

具有 $\text{PTF} > 1$ 及均匀载流子漂移速度的 硅雪崩二极管的理论分析*

唐 惟 琅

(山 东 大 学)

提 要

本文由泊松方程和连续性方程在某种假设下推导得端电压方程,用以研究了具有 $\text{PTF} > 1$ 及均匀载流子漂移速度的 n^+pp^+ (或 p^+nn^+)、 n^+pn^+ (或 p^+np^+) 和 MSM 型硅雪崩二极管的交流特性。利用逐步近似法得到分析形式的解,表明这类器件从低频至某一特征的频率范围内均显示负阻。负阻在低频时很小,它随着频率的增大而增大,直到某一频率 f_m 时达极小值,然后很快地由负阻过渡至一正阻极大值,再随频率的增大而下降,最后渐近于零。

一、引言

雪崩二极管理论已取得了很大的进展,但计算机的结果多而分析形式的结果少。最早的是有 Read 二极管理论^[1]。Hoeffinger, B. 曾给出在直流条件下管中雪崩区场强的分析形式的解^[2]。Misawa, T.^[3] 曾给出均匀雪崩假设下的某些交流分析解。Som, B. 和 Roy, S. K.^[4] 分析了线性缓变结硅雪崩二极管的直流负阻特性。近年来,对双漂移雪崩二极管的理论分析也正在进行^[5]。这类问题的难处是由于雪崩和漂移的规律性所导致的,从而为了得到分析形式的结果,不得不在某些方面作一定的简化近似,由于分析形式的结果有利于了解管子的工作和设计,这种近似的理论分析仍然很有意义。本文拟对如图 1 所示的模型,在一定的近似假设下作出分析。

二、模型和解

如图 1(a) 所示的硅二端器件工作时使 $x = 0$ 处的结处于反向偏置,设 P 区的 PTF (punch-through factor) > 1 , PTF 的定义如图 1(b) 所示,下面的分析基于如下的假设:

1. P 区的场强是如此强,以致区中两种载流子的漂移速度都已达饱和值 $v_s \approx 10^5$ 米/秒 (此处假定两种载流子有相近的饱和漂移速度), 区中载流子的扩散和复合可忽略不计。

2. P 区两侧邻区的杂质浓度是如此之大,以致通过边界进入两邻区时场强陡然降至零,因此外电压可认为全部降落在 P 区。

* 1980 年 3 月 23 日收到。

3. 设电子和空穴有相同的电离率, 且^[6]

$$\alpha(E) = \alpha_0 e^{\lambda E}, \\ \alpha_0 = 2.8 \times 10^3 \text{ 米}^{-1}, \quad \lambda = 1.68 \times 10^{-7} \text{ 米/伏.} \quad (1)$$

4. 设经验公式*

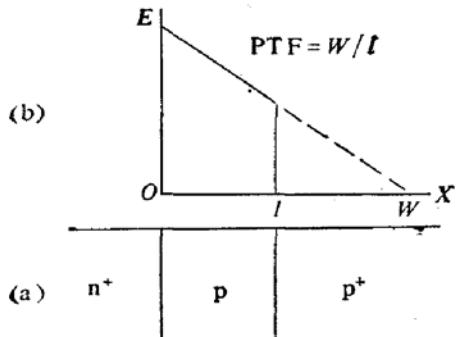


图 1 模型

在此处仍适用, 式中 M 是倍增因子, 对于 p-si 区 $m=2$, 对于 n-si 区 $m=4$. 显然, 式中的击穿电压 V_B 应该不是“材料击穿电压 V_{Bs} ”, 而是**

$$V_B = V_{Bs} \left(2 - \frac{l}{w} \right) \frac{l}{w}, \quad (3)$$

V_{Bs} 及耗尽层宽度 w 可根据掺杂查知 (例如见文献 [8] 中的图 3).

在上述假设下, 易得 P 区 $(0, l)$ 中场强及载流子浓度的基本方程组为

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{q}{\epsilon} N_A + \frac{J_p - J_n}{\epsilon v_s}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial J_p}{\partial T} + \frac{\partial J_p}{\partial x} = \alpha(J_p + J_n), \quad (5)$$

$$\frac{\partial J_n}{\partial T} - \frac{\partial J_n}{\partial x} = \alpha(J_p + J_n), \quad (6)$$

式中 N_A 是净杂质 (受主) 浓度, $J_p = qv_s p$ 和 $J_n = qv_s n$ 分别表示空穴和电子的电流密度, $\epsilon = 10^{-10}$ 法拉/米是硅的介电常数, $T = v_s t$. 此方程组可写为

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{q}{\epsilon} N_A + \frac{K}{\epsilon v_s}, \quad (4')$$

$$\frac{\partial K}{\partial T} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0, \quad (5')$$

$$\frac{\partial J}{\partial T} + \frac{\partial K}{\partial x} = 2\alpha J, \quad (6')$$

式中 $K = J_p - J_n$, 而 $J = J_p + J_n$ 是总的传导电流密度. 由 (4') 和 (5') 式得到一个积分

$$J + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} = I(t), \quad (7)$$

$I(t)$ 即全电流密度, 不随 x 变化. 以 (7) 式之 J 及 (4') 式之 K 代入 (6') 式, 即得到场强的基本方程式

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial T^2} - \frac{2}{\epsilon v_s} \alpha \left(I - \epsilon v_s \frac{\partial E}{\partial T} \right) = -\frac{q}{\epsilon} \frac{dN_A}{dx} - \frac{1}{\epsilon v_s} \frac{dI}{dT}. \quad (8)$$

对 (8) 式作定积分 $\int_0^l dx$, 注意到 $V = \int_0^l E dx$ 就是器件的端电压, 逐项积分后得到

* 文献 [7] 中, Fig. 6-11.

** 文献 [7] 中, p. 209 及 Fig. 5-12.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_t - \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_0 - \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} - \frac{2I}{\epsilon v_s} \left(\frac{V}{V_B}\right)^m + \frac{2}{\lambda} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{V}{V_B}\right)^m \\ = -\frac{q}{\epsilon} [N_A(l) - N_A(0)] - \frac{l}{\epsilon v_s} \frac{dI}{dT}, \end{aligned}$$

由(4)和(7)式, 并注意 $J_p(x=0)=J_{ps}$ 及 $J_n(x=l)=J_{ns}$ 是空穴和电子的反向饱和电流密度值, 可化为

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} + \frac{2v_s}{l} (I - J_s) - \frac{\epsilon v_s}{l} \left[\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)_t + \left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)_0 \right] - \frac{\epsilon}{l} \frac{d^2 V}{dt^2} \\ - \frac{2v_s}{l} I \left(\frac{V}{V_B}\right)^m + \frac{2\epsilon v_s}{\lambda l} \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{V_B}\right)^m = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

在直流条件下, (8)式和(9)式分别化成 (下面将以 \bar{E} 和 \tilde{E} 分别表示 E 的直流和交流部分)

$$\frac{d^2 \bar{E}}{dx^2} - \frac{2}{\epsilon v_s} \bar{\alpha} \bar{I} = -\frac{q}{\epsilon} \frac{dN_A}{dx}, \quad (10)$$

$$\bar{I} = J_s/1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_B}\right)^m. \quad (11)$$

于是交流部的方程也可从(8)和(9)式得到为

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{v_s^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} - \frac{2}{\epsilon v_s} (\alpha I - \bar{\alpha} \bar{I}) + \frac{2\alpha}{v_s} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon v_s^2} \frac{d \tilde{I}}{dt}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \tilde{I}}{dt} + \frac{2v_s}{l} \tilde{I} - \frac{\epsilon v_s}{l} \left[\left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t}\right)_t + \left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t}\right)_0 \right] - \frac{\epsilon}{l} \frac{d^2 \tilde{V}}{dt^2} - \frac{2v_s}{l} \left[I \left(\frac{V}{V_B}\right)^m - \bar{I} \left(\frac{\bar{V}}{V_B}\right)^m \right] \\ + \frac{2\epsilon v_s}{\lambda l} \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{V_B}\right)^m = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

(11)式表明本器件无直流负阻。设器件工作时直流偏置电流 \bar{I} 足够大, 器件的 V_B 也足够大, 则总可认为基本上满足条件

$$\bar{V}/V_B \approx 1, \quad |\tilde{V}|/V_B \ll 1, \quad |\tilde{E}|/\bar{E} \ll 1. \quad (14)$$

我们还将限于分析基本上满足下述条件者

$$\lambda |\tilde{E}| \ll 1, \quad (15)$$

对于小讯号, 此条件理当无问题; 即使对于非小讯号, 只要器件的反向直流特性够硬且 V_B 够大时, (14)与(15)式仍然成立。在此条件下可得到

$$\alpha \approx \bar{\alpha}(1 + \lambda \tilde{E}). \quad (16)$$

$$\alpha I - \bar{\alpha} \bar{I} = \bar{\alpha} \tilde{I} + \bar{\alpha} \lambda \tilde{E}(\bar{I} + \tilde{I}) \approx \bar{\alpha} \tilde{I} + \bar{\alpha} \lambda \tilde{E} \bar{I}. \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{2v_s}{l} \tilde{I} - \frac{2v_s}{l} \left[I \left(\frac{V}{V_B}\right)^m - \bar{I} \left(\frac{\bar{V}}{V_B}\right)^m \right] &\approx \frac{2v_s}{l} \tilde{I} - \frac{2v_s}{l} \left[I \left(1 + m \frac{\tilde{V}}{V_B}\right) - \bar{I} \right] \\ &= -\frac{2\epsilon v_s}{l V_B} \tilde{V}(\bar{I} + \tilde{I}). \end{aligned} \quad (18)$$

这里计及非小讯号, 为此保留 $\tilde{V} \tilde{I}$ 项。于是(12)和(13)式可化为

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{v_s^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} - \frac{2\bar{\alpha}}{\epsilon v_s} (\tilde{I} + \lambda \tilde{E}) + \frac{2\bar{\alpha}}{v_s} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon v_s^2} \frac{d \tilde{I}}{dt}, \quad (12')$$

$$\frac{d\tilde{I}}{dt} - \frac{2m\nu_s}{lV_B} \tilde{V}\tilde{I} - \frac{\epsilon\nu_s}{l} \left[\left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} \right)_l + \left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} \right)_0 \right] - \frac{\epsilon}{l} \frac{d^2\tilde{V}}{dt^2} + \frac{2\epsilon m\nu_s}{\lambda lV_B} \frac{d\tilde{V}}{dt} - \frac{2m\nu_s \bar{I}}{lV_B} \tilde{V} = 0. \quad (13')$$

(13')式与(12')式是等价的,为了求得(13')式的解,仍然得求助于(12')式的解,现在我们分两步来求得(13')式的较精确的解,即首先在直流均匀雪崩假设下求(12')式的解,然后以此结果代入(13')式再求解,这样所得到的结果理应比 Misawa 的分析形式的结果要好。前一步骤当然基本上与文献[3]相同,但为了完整,仍将其简明地列出。

设 $\tilde{E}(x, t) = E_a(x)e^{j\omega t}$, $\tilde{I} = I_a e^{j\omega t}$, $\tilde{V} = V_a e^{j\omega t}$,

取(12')式中的 $\bar{\alpha}$ 为合适的常数,从(2)式知可以取 $\bar{\alpha} \approx \frac{1}{l}$,于是(12')式化为

$$\frac{d^2E_a}{dx^2} + \left[\left(\frac{\omega}{\nu_s} \right)^2 - \frac{2\lambda\bar{I}}{\epsilon\nu_s l} + j \frac{2\omega}{\nu_s l} \right] E_a = \left(\frac{2}{\epsilon\nu_s l} - j \frac{\omega}{\epsilon\nu_s^2} \right) I_a, \quad (19)$$

易得一般解为

$$\left. \begin{aligned} E_a(x) &= [h + C_+ e^{\beta x} + C_- e^{-\beta x}] I_a, \\ \beta^2 &= \frac{2\lambda\bar{I}}{\epsilon\nu_s l} - \left(\frac{\omega}{\nu_s} \right)^2 - j \left(\frac{2\omega}{\nu_s l} \right), \\ h &= (-2\nu_s + j\omega l) / \epsilon\nu_s^2 l \beta^2 = \frac{1}{j\epsilon\omega} \left(1 - \frac{2\lambda\bar{I}}{\epsilon\nu_s l \beta^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中的积分常数 C_+ 和 C_- 由边界条件确定,由(7)式及(4)式得

$$\begin{aligned} \tilde{J}_p(x, t) &= \frac{1}{2} \left[I_a - j\epsilon\omega E_a + \epsilon\nu_s \frac{dE_a}{dx} \right] e^{j\omega t}, \\ \tilde{J}_n(x, t) &= \frac{1}{2} \left[I_a - j\epsilon\omega E_a - \epsilon\nu_s \frac{dE_a}{dx} \right] e^{j\omega t}, \end{aligned}$$

由 $J_p(0, t) = J_{ps}$ 及 $J_n(l, t) = J_{ns}$,故 $\tilde{J}_p(0, t) = \tilde{J}_n(l, t) = 0$,从而定出

$$\left. \begin{aligned} C_+ &= \frac{2\lambda\bar{I}}{\epsilon^2\nu_s l \beta^2} / (\nu_s \beta + j\omega) e^{\beta l} - (\nu_s \beta - j\omega), \\ C_- &= \frac{2\lambda\bar{I}}{\epsilon^2\nu_s l \beta^2} / (\nu_s \beta + j\omega) - (\nu_s \beta - j\omega) e^{-\beta l}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

以(20)式代入(13')式得

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{I}}{dt} - \frac{2m\nu_s}{lV_B} \tilde{V}\tilde{I} - j \frac{\epsilon\nu_s \omega}{l} [2h + C_+(e^{\beta l} + 1) + C_-(e^{-\beta l} + 1)] \tilde{I} - \frac{\epsilon}{l} \frac{d^2\tilde{V}}{dt^2} \\ + \frac{2\epsilon m\nu_s}{\lambda lV_B} \frac{d\tilde{V}}{dt} - \frac{2m\nu_s \bar{I}}{lV_B} \tilde{V} = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

仍设 $\tilde{V} = V_a e^{j\omega t}$,则上式可化为

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{I}}{dt} - \frac{2m\nu_s V_a}{lV_B} e^{j\omega t} \tilde{I} - j \frac{\epsilon\nu_s \omega}{l} [2h + C_+(e^{\beta l} + 1) + C_-(e^{-\beta l} + 1)] \tilde{I} \\ + \left(\frac{\epsilon\omega^2}{l} - \frac{2m\nu_s \bar{I}}{lV_B} + j \frac{2\epsilon m\nu_s \omega}{\lambda lV_B} \right) V_a e^{j\omega t} = 0. \end{aligned} \quad (22')$$

从(22')式易见 \tilde{I} 是以 $T = 2\pi/\omega$ 为周期的周期函数,故其一般形式可展成 Fourier 级数

$$\bar{I} = \sum_n I_n e^{in\omega t}, \quad I_0 = 0, \quad (23)$$

以(23)式代入(22')式

$$\begin{aligned} & \sum_n \left\{ j \frac{\omega}{l} [nl - ev_s(2h + C_+(e^{\beta l} + 1) + C_-(e^{-\beta l} + 1))] I_n - \frac{2m\nu_s V_a}{lV_B} I_{n-1} \right\} e^{in\omega t} \\ & + \left(\frac{e\omega^2}{l} - \frac{2m\nu_s \bar{I}}{lV_B} + j \frac{2em\nu_s \omega}{\lambda l V_B} \right) V_a e^{i\omega t} = 0. \end{aligned} \quad (22'')$$

从而得到系数递推关系

$$\begin{aligned} j \frac{\omega}{l} \{l - ev_s[2h + C_+(e^{\beta l} + 1) + C_-(e^{-\beta l} + 1)]\} I_1 &= \left(\frac{2m\nu_s \bar{I}}{lV_B} \right. \\ & \left. - \frac{e\omega^2}{l} - j \frac{2em\nu_s \omega}{\lambda l V_B} \right) V_a, \end{aligned} \quad (24)$$

$$j \frac{\omega}{l} \{nl - ev_s[2h + C_+(e^{\beta l} + 1) + C_-(e^{-\beta l} + 1)]\} I_n = \frac{2m\nu_s V_a}{lV_B} I_{n-1}, \quad n \geq 1. \quad (25)$$

(24)式可写成

$$\left. \begin{aligned} V_a &= Z_1 I_1, \\ Z_1 &= j\omega \lambda V_B \{l - ev_s[2h + C_+(e^{\beta l} + 1) + C_-(e^{-\beta l} + 1)]\} / 2m\nu_s \lambda \bar{I} \\ &\quad - e\lambda V_B \omega^2 - j2\omega em\nu_s. \end{aligned} \right\} \quad (24')$$

从(25)式

$$I_n = 0, \quad n < 0 \quad (26)$$

$$I_n = \left[\frac{2m\nu_s V_a}{lV_B} / j(n-1)\omega + \left(\frac{2m\nu_s \bar{I}}{lV_B} - \frac{e\omega^2}{l} - j \frac{2em\nu_s \omega}{\lambda l V_B} \right) Z_1 \right] I_{n-1}, \quad n \geq 1 \quad (27)$$

表1列的是两个具体例子。

$\langle A \rangle$: $m = 2$, $\bar{V} \approx V_B = 10^2$ 伏,

$\bar{I} = 10^6$ 安/米², $l = 10^{-6}$ 米;

$\langle B \rangle$: $m = 2$, $V_B = 10^2$ 伏,

$\bar{I} = 10^7$ 安/米², $l = 10^{-6}$ 米。

计算中注意 β 尚是复数, 各已知参数全以文中已引入的数据代入, 表中 $\omega' = 10^{-10}\omega$. 此二例表明 $\text{Re}Z_1$ 随 ω' 的变化定性地如图2所示, 在低频时均显示负阻。此两例的具体计算过程表明, $\text{Re}Z_1$ 的变号基本上由 $0.2ml' - 10^{-2}\bar{V}\omega'^2$ 的符号决定 ($I' = 10^{-6}\bar{I}$), 负阻极小值的位置靠近

$$\omega'_r \approx \sqrt{\frac{20ml'}{\bar{V}}}. \quad (28)$$

当 ω' 足够小时可得

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}Z_1 &\approx -\eta_r \omega'^2 (1 - \xi_r \omega'^2), \\ \text{Im}Z_1 &\approx -\eta_i \omega' (1 - \xi_i \omega'^2), \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

η_r , ξ_r , η_i 及 ξ_i 是相应的常系数。 (29) 式对于对负阻作出大致的估计是可用的 (包括在 ω'_r 附近)。

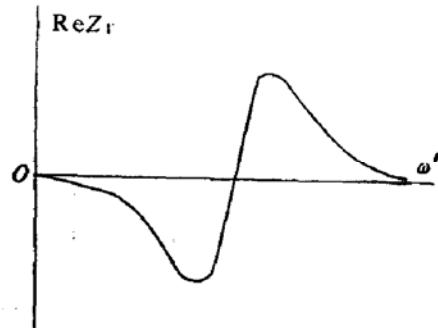


图2 $\text{Re}Z_1$ 随 ω' 变化的定性示意图

表 1 Z_1 的计算例子(单位: 10^{-3} 欧姆/米²)

ω'	0.03	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\langle A \rangle$	Re Z_1	-0.29	-0.70	-1.67	-1.94	-1.34	-0.82	-0.48	-0.26	-0.11	-0.02
	Im Z_1	-0.017	-0.024	-0.036	-1.36	-1.72	-1.94	-1.48	-1.30	-1.15	-1.02
$\langle B \rangle$	Re Z_1	-3.0×10^{-4}	-9.0×10^{-4}	-3.5×10^{-3}	-0.014	-0.029	-0.051	-0.076	-0.10	-0.13	-0.16
	Im Z_1	5.0×10^{-4}	8.1×10^{-4}	1.9×10^{-3}	3.1×10^{-3}	5.8×10^{-3}	5.4×10^{-3}	6.1×10^{-3}	1.0×10^{-4}	9.3×10^{-4}	9.0×10^{-4}
ω'	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50	
$\langle A \rangle$	Re Z_1	0.090				0.057	0.017	4.4×10^{-3}	2.0×10^{-3}	1.1×10^{-3}	7.0×10^{-4}
	Im Z_1	-0.81				-0.050	-0.015	-5.6×10^{-3}	-3.5×10^{-3}	-2.6×10^{-3}	-2.0×10^{-3}
$\langle B \rangle$	Re Z_1	-0.21	-0.14	0.040	0.060	0.050	0.017	4.5×10^{-3}	2.0×10^{-3}	1.1×10^{-3}	7.0×10^{-4}
	Im Z_1	-0.047	-0.29	-0.23	-0.11	-0.070	-0.016	-5.8×10^{-3}	-3.3×10^{-3}	-2.6×10^{-3}	-2.0×10^{-3}

三、计入两种载流子有不同离化率和饱和速度的分析

上节的分析表明了这种雪崩器件的交流负阻特性；在本节中，我们将放宽对模型的限制，使之更接近于实际，即在计入两种载流子有不同离化率和饱和速度的情况下进行分析。由于实际工作中总是对非小讯号感兴趣，故在分析中仍将考虑到 \tilde{I} 可能大到可与 I 相比拟。

现假设

$$\alpha_n(E) = \alpha_{n0} e^{\lambda_n E}, \quad \alpha_p(E) = \alpha_{p0} e^{\lambda_p E}, \quad (1')$$

$$\int_0^l \alpha_n dx = \left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_n}, \quad \int_0^l \alpha_p dx = \left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_p}. \quad (2')$$

场强与载流子浓度分布方程应写为

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{q}{\epsilon} N_A + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{J_p}{v_{ps}} + \frac{J_n}{v_{ns}} \right), \quad (30)$$

$$\frac{1}{v_{ps}} \frac{\partial J_p}{\partial t} + \frac{\partial J_p}{\partial x} = \alpha_p J_p + \alpha_n J_n, \quad (31)$$

$$\frac{1}{v_{ns}} \frac{\partial J_n}{\partial t} - \frac{\partial J_n}{\partial x} = \alpha_p J_p + \alpha_n J_n. \quad (32)$$

从 (30)–(32) 式仍然可得 (7) 式，以

$$J_n = I(t) - e \frac{\partial E}{\partial t} - J_p$$

代入 (30) 式得

$$J_p = \frac{e v_{ps} v_{ns}}{v_{ps} + v_{ns}} \left[\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{q}{\epsilon} N_A + \frac{I(t)}{\epsilon v_{ns}} - \frac{1}{v_{ns}} \frac{\partial E}{\partial t} \right], \quad (33)$$

以 (33) 及 (7) 式代入 (31) 式得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{v_{ps} v_{ns}} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \left(\frac{1}{v_{ps}} - \frac{1}{v_{ns}} \right) \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t} + \frac{1}{\epsilon v_{ps} v_{ns}} \frac{dI}{dt} - \frac{I(t)}{\epsilon} \left(\frac{1}{v_{ns}} \alpha_p + \frac{1}{v_{ps}} \alpha_n \right) \\ & + \frac{1}{\lambda_p v_{ns}} \frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + \frac{1}{\lambda_n v_{ps}} \frac{\partial \alpha_n}{\partial t} + \frac{1}{\lambda_n} \frac{\partial \alpha_n}{\partial x} - \frac{1}{\lambda_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial x} + \frac{q}{\epsilon} N_A (\alpha_n - \alpha_p) \\ & + \frac{q}{\epsilon} \frac{dN_A}{dx} = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

对 (34) 式作定积分 $\int_0^l dx$ 后可整理得

$$\begin{aligned} & \frac{dI}{dt} + \frac{(v_{ns} + v_{ps})}{l} (I - J_s) - \frac{e}{l} \left(v_{ps} \frac{\partial E_l}{\partial t} + v_{ns} \frac{\partial E_0}{\partial t} \right) - \frac{e}{l} \frac{d^2 V}{dt^2} \\ & - \frac{I}{l} \left[v_{ps} \left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_p} + v_{ns} \left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_n} \right] + \frac{e}{l} \frac{d}{dt} \left[\frac{v_{ps}}{\lambda_p} \left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_p} + \frac{v_{ns}}{\lambda_n} \left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_n} \right] \\ & + \frac{e v_{ps} v_{ns}}{l} \left[\frac{\alpha_n(l) - \alpha_n(0)}{\lambda_n} - \frac{\alpha_p(l) - \alpha_p(0)}{\lambda_p} \right] \\ & - \frac{q v_{ps} v_{ns}}{l} N_A \left[\left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_p} - \left(\frac{V}{V_B} \right)^{m_n} \right] = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

式中 \bar{N}_A 是指雪崩区中 N_A 的某种平均值。从(35)式可得直流时的方程为

$$\begin{aligned} \bar{I} = & \left\{ v_{ps} \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_p} \right] + v_{ns} \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_n} \right] \right\}^{-1} \left\{ (v_{ps} + v_{ns}) J_s \right. \\ & + \epsilon v_{ps} v_{ns} \left[\frac{\bar{\alpha}_p(l) - \bar{\alpha}_p(0)}{\lambda_p} - \frac{\bar{\alpha}_n(l) - \bar{\alpha}_n(0)}{\lambda_n} \right] \\ & \left. + q v_{ps} v_{ns} \bar{N}_A \left[\left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_p} - \left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_n} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

与上节所用近似一样, 这里对直流雪崩仍用均匀雪崩近似, 即 $\bar{\alpha}_p = \bar{\alpha}_n \approx 1/l$, 此时(36)式近似成

$$\begin{aligned} \bar{I} = & \left\{ (v_{ps} + v_{ns}) J_s + q v_{ps} v_{ns} \bar{N}_A \left[\left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_p} - \left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_n} \right] \right\} / \\ & \left\{ v_{ps} \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_p} \right] + v_{ns} \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_B} \right)^{m_n} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (36')$$

(36')式表明本器件无直流负阻。设器件的 V_B 及直流工作电流 \bar{I} 足够大, 以致 $\bar{V}/V_B \approx 1$, 并总可认为基本上 $|\tilde{V}|/\bar{V} \ll 1$, $|\tilde{E}|/\bar{E} \ll 1$, 我们还将只限于讨论基本上满足 $|\lambda \tilde{E}| \ll 1$ 的情况, 为包括非小讯号情况, 仍将在与 \tilde{I} 相比拟时保留 \tilde{I} 。此时从(35)式可近似地得到

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{I}}{dt} = & \frac{(m_p v_{ps} + m_n v_{ns})}{l V_B} \tilde{V} \tilde{I} - \frac{e}{l} \left(v_{ps} \frac{\partial \tilde{E}_l}{\partial t} + v_{ns} \frac{\partial \tilde{E}_0}{\partial t} \right) - \frac{e}{l} \frac{d^2 \tilde{V}}{dt^2} \\ & + \frac{e}{l V_B} \left(\frac{m_p v_{ps}}{\lambda_p} + \frac{m_n v_{ns}}{\lambda_n} \right) \frac{d\tilde{V}}{dt} + \frac{1}{l V_B} [q v_{ps} v_{ns} (m_n - m_p) \bar{N}_A \\ & - (m_p v_{ps} + m_n v_{ns}) \bar{I}] \tilde{V} - \frac{\epsilon v_{ps} v_{ns}}{l} \{ [\bar{\alpha}_p(l) - \bar{\alpha}_n(l)] \tilde{E}_l \\ & - [\bar{\alpha}_p(0) - \bar{\alpha}_n(0)] \tilde{E}_0 \} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

从(34)式得

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} = & \frac{1}{v_{ps} v_{ns}} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} + \left(\frac{1}{v_{ps}} - \frac{1}{v_{ns}} \right) \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x \partial t} + \frac{1}{\epsilon v_{ps} v_{ns}} \frac{d\tilde{I}}{dt} - \frac{I}{\epsilon} \left(\frac{1}{v_{ns}} \alpha_p + \frac{1}{v_{ps}} \alpha_n \right) \\ & + \frac{\bar{I}}{\epsilon} \left(\frac{1}{v_{ns}} \bar{\alpha}_p + \frac{1}{v_{ps}} \bar{\alpha}_n \right) + \frac{1}{\lambda_p v_{ns}} \frac{\partial \tilde{\alpha}_p}{\partial t} + \frac{1}{\lambda_n v_{ps}} \frac{\partial \tilde{\alpha}_n}{\partial t} + \frac{1}{\lambda_n} \frac{\partial \tilde{\alpha}_n}{\partial x} \\ & - \frac{1}{\lambda_p} \frac{\partial \tilde{\alpha}_p}{\partial x} + \frac{q}{\epsilon} N_A (\tilde{\alpha}_n - \tilde{\alpha}_p) = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

注意到(16)式并用直流均匀雪崩近似, 则(37)和(38)式可近似为

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{I}}{dt} = & \frac{(m_p v_{ps} + m_n v_{ns})}{l V_B} \tilde{V} \tilde{I} - \frac{e}{l} \left(v_{ps} \frac{\partial \tilde{E}_l}{\partial t} + v_{ns} \frac{\partial \tilde{E}_0}{\partial t} \right) - \frac{e}{l} \frac{d^2 \tilde{V}}{dt^2} \\ & + \frac{e}{l V_B} \left(\frac{m_p v_{ps}}{\lambda_p} + \frac{m_n v_{ns}}{\lambda_n} \right) \frac{d\tilde{V}}{dt} + \frac{1}{l V_B} [q v_{ps} v_{ns} (m_n - m_p) \bar{N}_A \\ & - (m_p v_{ps} + m_n v_{ns}) \bar{I}] \tilde{V} = 0. \end{aligned} \quad (37')$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{v_{ps} v_{ns}} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} + \left(\frac{1}{v_{ps}} - \frac{1}{v_{ns}} \right) \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x \partial t} + \frac{1}{l} \left(\frac{1}{v_{ps}} + \frac{1}{v_{ns}} \right) \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} \\ + \left[\frac{qN_A}{el} (\lambda_n - \lambda_p) - \frac{(\lambda_p v_{ps} + \lambda_n v_{ns})}{el v_{ps} v_{ns}} \bar{I} \right] \tilde{E} + \frac{1}{\epsilon v_{ps} v_{ns}} \frac{d\tilde{I}}{dt} \\ - \frac{1}{el} \left(\frac{1}{v_{ps}} + \frac{1}{v_{ns}} \right) \tilde{I} = 0. \end{aligned} \quad (38')$$

比较 (37') 式与 (13') 式, 以及 (38') 与 (12') 式, 可见方程的形式相同, 可用与上节相同的方法近似解之。这里对结果影响最大的是 (37') 式中 \tilde{V} 的系数项(或等价地 (38') 式中 \tilde{E} 的系数项), 为了保证本情况下的结果与上节结果相近, 应要求

$$q(m_n - m_p) \bar{N}_A < \left(\frac{m_p}{V_{ns}} + \frac{m_n}{v_{ps}} \right) \bar{I}, \quad (39)$$

这也就是保证本器件有交流负阻特性的条件。

四、讨 论

本文的分析表明, 本文所提出的这种雪崩器件是一种无直流负阻但在一定条件下有交流负阻特性的器件。如表 1 所示的具体计算例子表明, 器件工作时, 交流幅值 I_a 不一定比直流 \bar{I} 小, 故作非小讯号分析是必要的, 本文给出了非小讯号解。

但本文的理论分析是近似的, 一是假定了载流子离化率为 (1) 式所示的指数形式, 这不是目前理论中常用的唯一形式, 例如常用的还有另一种形式 $\alpha = \alpha_0 \exp(-B/E)$ 。另一近似之处是直流均匀雪崩假设下求电流电压方程中出现的 $\frac{\partial \tilde{E}_l}{\partial t}$ 和 $\frac{\partial \tilde{E}_0}{\partial t}$ 。再一近似是限于基本上满足 $|\lambda \tilde{E}| \ll 1$ 的情况。

本分析显然也适合于 p^+nn^+ 型和 MSM 型两端器件, 对于薄基区的高频晶体管, 当 $V_{bc} \approx V_B$ 且发生穿通时, 上述分析也是适用的, 只是此时在 $x = l$ 处的载流子电流是发射结电流而已。

参 考 文 献

- [1] W. T. Read, *Bell Syst. Tech. J.*, **37**, 401(1958).
- [2] B. Hoefflinger, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **ED-13**, 151(1966).
- [3] T. Misawa *IEEE Trans. Electron Dev.*, **ED-13**, 137(1966).
- [4] B. Som and S. K. Roy, *Solid-St. Electron.*, **15**, 32(1972).
- [5] R. Ghosh, M. Sridharan, and S. K. Roy, *Solid-St. Electron.*, **22**, 367(1979).
- [6] M. W. Miller and H. Guckel, *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-15**, 560(1968).
- [7] B. Alvin Phillips, *Transistor Engineering and Introduction to Integrated Semiconductor Circuit* (New York, McGraw-Hill, 1963).
- [8] S. M. Sze and R. M. Ryder, *Proc. IEEE*, **59**, 1140(1971).

Theoretical Analysis of Silicon Avalanche Diodes with PTF>1 and Uniform Carrier Drift Velocity

Tang Weilang
(Shandong University)

Abstract

n^+pp^+ (or p^+nn^+), n^+pn^+ (or p^+np^+) and MSM type silicon avalanche diodes with $PTF>1$ and uniform carrier drift velocity are studied by means of an equation of terminal voltage which is derived from Poisson's equation and the equation of continuity under certain assumptions. Analytical solutions in closed form are obtained by the method of successive approximation. It is shown that an A. C. negative resistance occurs over the frequency range from 0 to a certain characteristic value. The negative resistance is small at low frequencies. It increases in magnitude as the frequency is increasing, reaching a minimum at a certain frequency. Then the resistance rises rapidly through zero to positive values, reaching a maximum. After that, it decreases and approaches to zero asymptotically.