $I_c = 65mA$ 两种偏置条件下（保持耗散功率 $P_c = 1W$ ），所得计算结果由图4、5给出，注意图4、5中 4×8 个格点的排列恰恰与图1(b)的半发射区划分成 4×8 个面元逐一对应，因而我们得到的是结温、电流在半发射区内的二维分布数值。计算结果表明，在温度均匀分布这一假设前提下（目前发表的有关电流集边效应的文章，多是这样假设的^[12,13]），电流集边程度严重，如当 $V_{CE} = 15.5V$, $I_c = 65mA$

时，电流集边度在9—10之间，（电流集边度定义为： $H = \frac{\text{发射区边缘处电流密度}}{\text{发射区中心处电流密度}}$ ）这就是说，发射区边缘处的电流密度近乎是中心处的10倍。实际上，由于晶体管的热电反馈效应，发射区中心温度高，抑制了集边效应。因此，当考虑温度分布的不均匀性及热电反馈效应后，所求得的电流集边度降至1.6—1.8。这一结论对功率晶体管可靠性设计、图形优化设计以及发射极条宽的选择无疑是重要的。

图6、7给出了相应的电流分布图。图6(a)、7(a)是假设温度均匀分布时的分布图。（分别相当于图4(c)）其中图6(a)取值于图4(c)最上面一行（最接近发射极压焊点的一端）数值，它表达了这一行上沿发射区条宽(x 方向)方向的电流分布，而图7(a)则是取值于图4(c)相应数值，因而表达了发射极电流在整个发射区平面上的二维分布图（注：参阅图1，因为温度、电流沿 y 轴的对称性，我们将图4的半条宽内的分布数值对称延拓到整个发射区平面，因而图6、7表达了对称延拓后的温度、电流分布情况）。图6(b)、7(b)取值于图4(b)，图6(b)相当于图4(b)最上面一行数值，它表达了考虑了热电反馈

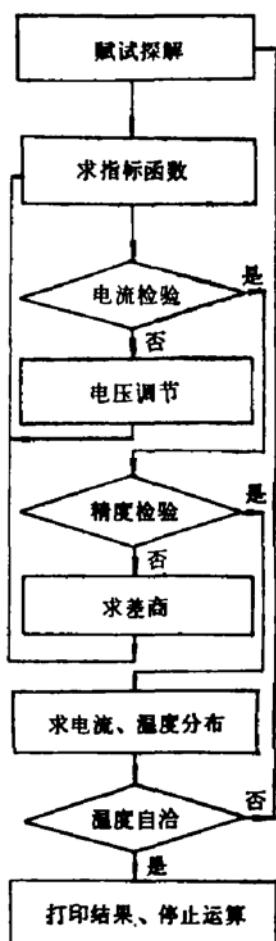


图3 程序运算逻辑图

表1 3DA200 晶体管参数

$N_{DB}(cm^{-3})$	$N_s(cm^{-3})$	$x_{je}(\mu)$	$\tau_{je}(\mu)$	$W_b(\mu)$	$R_{ob}(Q/\square)$	$W_c(\mu)$
6×10^{20}	5×10^{17}	0.5~0.7	1~1.2	0.5	4000	200

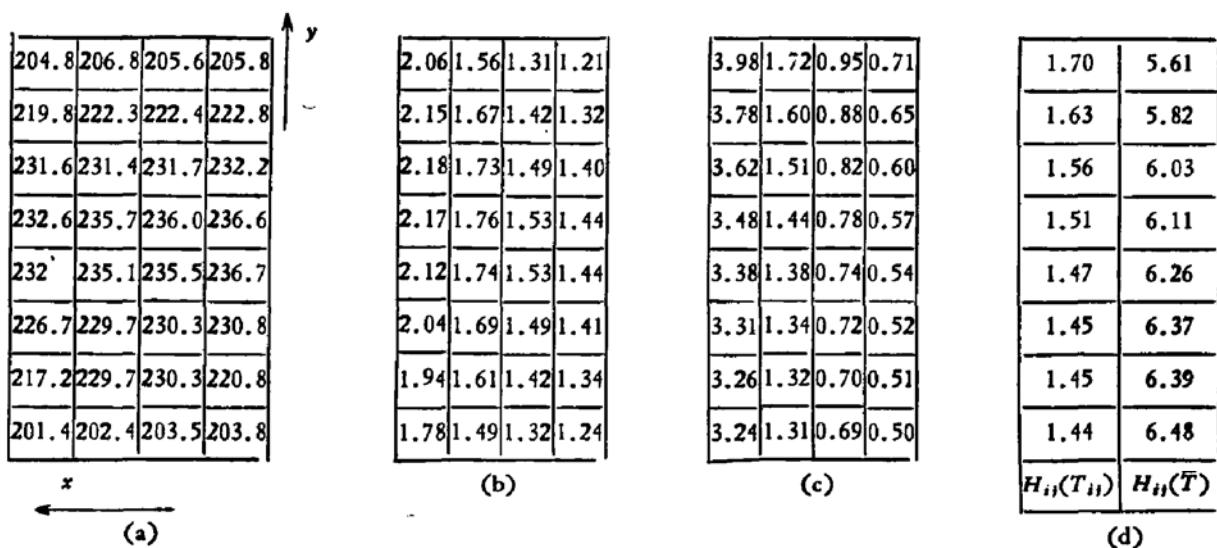


图 4 3DA200, $V_{CE} = 10V$, $I_C = 100mA$

- (a) 考虑热电反馈效应时半发射区内温度分布 (°C);
 - (b) 相应 (a) 温度时的电流分布 (mA);
 - (c) 温度均匀时的电流分布 (mA);
 - (d) 相应 (b), (c) 两种情况时的电流集边度

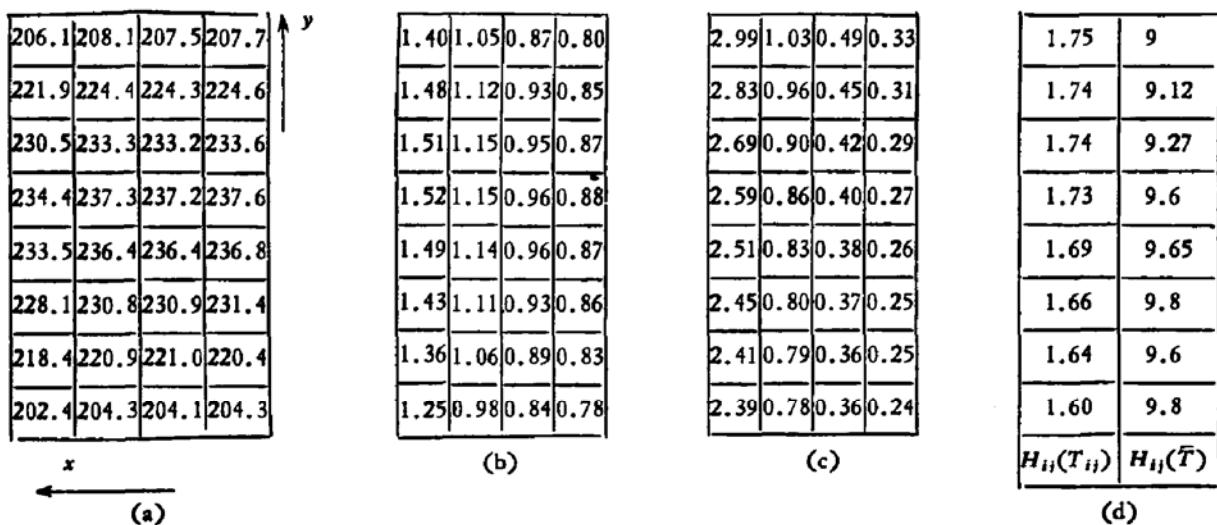


图 5 3DA200 $V_{CB} = 15.5V$, $I_C = 65mA$.

- (a) 考虑热电反馈时半发射区内温度分布 (°C);
 - (b) 相应 (a) 温度时的电流分布 (mA);
 - (c) 温度均匀时的电流分布 (mA);
 - (d) 相应 (b)、(c) 两种情况时的电流集边度

效应后这一行沿条宽方向的电流分布; 图 7(b) 取值于图 4(b) 相应数值, 它表达了考虑了热电反馈效应后在整个发射区平面上的电流分布。对比图 6(a)、6(b); 7(a)、7(b) 可明显看出, 考虑了热电反馈效应后, 电流分布的均匀性得到明显改善, 集边程度大大减弱。由图 4(a)、5(a) 还可看出, 峰值结温 $T_{ij\text{peak}}$ 出现在发射区中心偏根部位置(近发射极压焊点), 可达 236.7°C 。采用巴尼斯 (Barnes) RM-50 红外微热像仪实验测得的热图照片由图 8 给出。由图 8 可知, 所测得峰值结温 $T_{ij\text{peak}}$ 位置及大小均与计算值吻合良好, 据图 8 中数值(辐射强度), 折算得测量值 $T_{ij\text{peak}} = 235^{\circ}\text{C}$ 。随着加功率时间的增加, 金属化

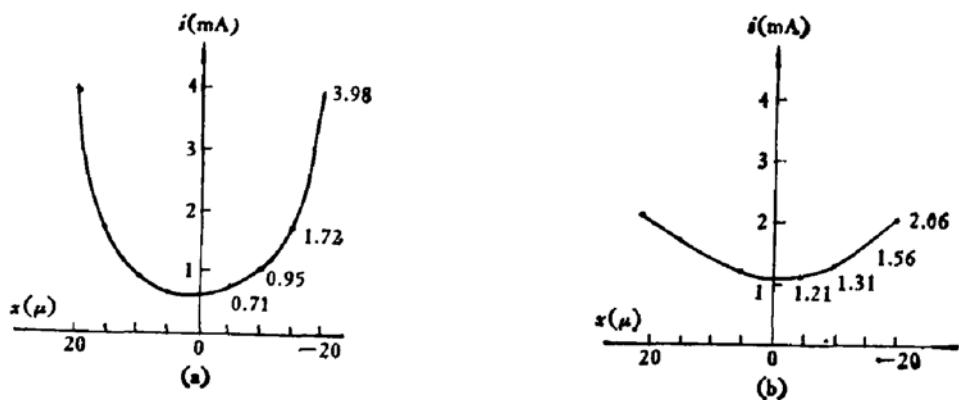


图 6 发射极电流沿条宽 ($40\mu\text{m}$) 方向的分布

(a) 温度均匀时的电流分布(取值图 4(c));
(b) 考虑热电反馈效应后的电流分布(取值图 4(b))

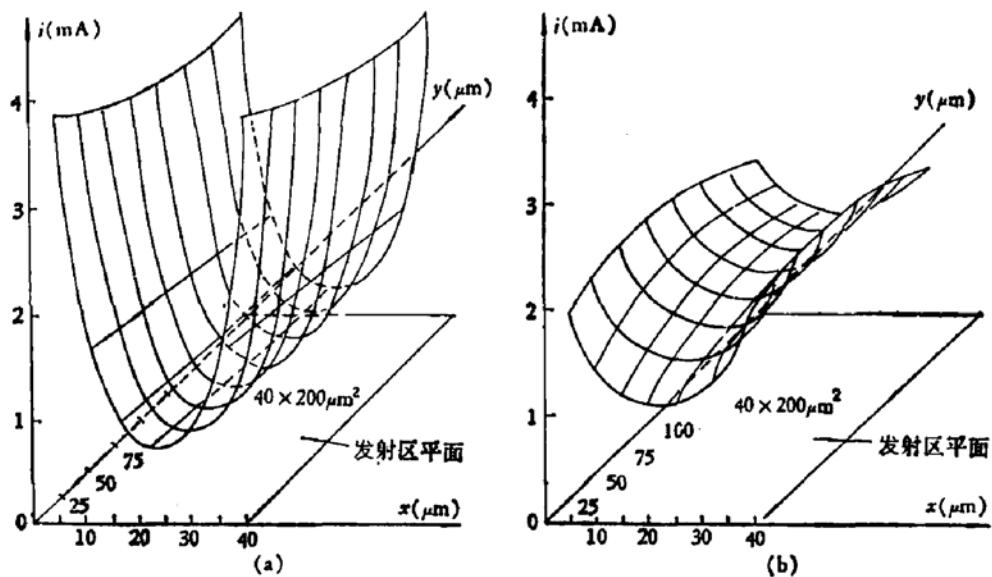


图 7 发射极电流在发射区平面上的分布

(a) 温度均匀时的电流分布(取值图 4(c));
(b) 考虑热电反馈效应后的电流分布(取值图 4(b))

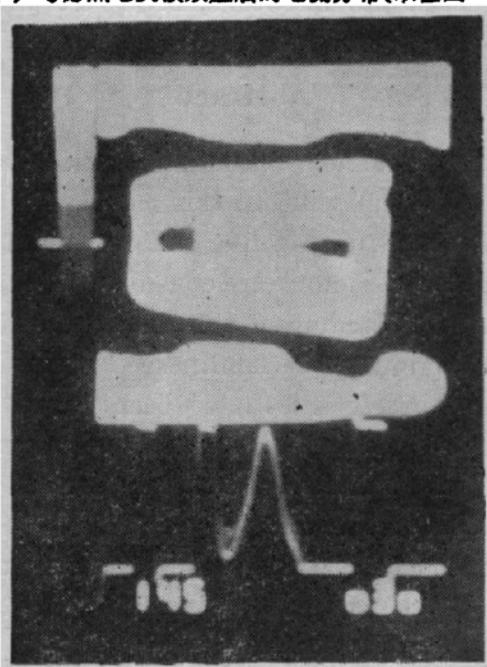


图 8 3DA200 实测热图

表面粗糙加剧,结温分布更不均匀,因而峰值结温处就可能形成热斑。文献[14]指出,当功率加至几十小时后, T_{ijpeak} 升至 247°C ,再继续施加功率便在 T_{ijpeak} 处形成了热斑,热斑温度可达 337°C (见文献[14]、图4(a)),其位置与本文所求出的峰值结温点相一致。

根据 Gaur^[7] 的定义,当 T_{ijpeak} 达到某一极限值(如硅的本征温度)时,即定义该偏置点为安全工作区的一个临界点。于是,利用本模型计算出不同偏置条件下的电流、温度值,并将所求出的 T_{ijpeak} 与规定的极限值相比较,这样就可以预计器件的安全工作区,这对于功率晶体管可靠性设计显然具有一定的指导意义。

参 考 文 献

- [1] D. H. Navon, *Solid State Electronics*, **12**, 69(1969).
- [2] P. L. Hower, *IEEE Trans.*, ED-21, 617(1974).
- [3] D. L. Hower, *IEDM*, 147—150(1976).
- [4] R. D. Lindsted, *IEEE Trans.*, ED-19, 41(1972).
- [5] Б. С. Кернер. *Микроэлектроника*, **7**, 147 (1978).
- [6] 高光渤海学报, 1978, 2, 52—62.
- [7] S. D. Gaur, *IBM J. Res. & Dev.*, **21**, 433(1977).
- [8] B. A. Beatty, *IEEE Trans.*, ED-23, 851(1976).
- [9] 黄昆, 半导体物理学, 139, 科学出版社, 1958.
- [10] C. T. Kirk, *IIE Trans.*, ED-19, 164(1962).
- [11] A. G. Kokkas, *ECA Rev.*, **35**, 579(1964).
- [12] J. R. Hauser, *IEEE Trans.*, ED-11, 238(1964).
- [13] P. L. Hower, *IEEE Trans.*, ED-25, 465(1978).
- [14] 高光渤海学报, **1**, 298(1980).

A Two-Dimensional Non-Isothermal Distributed Transistor Model

Gao Guangbo and Wu Wuchen

(Department of Radio and Electronics, Beijing Polytechnic University)

Abstract

A model called two-dimensional non-isothermal distributed transistor direct current model for bipolar transistors is proposed. In this model, the high injection effect in the base, the Kirk effect, and the current crowding effect caused by the in-base resistance and the emitter metallized sheet resistance are considered. The fact that the three-dimensional non-uniform temperature distribution will influence the effects mentioned above is also considered. Using a computer, the nonlinear coupled equations describing the model's electric and thermal characteristics have been solved with the descent method. The two-dimensional values of the temperature and the current in the emitter region of transistors have been presented. The computed results are in good agreement with those measured by experiment. With this model, we can carry on with the computer aided design of the transistors, predict the safe operating area of the power transistors, and direct the reliability design of the devices.