

IMPATT 雪崩二极管大信号理论分析*

杨 玉 芬

(中国科学院半导体研究所)

提 要

本文在均匀雪崩区的条件下, 对电子空穴离化率不等的实际情况给出了 IMPATT 模式大信号阻抗的理论分析。其结果应用于四毫米频段, 对中心频率为 75Gc 的二极管的输出功率和效率进行了理论计算, 并与实验结果进行了比较。

一、引言

小信号的理论分析认为, 交流信号的幅度比直流信号小得多。交流信号只被看作直流信号的一个微扰, 认为器件耗尽层中的电场分布完全取决于离化杂质的分布。没有计入雪崩电离产生的自由载流子空间电荷对电场分布的反馈作用, 故小信号的理论分析对器件负阻特性只能给出定性的结果。器件作为振荡器运用时, 是处于大信号的工作状态, 要想对器件负阻特性与器件参数之间的关系有一个清晰的了解, 必须计入自由载流子的空间电荷对耗尽层中电场分布的影响而进行大信号的理论分析。

然而, 在大信号条件下, 描述器件动作的方程变得很复杂, 严格求解大信号阻抗的解析解是不可能的, 通常都是用计算机进行数值计算, 而且还得把器件物理模型做适当的简化, 否则即使用计算机进行数值计算也是很费时间的和困难的。W. J. Evans^[1] 等人曾在雪崩区电场是均匀的, 电子、空穴离化率和饱和漂移速度是相等的以及小渡越角 (0.15π — 0.25π) 的假设下, 获得了一个大信号阻抗的解析解, 从而不依赖于计算机的数值计算能获得器件一些重要的非线性特性。但实际上, 器件的渡越角不可能那么小(一般要在 0.7π 左右), 电子和空穴的离化率相差也是很大的, 故也只是一个定性的结果。在我们以下的分析中, 去掉了小渡越角的假设, 并采用电子空穴离化率不等的实际情况, 只是在雪崩区电场是均匀的这一前提下, 对 IMPATT 模式的大信号阻抗进行了理论推导, 所获得的解析表达式与器件参数直接联系起来。其理论结果应用于四毫米频段, 对中心频率为 75Gc 的二极管的输出功率和效率进行了理论计算并与实验结果进行了比较, 发现符合得相当好。

二、理论分析

P⁺NN⁺ 结构的 IMPATT 二极管的电场分布如图 1 所示。当电场偏置到雪崩击穿

* 1980年4月4日收到。

后,在雪崩区由雪崩倍增产生的载流子注入到漂移区并假设以饱和漂移速度漂移,载流子的连续性方程为:

$$\frac{1}{v_s} \frac{\partial I_n}{\partial t} = \frac{\partial I_n}{\partial x} + \alpha I_n + \beta I_p, \quad (1)$$

$$\frac{1}{v_s} \frac{\partial I_p}{\partial t} = -\frac{\partial I_p}{\partial x} + \alpha I_n + \beta I_p. \quad (2)$$

式中 v_s 为饱和漂移速度, α 、 β 分别为电子空穴的离化率, I_n 、 I_p 为电子空穴电流, 把(1)、(2)两式相加得到

$$\frac{1}{v_s} \frac{\partial I_0}{\partial t} = -\frac{\partial(I_p - I_n)}{\partial x} + 2(\alpha I_n + \beta I_p), \quad (3)$$

令 $I_p - I_n = I_d$, 则 $2(\alpha I_n + \beta I_p) = (\alpha + \beta)I_0 - (\alpha - \beta)I_d$, 其中 $I_0 = I_p + I_n$ 为总电流, 它不再是 x 的函数. 代入(3)式得到:

$$\frac{\partial I_d}{\partial x} + (\alpha - \beta)I_d + \frac{1}{v_s} \frac{dI_0}{dt} - (\alpha + \beta)I_0 = 0, \quad (4)$$

在雪崩区电场是均匀的条件下, α 、 β , I_0 只是时间的函数与变量 x 无关, 方程(4)可写成如下的形式.

$$\frac{\partial I_d}{\partial x} + PI_d + Q = 0, \quad (5)$$

其中 $P = \alpha - \beta$, $Q = \frac{1}{v_s} \frac{dI_0}{dt} - (\alpha - \beta)I_0$, 方程(5)可以很容易地解出:

$$I_d(x) = e^{-Px} \left[I_d(0) - \frac{Q}{P} (e^{Px} - 1) \right], \quad (6)$$

雪崩区两边的边界条件是, $x = 0$ 时 $I_d(0) = I_p(0) - I_n(0) = I_{ps} - (I_0 - I_{ps}) = 2I_{ps} - I_0$, 在 $x = x_1$ 处, $I_d(x_1) = I_p(x_1) - I_n(x_1) = I_0 - 2I_{ns}$. I_{ps} , I_{ns} 分别为空穴和电子的反向饱和电流. 把边界条件代入方程(5)并忽略反向饱和电流 I_{ps} , I_{ns} , 得到

$$I_0(t) = e^{-Pt} \left[-I_0(t) - \frac{Q}{P} (e^{Pt} - 1) \right], \quad (7)$$

因为 $Px_1 = (\alpha - \beta)x_1 < 1$, 把(7)式中的指数项展开并取其前两项得到

$$2I_0(t) = 2I_0(t)x_1\alpha - I_0(t)x_1^2\alpha^2 + I_0(t)x_1^2\alpha\beta - \frac{x_1}{v_s} \frac{dI_0}{dt}, \quad (8)$$

电子、空穴离化率 α 、 β 是雪崩区电场的函数, 对硅材料有以下关系式:

$$\alpha(E) = A e^{-\frac{a}{E(t)}},$$

$$\beta(E) = B e^{-\frac{b}{E(t)}}.$$

其中 A 、 B 、 a 、 b 是常数, 把这两个关系式代入(8)式得到以雪崩区电场为函数的方程:

$$1 + \frac{x_1}{2v_s I_0} \frac{dI_0}{dt} = x_1 A e^{-\frac{a}{E(t)}} - \frac{1}{2} x_1^2 A^2 e^{-\frac{2a}{E(t)}} + \frac{1}{2} x_1^2 A B e^{-\frac{a+b}{E(t)}}, \quad (9)$$

方程(9)是电场 $E(t)$ 的一个超越代数方程, 因为 $\frac{x_1}{2v_s I_0} \frac{dI_0}{dt} \ll 1$, 方程左边的值略大于

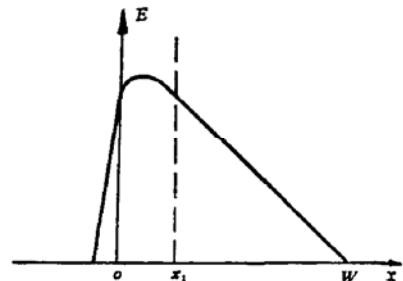


图 1 P⁺NN⁺ 结构中的电场分布

1, 方程(9)可用逐渐逼近法近似求解(其解法见附录), 我们取二级近似, 其解为:

$$E(t) = -\frac{a}{\ln\left(\frac{A'}{F_1}\right)}, \quad (10)$$

其中

$$F_1 = F_0 + B' \left(\frac{F_0}{A'}\right)^2 - C' \left(\frac{F_0}{A'}\right)^{(1+\frac{b}{a})},$$

$$F_0 = 1 + \frac{x_1}{2\nu_s I_0} \frac{dI_0}{dt},$$

$$A' = x_1 A, \quad B' = \frac{1}{2} x_1^2 A^2, \quad C' = \frac{1}{2} x_1^2 A B.$$

把(10)式改写成以下的形式

$$E(t) = \frac{a}{\ln\frac{A'}{F_1}} = \frac{a}{\ln A' - \ln F_1} = \frac{a}{\ln A'} \frac{1}{\left(1 - \frac{\ln F_1}{\ln A'}\right)}, \quad (11)$$

式中 $\frac{\ln F_1}{\ln A'} \ll 1$, 故(11)式可写成

$$E(t) = \frac{a}{\ln A'} \left(1 + \frac{\ln F_1}{\ln A'}\right), \quad (12)$$

把 F_0 的表达式代入 F_1 , 因为 $1 + \frac{b}{a} \approx 3$, 把平方项和三次方项展开, 因为 $\frac{x_1}{2\nu_s I_0} \frac{dI_0}{dt} \ll 1$, 忽略其高次项则 F_1 为

$$F_1 = 1 + \frac{B'}{A'^2} - \frac{C'}{A'^3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^2} - \frac{3C'}{2A'^3}\right) \frac{\tau_A}{I_0} \frac{dI_0}{dt}, \quad (13)$$

其中 $\tau_A = \frac{x_1}{\nu_s}$, 又因为:

$$\frac{B'}{A'^2} - \frac{C'}{A'^3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^2} - \frac{3C'}{2A'^3}\right) \frac{\tau_A}{I_0} \frac{dI_0}{dt} < 1,$$

所以有

$$\ln F_1 = \frac{B'}{A'^2} - \frac{C'}{A'^3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^2} - \frac{3C'}{2A'^3}\right) \frac{\tau_A}{I_0} \frac{dI_0}{dt}, \quad (14)$$

把(14)式代入(12)式得到雪崩区电场的关系式:

$$E(t) = \frac{a}{\ln A'} \left\{ 1 + \frac{1}{\ln A'} \left[\frac{B'}{A'^2} - \frac{C'}{A'^3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^2} - \frac{3C'}{2A'^3}\right) \frac{\tau_A}{I_0} \frac{dI_0}{dt} \right] \right\}, \quad (15)$$

雪崩区的电场 $E(t)$ 是由直流电场 E_d , 交流信号电场 $\frac{V(t)}{W}$, 和自由载流子空间电荷反馈电场 $\Delta E(t)$ 组成. 即

$$E(t) = E_d + \frac{V(t)}{W} + \Delta E(t), \quad (16)$$

W 为耗尽层宽度. 由(16)式可知信号电压为:

$$V(t) = W [E(t) - \Delta E(t) - E_d], \quad (17)$$

要想获得大信号阻抗特性, 必须解出大信号的信号电压和电流的表达式, 然后进行傅里叶分析即可获得基频大信号阻抗特性, (17) 式给出了信号电压与雪崩区电场, 自由载流子空间电荷反馈电场的关系。 (15) 式已给出雪崩区电场与器件几何参数的关系式。 反馈电场 $\Delta E(t)$ 在 Read^[2] 的早期文章中已经给出为:

$$\Delta E(t) = -\frac{1}{\epsilon\tau} \int_{t-\tau}^t (\tau - t + t') I_0(t') dt', \quad (18)$$

τ 为载流子在漂移区的渡越时间, ϵ 为介电常数。 把 (15), (18) 式代入 (17) 式就得到振荡信号电压表达式。 为了得到 $V(t)$ 的基频分量, 则要把 $E(t)$ 和 $\Delta E(t)$ 进行傅里叶分析, 为此我们把雪崩电流展开:

$$I_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{jn\omega t}, \quad (19)$$

把 (19) 式代入 (15) 式进行傅里叶分析得到基频分量是:

$$\begin{aligned} E_1(t) &= \frac{j\alpha\tau_A\omega R_1}{(\ln A')^2 R_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^2} - \frac{3C'}{2A'^3} \right) (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \\ &= \frac{-2\alpha\tau_A\omega R_1}{(\ln A')^2 R_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^2} - \frac{3C'}{2A'^3} \right) \sin \omega t. \end{aligned} \quad (20)$$

同样把反馈电场 $\Delta E(t)$ 展开

$$\begin{aligned} \Delta E(t) &= -\frac{1}{\epsilon\tau} \int_{t-\tau}^t (\tau - t + t') I_0(t') dt' \\ &= -\frac{1}{\epsilon\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{(jn\omega)^2} (jn\omega\tau + e^{-jn\omega\tau} - 1) e^{jn\omega t}, \end{aligned} \quad (21)$$

基频分量为:

$$\begin{aligned} \Delta E_1(t) &= \frac{R_1}{\epsilon\tau\omega^2} [(jn\omega\tau + e^{-jn\omega\tau} - 1) e^{jn\omega t} + (-jn\omega\tau + e^{jn\omega\tau} - 1) e^{-jn\omega t}] \\ &= \frac{2R_1}{\epsilon\tau\omega^2} \left[2 \sin \frac{\omega\tau}{2} \sin \left(\omega t - \frac{\omega\tau}{2} \right) - \omega\tau \sin \omega t \right] \\ &= M_1 \cos(\omega t + \phi), \end{aligned} \quad (22)$$

其中 M_1 和 ϕ 为:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{2R_1}{\epsilon\tau\omega^2} \sqrt{(\omega\tau)^2 + 4 \sin^2 \left(\frac{\omega\tau}{2} \right) - 4\omega\tau \sin \frac{\omega\tau}{2} \cos \frac{\omega\tau}{2}}, \\ \phi &= \tan^{-1} \frac{\sin \omega\tau - \omega\tau}{-2 \sin^2 \left(\frac{\omega\tau}{2} \right)}. \end{aligned}$$

由 (20) 和 (22) 两式得到电压的基频分量是

$$\begin{aligned} V_1(t) &= W \left[\frac{-2\alpha\tau_A\omega R_1}{(\ln A')^2 R_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^2} - \frac{3C'}{2A'^3} \right) \sin \omega t + M_1 \cos(\omega t + \phi) \right] \\ &= A_1 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \Phi_1 \right), \end{aligned} \quad (23)$$

$$A_1 = W \sqrt{H_1^2 + M_1^2 + 2H_1M_1 \cos\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$H_1 = \frac{2\alpha\tau A R_1 \omega}{(\ln A')^2 R_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{B'}{A'^n} - \frac{3C'}{2A'^n} \right)$$

$$\Phi_1 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{M_1 \sin\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)}{H_1 + M_1 \cos\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)},$$

振荡电流的基频分量可由外电路中得到的振荡电流经傅里叶分析得到。振荡电流为^[3]

$$I_e(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t I_0(t') dt'.$$

同样把 $I_e(t)$ 展开

$$I_e(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{jn\omega t} dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{jn\omega\tau} (1 - e^{-jn\omega\tau}) e^{jn\omega t}. \quad (24)$$

基频分量为:

$$I_{e1}(t) = \frac{4R_1}{\omega\tau} \sin \frac{\omega\tau}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\omega\tau}{2}\right). \quad (25)$$

由 (23) 和 (25) 两式得到大信号阻抗为:

$$Z = \frac{\frac{A_1 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \Phi_1\right)}{4R_1 \sin \frac{\omega\tau}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\omega\tau}{2}\right)}}{\frac{A_1}{4R_1 \sin \frac{\omega\tau}{2}}} = \frac{A_1}{4R_1 \sin \frac{\omega\tau}{2}} \sqrt{\Phi_1 + \frac{\pi}{2} + \frac{\omega\tau}{2}}, \quad (26)$$

由负阻和电流基频分量可得到效率的表达式为

$$\eta = \frac{1}{2} |I_{e1}|^2 \operatorname{Re} Z / V_d I_0, \quad (27)$$

V_d 、 I_0 分别为直流输入电压和电流, 计入串联电阻 R_s 时的效率为:

$$\eta = \frac{8I_0}{\omega^2\tau^2 V_d} \sin^2 \frac{\omega\tau}{2} (\operatorname{Re} Z - R_s) \left(\frac{V_1}{V_d} \right)^2, \quad (28)$$

三、理论与实验相比较

我们把上述理论分析的结果应用于四毫米频段 (中心频率 75Gc) 的雪崩二极管, 器件参数列于表 1, 把相应的参数代入 (26), (27), (28) 各式, 当频率由 70Gc 变到 80Gc 时, 计算得到的器件负阻列于表 2, 示于图 2.

输出功率随偏流变化的曲线示于图 3, 图 3-1 为不计串联电阻的理想情况, 图 3-2 为串联电阻为 2 欧姆的情况. 图 4 是输出功率随交流电压调制度 $\left(\frac{V_1}{V_d}\right)$ 变化的曲线. 表 3 给出效率随电压调制度、频率、串联电阻变化而变化的理论计算数据. 效率-电压调制度特性, 效率-频率特性分别示于图 5 和图 6.

表 1

$x_1 = 1 \times 10^{-3} \text{ cm}$	$A = 3.8 \times 10^6 \text{ V/cm}$
$\tau_A = 1.33 \times 10^{-12} \text{ 秒}$	$a = 1.75 \times 10^4 \text{ V/cm}$
$W = 4 \times 10^{-5} \text{ cm}$	$B = 2.25 \times 10^7 \text{ V/cm} \cdot n$
$\tau = 4 \times 10^{-12} \text{ 秒}$	$b = 3.26 \times 10^4 \text{ V/cm}$
$e = 11.7 \times 8.85 \times 10^{-14}$	$A' = x_1 A = 38$
$f = 70 \text{ Gc} - 80 \text{ Gc}$	$B' = \frac{1}{2} x_1^2 A^2 = 722$
$I_0 = 3.57 \times 10^4 \text{ A/cm}^2$	$C' = \frac{1}{2} x_1^2 AB = 4275$
$V_s = 7.5 \times 10^6 \text{ cm/sec}$	$S = 7 \times 10^{-6} \text{ cm}^2$

表 2

频率 (Gc)	R	x
70	-6.96	-i8.46
73	-7.05	-i9.21
75	-7.25	-i9.81
77	-7.05	-i10.24
80	-6.97	-i11.41

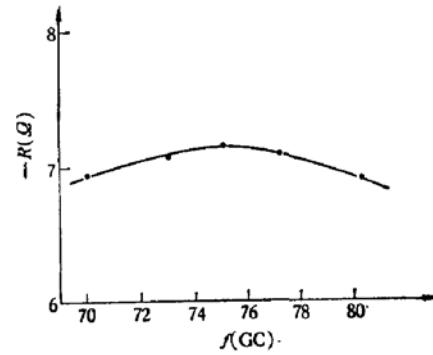


图 2 负阻-频率特性

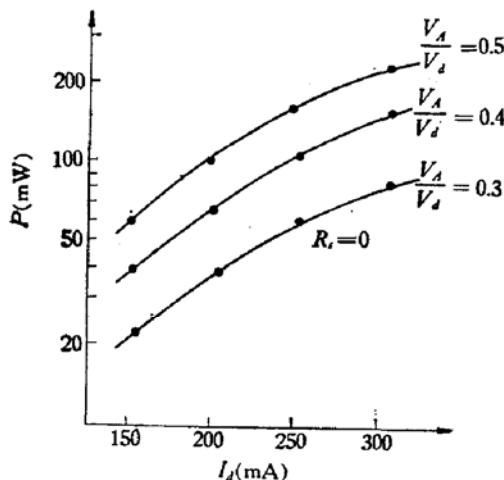
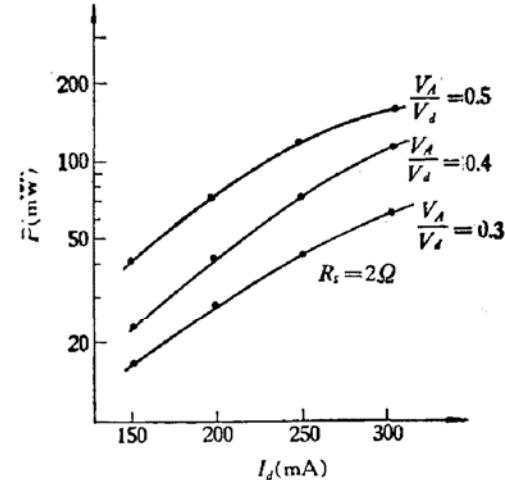
图 3-1 $R_f = 0$, 输出功率-偏流特性图 3-2 $R_f = 2\Omega$ 输出功率-偏流特性

表 3

$f(\text{Gc})$	$R_s(\Omega)$	$\eta(\%) \frac{V_t}{V_d} = 0.2$	$\eta(\%) \frac{V_t}{V_d} = 0.3$	$\eta(\%) \frac{V_t}{V_d} = 0.4$	$\eta(\%) \frac{V_t}{V_d} = 0.5$
73	0	0.75	.69	3.01	4.71
	2	0.54	.22	2.61	3.38
75	0	0.8	.85	3.28	5.12
	2	0.59	.32	2.36	3.69
77	0	0.72	.64	2.90	4.56
	2	0.52	.18	2.09	3.27
80	0	0.7	.58	2.81	4.39
	2	0.49	.12	2.00	3.13

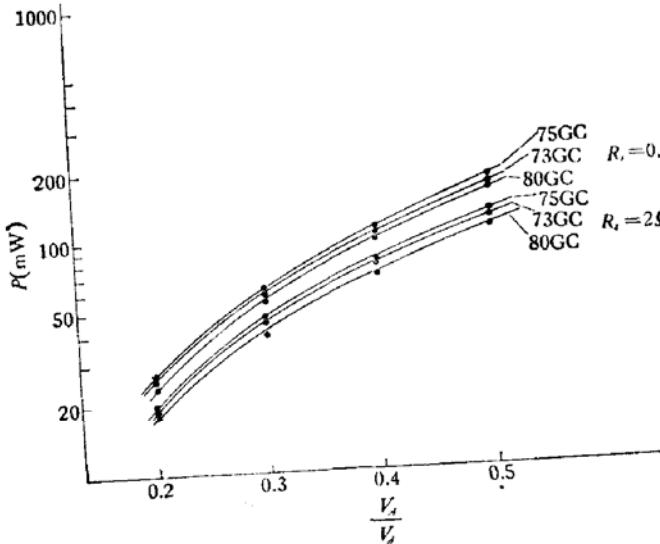


图4 输出功率-电压调制度特性

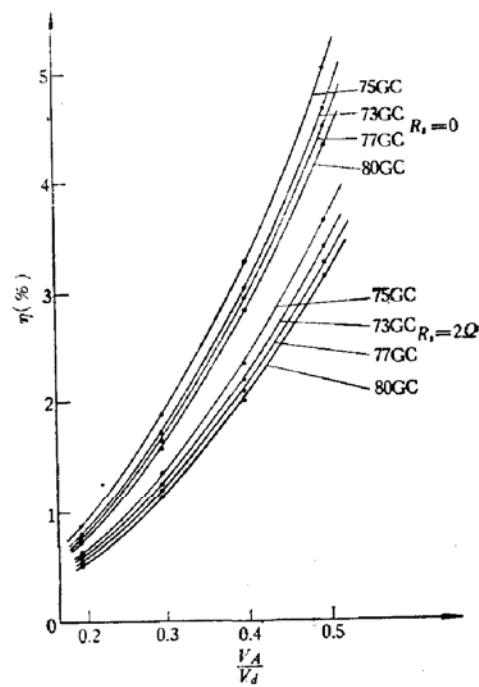
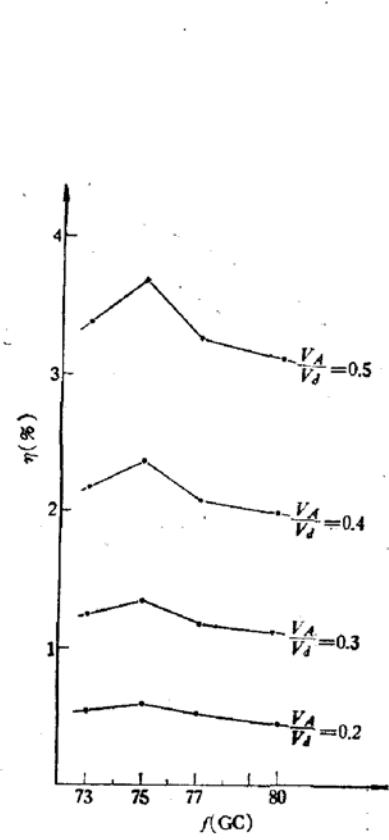
图5 效率-电压调制度(V_A/V_d)特性

图6 效率-频率特性

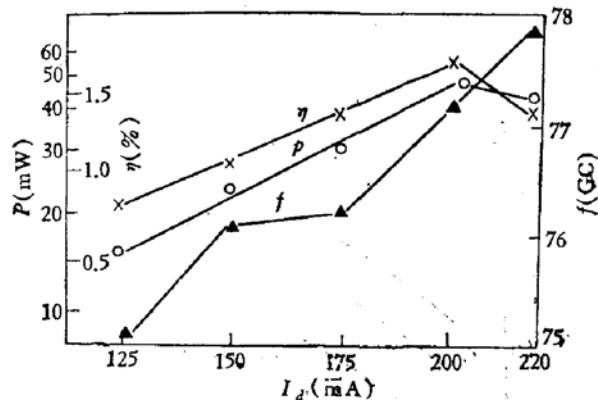


图7 输出功率、频率、效率-偏流实验曲线

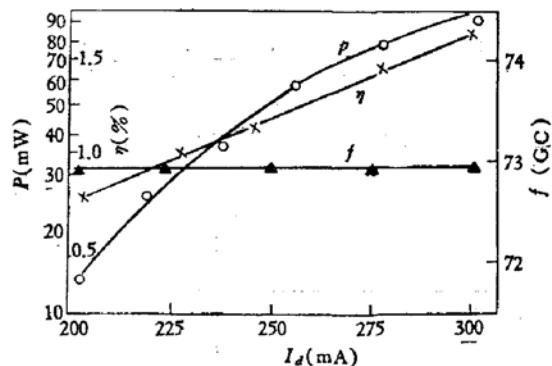


图8 输出功率、频率、效率-偏流稳频腔中实验曲线

我们研制的五个四毫米 IMPATT 雪崩二极管输出功率和效率的典型数据列于表 4，图 7 给出 78-8-1 号管子在常规测量腔中测得的结果。图 8 给出 78-8-2 号管子在稳频腔中测得的结果。

表 4

管 号	$I(\text{mA})$	$V(\text{V})$	$P(\text{mW})$	$\eta (\%)$
1	160	13.0	20	1.0
2	290	14.4	65	1.6
3	220	13.5	53	1.8
4	210	13.9	90	3.0
5	300	14.0	160	3.8

四、结 论

经理论推导我们获得了 P^+NN^+ 结构器件的大信号阻抗解析表达式，把这个理论结果应用于四毫米频段计算得到器件负阻大约为 7 欧姆，最大的理论效率为 5%，当计入器件串联电阻时还要低一些。我们研制的四毫米^[3]器件最大输出功率近 200mW，效率一般在 2% 左右，最大为 3.8%。发现理论结果与实验结果符合得相当好。

成众志同志在 78 年审阅了初稿，袁秉则同志帮助进行了数学运算，与郑东同志进行了多次讨论，陈克铭和张执中同志提了很多宝贵意见，在此一并表示感谢。

附 录

方程

$$1 + \frac{x_1}{v_s} \frac{dI_0}{dt} = x_1 A e^{-a/E(t)} - \frac{1}{2} x_1^2 A^2 e^{-2a/E(t)} + \frac{1}{2} x_1^2 A B e^{-(a+b)/E(t)}$$

是 $E(t)$ 的超越代数方程，因为 $\frac{x_1}{v_s} \frac{dI_0}{dt} \ll 1$ ，方程左边的值略大于 1，方程右边第一项比后两项都大，所以可用逐步逼近法求解方程。令 $1 + \frac{x_1}{v_s} \frac{dI_0}{dt} = F_0$ ， $x A = A'$ ， $\frac{1}{2} x_1^2 A^2 = B'$ ， $\frac{1}{2} x_1^2 A B = C'$ ，以变量 x 代替 $E(t)$ ，方程变为以下形式：

$$F_0 = A' e^{-a/x} - B' e^{-2a/x} + C' e^{-(a+b)/x}$$

零级近似求得：

$$x_0 = \frac{a}{\ln \frac{A'}{F_0}} \quad F_0 := F_0.$$

一级近似：

$$x_1 = \frac{a}{\ln \frac{A'}{F_1}}, \quad F_1 = F_0 - B' e^{-2a/x_0} + C' e^{-(a+b)/x_0} = F_0 - B' \left(\frac{F_0}{A'} \right)^2 + C' \left(\frac{F_0}{A'} \right)^{1+\frac{b}{a}}$$

二级近似

$$x_2 = \frac{a}{\ln \frac{A'}{F_2}} \quad F_2 = F_1 - B' e^{-2a/x_1} + C' e^{-(a+b)/x_1} = F_0 - B' \left(\frac{F_1}{A'} \right)^2 + C' \left(\frac{F_1}{A'} \right)^{1+\frac{b}{a}}$$

⋮

⋮

n 级近似

$$x_n = \frac{a}{\ln \frac{A'}{F_n}}, \quad F_n = F_0 - B' \left(\frac{F_{n-1}}{A'} \right)^2 + C' \left(\frac{F_{n-1}}{A'} \right)^{1+\frac{b}{a}},$$

最后我们得到这样一个 n 级递推公式, 可以很容易地求解任何一级近似。

参 考 文 献

- [1] W. J. Evans, *IEEE Trans.*, ED-15, 708(1968).
- [2] W. J. Read, *BSTJ*, 37, 401(1958).
- [3] 雪崩管振荡器研制组, 半导体学报, 1, 145 (1980).

A Large Signal Theoretical Analysis of IMPATT Avalanche Diode

Yang Yufen

(Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences)

Abstract

An analytical expression of large signal impedance of p^+NN^+ IMPATT diode is given for the case of unequal ionization rates of electrons and holes, under the condition of uniform avalanche region. The theoretical results are applied to diodes of 4 mm band. Output power and efficiency are calculated and compared with the experimental results.