

# 半导体激光器传输特性的理论分析\*

单永政 杜宝勋

(中国科学院半导体研究所)

## 提 要

本文从古典控制理论出发,对半导体激光器的传输特性进行了理论分析。在小信号的情况下,将半导体激光器视为线性孤立系统。把描述其物理过程的速率方程线性化,借用网络理论,得到表征其传输特性的四种传输函数;根据传输函数,得出其对光电输入信号的响应特性和相应的等效网络;依据传输函数和等效网络,对半导体激光器的传输特性进行了分析和综合。

## 一、引言

对半导体激光器传输特性的研究已有很多报道。但是,到目前为止,对其传输特性的分析往往要先求解繁杂的速率方程。这就提出一个问题:半导体激光器能否象其它半导体器件那样建立一套数学模型和相应的等效网络。如果能这样做,不仅会使分析过程大为简化,而且可把传输特性的分析和综合纳入到熟知的网络理论中去。

从控制论观点看,半导体激光器可视为相对孤立系统。它只通过“输入”来接受外部信号的控制,只通过“输出”来表现对外部信号的响应。如果该系统是线性系统,输入激励函数为  $M(t)$ ,输出响应函数为  $Q(t)$ ,则有

$$\sum_{i=0}^n a_i Q^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j M^{(j)}(t) \quad (1)$$

经拉氏变换得

$$Q(p) \cdot \sum_{i=0}^n a_i p^i = M(p) \cdot \sum_{j=0}^m b_j p^j \quad (2)$$

因而有

$$Q(p) = G(p) \cdot M(p) \quad (3)$$

其中

$$G(p) = \sum_{j=0}^m b_j p^j / \sum_{i=0}^n a_i p^i. \quad (4)$$

$G(p)$  是表征该系统传输特性的传输函数。

如果令  $p = j\omega$ , 则得到系统的稳态频率响应  $G(j\omega)$ ; 如果对  $G(p)$  进行反拉氏变换, 则得到系统的冲击响应  $G(t)$ 。根据  $G(p)$  的零和极点分布, 可给出系统相应的等效网络。改变激励函数和系统内部的参量, 可以控制系统的输出响应特性。根据要求的响应特性,

\*1980年8月23日收到。

可以对系统进行综合。

本文根据上述想法，在小信号的情况下，把描述半导体激光器物理过程的速率方程归一化和线性化。通过拉氏变换得出表征半导体激光器传输特性的四种传输函数。借用网络理论，根据传输函数的极点特性，把半导体激光器分为相等和不等实数双极点以及共轭复数双极点系统，并给出相应的等效网络模型。根据传输函数和等效网络，对半导体激光器的传输特性进行了分析和综合。

## 二、数学模型

假定半导体激光器的有源区是均匀的P型材料，腔内只有一个振荡模式，电子和光子均匀分布，则电子密度 $n$ 和光子密度 $s$ 的速率方程是<sup>[1,2,3]</sup>

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{j_e(t)}{d_0} - g(n)s(t) - \frac{n(t)}{\tau_e} \quad (5)$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{j_p(t)}{d_0} + g(n)s(t) + \eta_i c \frac{n(t)}{\tau_e} - \frac{s(t)}{\tau_p} \quad (6)$$

$j_e(t)$ 是注入的电子流密度， $j_p(t)$ 是注入到振荡模式中的光子流密度， $d_0$ 是有源区的厚度， $\tau_e$ 是电子的寿命， $\tau_p$ 是光子的寿命， $g(n)$ 是受激发射增益， $\eta_i$ 是内部量子效率， $c$ 是自发发射的光子数填入振荡模式中的比率<sup>[4]</sup>。

受激发射增益 $g(n)$ 和有源区电子密度 $n$ 通常呈非线性关系。为解析方便，可在阈电子密度 $n_{th}$ 处做线性近似，取 $g(n) = a(n - n')$ ， $n'$ 是线性近似时的截距电子密度， $a$ 是比例常数。考虑到 $g/g_{th} = (n - n')/(n_{th} - n')$ ， $g(n) = 1/\tau_p$ ，将方程(5)和(6)的两端分别乘以 $\tau_e/(n_{th} - n')$ ，整理后得出

$$\frac{d\left(\frac{n - n'}{n_{th} - n'}\right)}{d\left(\frac{t}{\tau_e}\right)} = \left(\frac{j_e - j'}{j_{th} - j'}\right) - \left(\frac{n - n'}{n_{th} - n'}\right)\left(\frac{\tau_e}{\tau_p} \cdot \frac{s}{n_{th} - n'}\right) - \left(\frac{n - n'}{n_{th} - n'}\right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{\tau_e}{\tau_p} \cdot \frac{s}{n_{th} - n'}\right)}{d\left(\frac{t}{\tau_e}\right)} &= \left(\frac{\tau_e}{\tau_p}\right) \left[ \left(\frac{j_p - \eta_i c j'}{j_{th} - j'}\right) + \left(\frac{n - n'}{n_{th} - n'}\right) \left(\frac{\tau_e}{\tau_p} \cdot \frac{s}{n_{th} - n'}\right) \right. \\ &\quad \left. + \eta_i c \left(\frac{n - n'}{n_{th} - n'}\right) - \left(\frac{\tau_e}{\tau_p} \cdot \frac{s}{n_{th} - n'}\right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

令

$$T = t/\tau_e, j_{th} = d_0 n_{th}/\tau_e, j' = d_0 n'/\tau_e,$$

$$K = \tau_e/\tau_p, D = \eta_i c, N(T) = (n - n')/(n_{th} - n'),$$

$$S(T) = KS/(n_{th} - n'), J(T) = (j_e - j')/(j_{th} - j'),$$

$$H(T) = (j_p - j')/(j_{th} - j').$$

代入上式后，得到归一化速率方程

$$\frac{dN}{dT} = J - NS - N \quad (9)$$

$$\frac{dS}{dT} = K[H + (N - 1)S + DN]. \quad (10)$$

在稳态条件下,  $J = J_0$ ,  $H = H_0$ ,  $\frac{dN}{dT} = 0$ ,  $\frac{dS}{dT} = 0$ , 由方程(9)和(10)求得

$$N_0 = \{(J_0 + H_0) - [\sqrt{(J_0 + H_0 + 1)^2 - 4(1 - D)J_0} - 1]\}/2(1 - D) \quad (11)$$

$$S = \{(J_0 + H_0) + [\sqrt{(J_0 + H_0 + 1)^2 - 4(1 - D)J_0} - 1]\}/2 \quad (12)$$

在叠加小信号情况下

$$J(T) = J_0 + J_m(T), J_m(T) \ll J_0 \quad (13)$$

$$H(T) = H_0 + H_m(T), H_m(T) \ll H_0 \quad (14)$$

$$N(T) = N_0 + N_m(T), N_m(T) \ll N_0 \quad (15)$$

$$S(T) = S_0 + S_m(T), S_m(T) \ll S_0 \quad (16)$$

将(13)~(16)代入(9)和(10)中, 利用稳态条件并略去高次项, 得到小信号的微分方程

$$\frac{dN_m}{dT} = J_m - (1 + S_0)N_m - N_0S_m \quad (17)$$

$$\frac{dS_m}{dT} = K[(N_0 - 1)S_m + (S_0 + D)N_m + H_m] \quad (18)$$

对(17)和(18)进行拉氏变换得到

$$pN_m(p) = J_m(p) - (1 + S_0)N_m(p) - N_0S_m(p) \quad (19)$$

$$pS_m(p) = K[(N_0 - 1)S_m(p) + (S_0 + D)N_m(p) + H_m(p)] \quad (20)$$

式中  $N_m(p)$ ,  $S_m(p)$ ,  $J_m(p)$  和  $H_m(p)$  分别是  $N_m(T)$ ,  $S_m(T)$ ,  $J_m(T)$  和  $H_m(T)$  的象函数。

由(19)和(20)求得

$$N_m(p) = G_{nj}(p) \cdot J_m(p) + G_{nh}(p) \cdot H_m(p) \quad (21)$$

$$S_m(p) = G_{sj}(p) \cdot J_m(p) + G_{sh}(p) \cdot H_m(p) \quad (22)$$

式中:

$$G_{nj}(p) = [p + K(1 - N_0)]/\{p^2 + p[1 + S_0 + K(1 - N_0)] \\ + K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]\} \quad (23)$$

$$G_{nh}(p) = -KN_0/\{p^2 + p[1 + S_0 + K(1 - N_0)] \\ + K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]\} \quad (24)$$

$$G_{sj}(p) = K(S + D)/\{p^2 + p[1 + S_0 + K(1 - N_0)] \\ + K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]\} \quad (25)$$

$$G_{sh}(p) = K(p + 1 + S_0)/\{p^2 + p[1 + S_0 + K(1 - N_0)] \\ + K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]\} \quad (26)$$

如果把(21)和(22)用行列式表示, 则有

$$\begin{pmatrix} N_m \\ S_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{nj} & G_{nh} \\ G_{sj} & G_{sh} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_m \\ H_m \end{pmatrix}.$$

$J_m$  和  $H_m$  是半导体激光器的电和光的激励函数;  $N_m$  和  $S_m$  是半导体激光器的电和光的响应函数;  $G_{nj}$ ,  $G_{nh}$ ,  $G_{sj}$  和  $G_{sh}$  是半导体激光器的传输函数。我们定义:

$G_{nj}$  为电传输函数;  $G_{nh}$  为光电转换函数;

$G_{sj}$  为电光转换函数;  $G_{sh}$  为光传输函数。

令  $p = 0$ , 则由(23)–(26)得到稳态传输系数

$$G_{nj}(0) = (1 - N_0) / [1 + S_0 - N_0(1 - D)] \quad (27)$$

$$G_{nh}(0) = -N_0 / [1 + S_0 - N_0(1 - D)] \quad (28)$$

$$G_{sj}(0) = (S_0 + D) / [1 + S_0 - N_0(1 - D)] \quad (29)$$

$$G_{sh}(0) = (1 + S_0) / [1 + S_0 - N_0(1 - D)] \quad (30)$$

分别称  $G_{nj}(0)$  为电传输系数,  $G_{nh}(0)$  为光电转换系数,  $G_{sj}(0)$  为电光转换系数,  $G_{sh}(0)$  为光传输系数。

由上述分析可知, 半导体激光器的传输特性只与内部参数 ( $K$ ,  $D$ ) 和外部光电偏置 ( $H_0$ ,  $J_0$ ) 有关。 $G(p)$  就是表征半导体激光器传输特性的数学模型。

### 三、传 输 特 性

由网络理论可知, 半导体激光器的传输特性取决于传输函数的极点在复平面上的分布状况。极点确定之后, 半导体激光器的频域和时域响应特性就会很快展现。

#### 1. 极点性质

为分析方便, 令

$$\xi = \frac{1}{2} [1 + S_0 + K(1 - N_0)] / \sqrt{K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]} \quad (31)$$

$$\omega_0 = \sqrt{K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]}. \quad (32)$$

代入(23)–(26)得

$$G_{nj}(p) = [p + K(1 - N_0)] / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (33)$$

$$G_{nh}(p) = -KN_0 / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (34)$$

$$G_{sj}(p) = K(S_0 + D) / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (35)$$

$$G_{sh}(p) = K(p + 1 + S_0) / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (36)$$

特征方程为

$$p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2 = 0 \quad (37)$$

由(37)求得传输函数的两个极点

$$p_{1,2} = -\omega_0\xi \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}. \quad (38)$$

下面讨论三种情况:

$\xi < 1$  时,

$$p_{1,2} = -\omega_0\xi \pm j\omega_0\sqrt{1 - \xi^2}. \quad (39)$$

传输函数有两个共轭复数极点, 这时的半导体激光器相当于共轭复数双极点系统。因为  $\text{Re}[p_{1,2}] = -\omega_0\xi < 0$ , 共轭复数极点分布在复平面的左半部, 所以该系统的时域响应

具有衰减振荡的形式, 而频域响应具有类共振特性。

$\xi = 1$  时,

$$p_{1,2} = -\xi\omega_0. \quad (40)$$

传输函数有两个相等的实数极点, 这时的半导体激光器相当于相等实数双极点系统。因为  $p_{1,2} = -\xi\omega_0 < 0$ , 两个极点分布在复平面的左半轴上, 所以该系统的时域响应具有阻尼衰减的形式, 而频域响应不具有类共振特性。

$\xi > 1$  时,

$$p_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1} = -\omega_0[\xi \mp \sqrt{\xi^2 - 1}]. \quad (41)$$

传输函数有两个不相等的实数极点。这时的半导体激光器相当于不等实数双极点系统。因为  $p_{1,2} = -\omega_0[\xi \mp \sqrt{\xi^2 - 1}] < 0$ , 两个极点都分布在复平面的左半轴上, 所以该系统的时域响应具有阻尼衰减形式, 而频域响应不具有类共振特性。

由上述讨论可见, 根据  $\xi$  的取值就可决定半导体激光器的传输特性, 而  $\xi$  的取值与其内部参数 ( $K, D$ ) 和外部偏置 ( $J_0, H_0$ ) 有关。

但是, 当内部参数  $K = 1 - D$  时, 由(31)有

$$\xi = \left[ 1 - \left( \frac{S_0 - N_0}{2 + S_0 - N_0} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \geq 1 \quad (42)$$

这时的半导体激光器恒为实数双极点系统。就实际半导体激光器而言,  $K = 10^3 \sim 10^4$ , <sup>[7]</sup>  $D = 10^{-6} \sim 10^{-3}$ , <sup>[12]</sup> 所以, 在通常情况下, 总有  $\xi \ll 1$ , 即总是相当于共轭复数双极点系统。但若改变外部偏置 ( $J_0, H_0$ ) 的数值, 也可使  $\xi \geq 1$ , 由原来的共轭复数双极点系统变为实数双极点系统, 见图 1。

## 2. 稳态频率响应

令  $p = j\omega$ , 代入(33)–(36)得到稳态频率响应:

$$G_{nj}(j\omega) = G_{nj}(0) \cdot \left( 1 + j \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\frac{K(1 - N_0)}{\omega_0}} \right) / \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \right] \quad (43)$$

$$G_{sj}(j\omega) = G_{sj}(0) \cdot 1 / \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \right] \quad (44)$$

$$G_{nh}(j\omega) = G_{nh}(0) \cdot 1 / \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \right] \quad (45)$$

$$G_{sh}(j\omega) = G_{sh}(0) \cdot \left( 1 + j \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\frac{1 + S_0}{\omega_0}} \right) / \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \right] \quad (46)$$

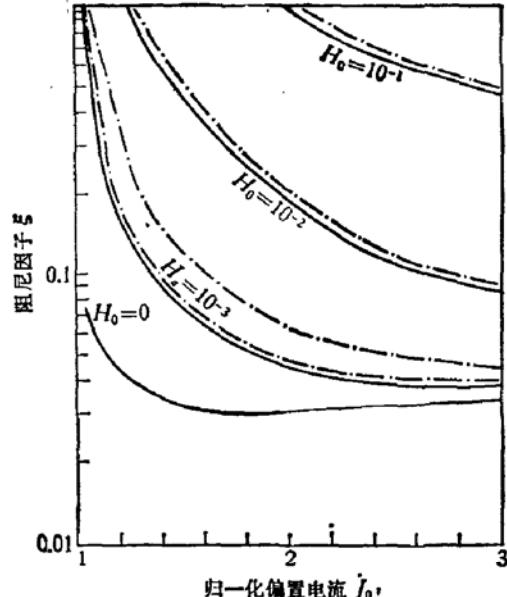


图 1 半导体激光器的阻尼因子和外部偏置的关系  
 $K = 10^3$ ;  $D = 0$ —;  $D = 10^{-3}$ —·—

其幅频特性为:

$$G_{nj}(\omega) = G_{nj}(0) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}{\frac{K(1-N_0)}{\omega_0}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} / \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + 4\xi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (47)$$

$$G_{sj}(\omega) = G_{sj}(0) \cdot 1 / \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + 4\xi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (48)$$

$$G_{nh}(\omega) = G_{nh}(0) \cdot 1 / \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + 4\xi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

$$G_{sh}(\omega) = G_{sh}(0) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}{\frac{1+S_0}{\omega_0}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} / \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + 4\xi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (50)$$

其相频特性为:

$$\varphi_{nj}(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{2\xi \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right] + \operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{\frac{K(1-N_0)}{\omega_0}} \right] \quad (51)$$

$$\varphi_{sj}(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{2\xi \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right] \quad (52)$$

$$\varphi_{nh}(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{2\xi \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right] \quad (53)$$

$$\varphi_{sh}(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{2\xi \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right] + \operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{\frac{1+S_0}{\omega_0}} \right] \quad (54)$$

令  $\frac{dG}{d\omega} = 0$ , 由(47)–(50)求得各幅频特性曲线的极值点。当  $\xi \ll 1$  时, 各极值点均为  $\omega_0$ , 故各曲线的极大值为:

$$G_{nj\max} = G_{nj}(0) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\omega_0}{K(1-N_0)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} / 2\xi \quad (55)$$

$$G_{sj\max} = \frac{G_{sj}(0) \cdot 1}{2\xi} \quad (56)$$

$$G_{nh\max} = \frac{G_{nh}(0) \cdot 1}{2\xi} \quad (57)$$

$$G_{sh\max} = G_{sh}(0) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\omega_0}{1+S_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} / 2\xi \quad (58)$$

由此可见,当外部输入信号的角频率  $\omega = \omega_0$  时,半导体激光器的稳态频率响应出现类共振现象。因此,我们把  $\omega_0$  称为半导体激光器的类共振角频率。显然,  $\omega_0$  的取值也只与其内部参数 ( $K, D$ ) 和外部偏置 ( $J_0, H_0$ ) 有关。对于给定的半导体激光器来说,当外部偏置 ( $J_0, H_0$ ) 一定时,特征参量  $\omega_0$  和  $\xi$  也就确定下来。

### 3. 冲击响应

对(33)–(36)进行反变换,可得出半导体激光器的冲击响应

$$G_{nj}(T) = \left[ 1 + \left( \frac{A}{\omega_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\sigma T} \cdot \cos(\omega_n T + \alpha) \quad (59)$$

$$G_{sj}(T) = K(S_0 + D) \cdot \frac{1}{\omega_n} \cdot e^{-\sigma T} \cdot \sin \omega_n T \quad (60)$$

$$G_{sh}(T) = -KN_0 \cdot \frac{1}{\omega_n} \cdot e^{-\sigma T} \cdot \sin \omega_n T \quad (61)$$

$$G_{sh}(T) = \left[ 1 + \left( \frac{A}{\omega_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot K \cdot e^{-\sigma T} \cdot \cos(\omega_n T - \alpha) \quad (62)$$

式中

$$A = \frac{1}{2} [1 + S_0 - K(1 - N_0)] \quad (63)$$

$$\omega_n = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} = \omega_0 \sin \theta \quad (64)$$

$$\sigma = \omega_0 \xi = \omega_0 \cos \theta \quad (65)$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{A}{\omega_n} \right)$$

这里,我们把  $\omega_n$  称为半导体激光器的张驰振荡角频率,把  $\sigma$  称为张驰振荡的衰减系数。由(59)–(62)求得各函数的极值为:

$$G_{nj\max}(T_0) = \left[ 1 + \left( \frac{A}{\omega_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos \alpha, \quad T_0 = 0 \quad (66)$$

$$G_{sj\max}(T_0) = K \cdot (S_0 + D) \cdot \frac{1}{\omega_n} \cdot e^{-\sigma T}, \quad T_0 = \frac{1}{\omega_n} \theta \quad (67)$$

$$G_{sh\max}(T_0) = -KN_0 \frac{1}{\omega_n} e^{-\sigma T}, \quad T_0 = \frac{1}{\omega_n} \theta \quad (68)$$

$$G_{sh\max}(T_0) = \left[ 1 + \left( \frac{A}{\omega_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot K \cdot \cos(-\alpha), \quad T_0 = 0 \quad (69)$$

由冲击响应特性可知,电子密度和光子密度出现极值的时间相差  $\frac{1}{\omega_n} \theta$ 。这意味着在半导体激光器中存在着电能和光能交换的过程。对于电激励信号来说,电子密度出现极值的时间超前;对于光激励信号来说,光子密度出现极值的时间超前。

当冲击响应  $G(T)$  确定后,利用褶积积分<sup>[5]</sup>,可以给出半导体激光器对任一激励信号的时域响应特性。

#### 4. 阶跃响应

如果激励信号为单位阶跃函数,有  $H_m(p) = \frac{1}{p}$ ,  $J_m(p) = \frac{1}{p}$ , 则由(33)–(36)得出阶跃响应函数:

$$N_{mj}(p) = \frac{1}{p} \cdot [p + K(1 - N_0)] / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (70)$$

$$N_{mh}(p) = \frac{1}{p} \cdot (-KN_0) / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (71)$$

$$S_{mj}(p) = \frac{1}{p} \cdot K(S_0 + D) / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (72)$$

$$S_{mh}(p) = \frac{1}{p} \cdot K(p + S_0 + 1) / (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2) \quad (73)$$

对(70)–(73)进行反拉氏变换,得出半导体激光器的阶跃响应

$$N_{mj}(T) = \frac{K(1 - N_0)}{\omega_0^2} \left[ 1 - \frac{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \sin \theta}}{\sin \theta} \cdot e^{-\sigma T} \cdot \sin(\omega_n T + \phi) \right] \quad (74)$$

$$N_{mh}(T) = -KN_0 \frac{1}{\omega_0^2} \left[ 1 - \frac{1}{\sin \theta} \cdot e^{-\sigma T} \cdot \sin(\omega_n T + \theta) \right] \quad (75)$$

$$S_{mj}(T) = K(S_0 + D) \cdot \frac{1}{\omega_0^2} \left[ 1 - \frac{1}{\sin \theta} \cdot e^{-\sigma T} \cdot \sin(\omega_n T + \theta) \right] \quad (76)$$

$$S_{mh}(T) = \frac{K(1 + S_0)}{\omega_0^2} \cdot \left[ 1 - \frac{\sqrt{1 + \beta^2 - 2\beta \sin \theta}}{\sin \theta} \cdot e^{-\sigma T} \cdot \sin(\omega_n T + \phi) \right] \quad (77)$$

式中

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \alpha} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \omega_0/K(1 - N_0)}$$

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \beta} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \omega_0/(1 + S_0)}.$$

由(74)–(77)式求得各阶跃响应的第一极值点为

$$T_{nj} = \frac{1}{\omega_n} (\theta - \phi) \quad (78)$$

$$T_{nh} = \frac{1}{\omega_n} \pi \quad (79)$$

$$T_{sj} = \frac{1}{\omega_n} \pi \quad (80)$$

$$T_{sh} = \frac{1}{\omega_n} (\theta - \phi) \quad (81)$$

显然,  $T_{sj} > T_{nj}$ ,  $T_{nh} > T_{sh}$ . 这说明半导体激光器对阶跃激励信号的响应, 其最大值并不同时出现。对于电激励信号来说, 电子密度出现峰值的时间超前; 对于光激励信号来说, 光子密度出现峰值的时间超前。当阶跃响应确定后, 利用叠加积分<sup>④</sup>, 可以给出半导体激光器对任一激励信号的响应。

## 5. 电偏置半导体激光器的传输特性

当  $H_0 = 0, D = 0, J_0 > 1$  时, 由(31), (32), (64)和(65)求得

$$\xi = J_0 / 2\sqrt{K(J_0 - 1)} \quad (82)$$

$$\omega_0 = \sqrt{K(J_0 - 1)} \quad (83)$$

$$\sigma = J_0 / 2 \quad (84)$$

$$\omega_n = \sqrt{4K(J_0 - 1) - J_0^2} / 2 \quad (85)$$

考虑到  $\omega_0 = 2\pi f_0 \tau_e$  和  $J_0 \approx I_0 / I_{th}$ , 则(82)–(85)式可写成

$$\xi = \frac{I_0}{I_{th}} / 2\sqrt{K \left( \frac{I_0}{I_{th}} - 1 \right)} \quad (86)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_e} \sqrt{K \left( \frac{I_0}{I_{th}} - 1 \right)} \quad (87)$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{I_0}{I_{th}} \quad (88)$$

$$f_n = \frac{1}{4\pi\tau_e} \sqrt{4K \left( \frac{I_0}{I_{th}} - 1 \right) - \left( \frac{I_0}{I_{th}} \right)^2} \quad (89)$$

令  $d\xi/dJ_0 = 0$ , 求得  $J_0 = 2$  时阻尼因子  $\xi$  有最小值。这时, (82)–(85)式可写成

$$\xi_{min} = \frac{1}{\sqrt{K}} \quad (90)$$

$$f_0 = \frac{\sqrt{K}}{2\pi\tau_e} \quad (91)$$

$$\sigma = 1 \quad (92)$$

$$f_n = \frac{\sqrt{K - 1}}{2\pi\tau_e} \quad (93)$$

阻尼因子  $\xi$  最小, 表明半导体激光器的类共振和张弛振荡最强。图 2 给出了电偏置半导体激光器的以阻尼因子  $\xi$  为参变量的响应曲线。

## 四、等效网络

由上述讨论可知, 在通常情况下, 半导体激光器相当于共轭复数双极点系统。其数学模型与熟知的 LCR 振荡电路的模型相似。因此, 我们可以借用网络理论把它和 LCR 振荡电路的网络模型进行等效, 从而得出半导体激光器的有源等效网络。

整理(33)–(36)得:

$$G_{nj}(p) = K_{nj} \cdot \left\{ [p + K(1 - N_0)] / \left[ p^2 \frac{1}{\omega_0^2} + p \frac{2\xi}{\omega_0} + 1 \right] \right\} \quad (94)$$

$$G_{nh}(p) = K_{nh} \cdot \left\{ 1 / \left[ p^2 \frac{1}{\omega_0^2} + p \frac{2\xi}{\omega_0} + 1 \right] \right\} \quad (95)$$

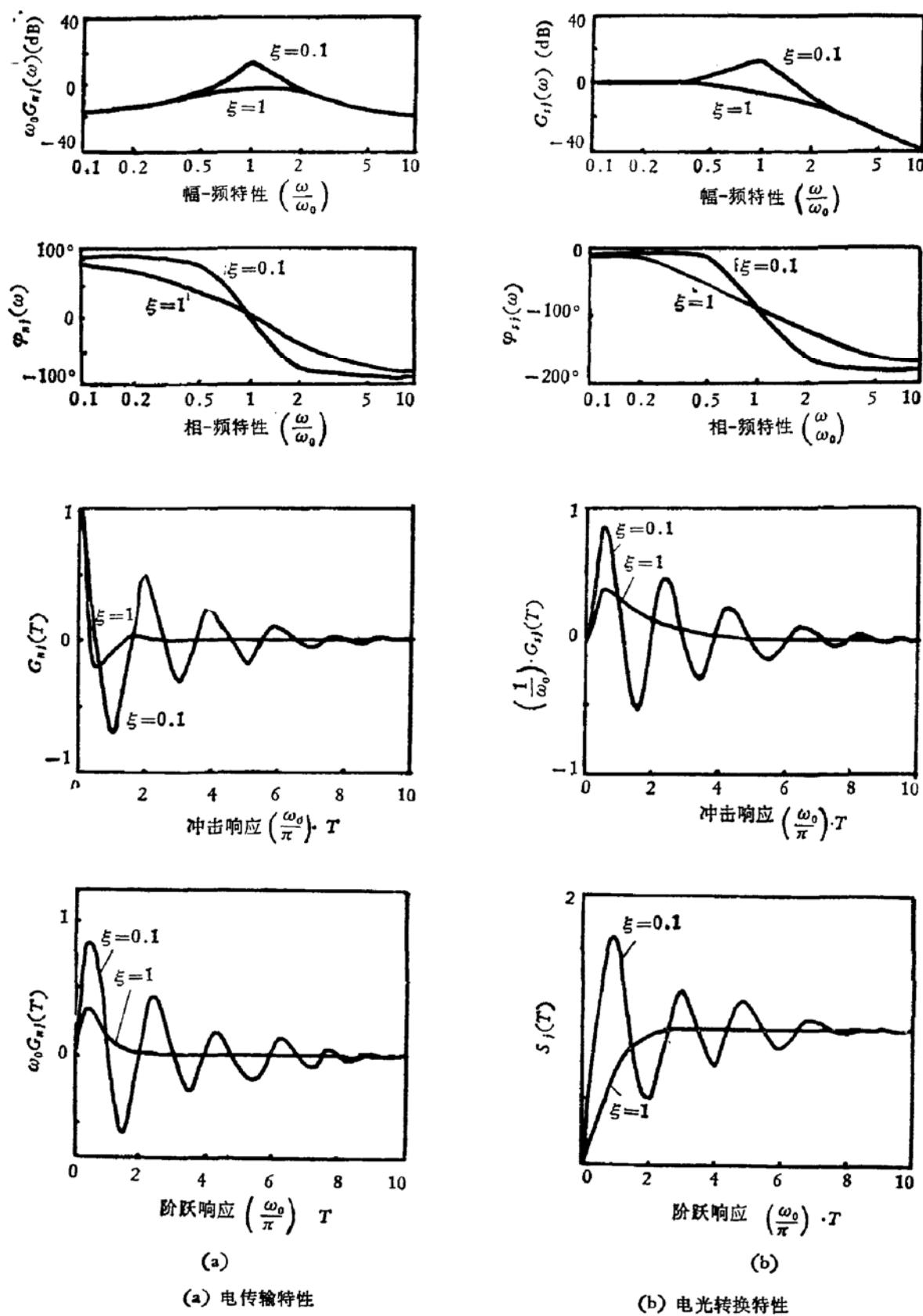
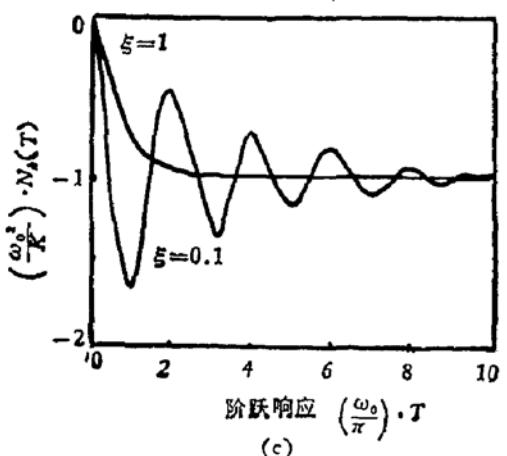
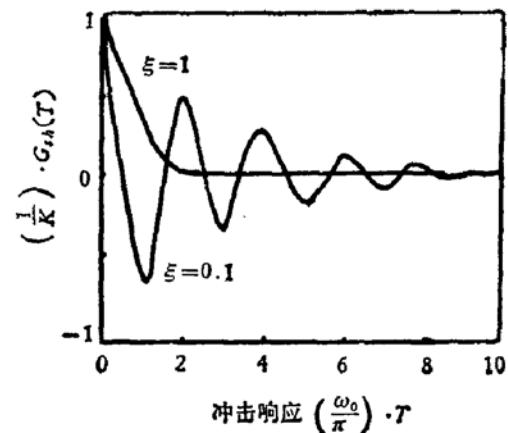
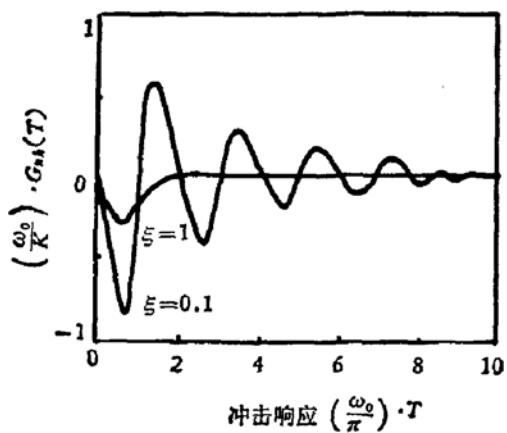
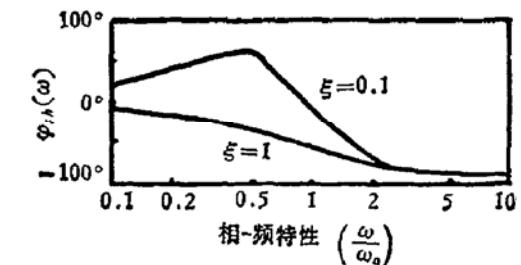
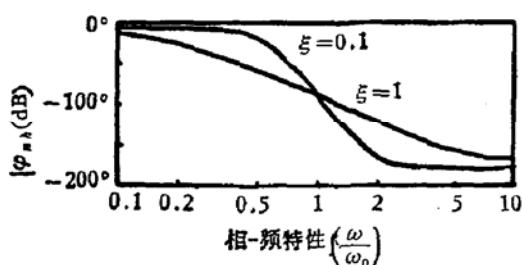
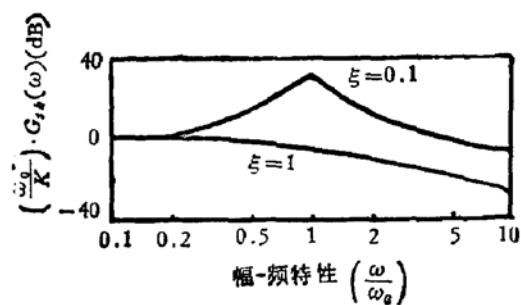
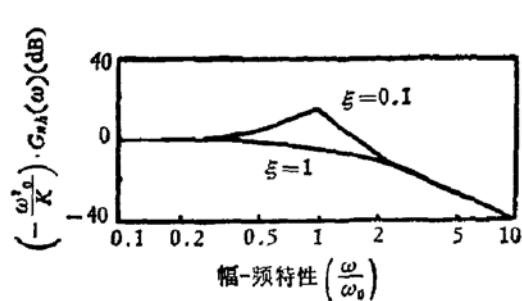
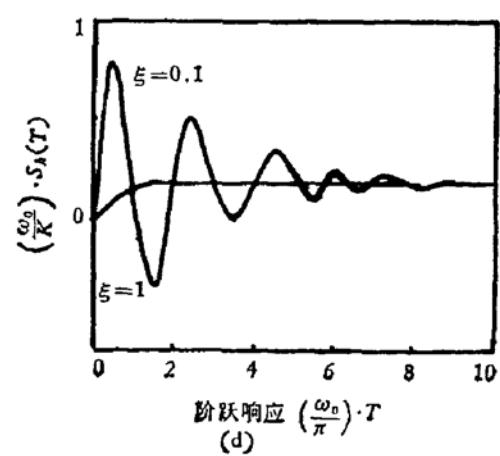


图 2 电偏置半导体



(c) 光电转换特性



(d) 光传输特性

$$G_{sj}(p) = K_{sj} \cdot \left\{ 1 / \left[ p^2 \frac{1}{\omega_0^2} + p \frac{2\xi}{\omega_0} + 1 \right] \right\} \quad (96)$$

$$G_{sh}(p) = K_{sh} \cdot \left\{ (p + S_0 + 1) / \left[ p^2 \frac{1}{\omega_0^2} + p \frac{2\xi}{\omega_0} + 1 \right] \right\} \quad (97)$$

其中

$$K_{nj} = \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]} \quad (98)$$

$$K_{nh} = -\frac{KN_0}{\omega_0^2} = -\frac{N_0}{1 + S_0 - N_0(1 - D)} \quad (99)$$

$$K_{sj} = \frac{K(S_0 + D)}{\omega_0^2} = \frac{S_0 + D}{1 + S_0 - N_0(1 - D)} \quad (100)$$

$$K_{sh} = \frac{K}{\omega_0^2} = \frac{1}{1 + S_0 - N_0(1 - D)} \quad (101)$$

分别称为电转移系数, 光电转移系数, 电光转移系数和光转移系数。

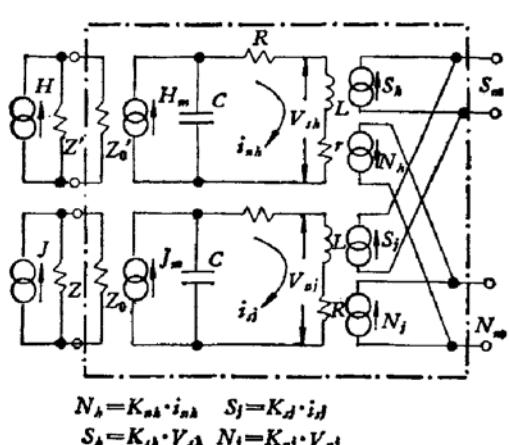


图3 半导体激光器的光电有源等效网络

根据(94)–(97)的零极点分布, 有图3所示的LCR有源网络与其等效。将等效网络的传输函数和(94)–(97)进行比较, 可得到半导体激光器的有源等效网络的参数:

$$L = 1 \quad (102)$$

$$C = \frac{1}{K[1 + S_0 - N_0(1 - D)]} \quad (103)$$

$$R = K(1 - N_0) \quad (104)$$

$$r = 1 + S_0 \quad (105)$$

当  $H_0 = 0, D = 0$  时, (102)–(105)式成为电偏置半导体激光器的有源等效网络的参数:

$$L = 1 \quad (106)$$

$$C = 1/K(J_0 - 1) \quad (107)$$

$$R = 0 \quad (108)$$

$$r = J_0 \quad (109)$$

其转移系数为

$$K_{nj} = 1/K(J_0 - 1) \quad (110)$$

$$K_{sj} = 1 \quad (111)$$

$$K_{nh} = -1/(J_0 - 1) \quad (112)$$

$$K_{sh} = 1/(J_0 - 1) \quad (113)$$

## 五、分析和综合

依据上述等效网络和传输函数, 可对电偏置半导体激光器的传输特性进行分析和综合。

1. 在通常情况下, 电偏置半导体激光器相当于共轭复数双极点系统。其稳态频率响应具有类共振特性, 阶跃响应具有张弛振荡特性。要想抑制和消除这些振荡成分, 就要设法增大阻尼因子  $\xi$  的数值。显然, 由(31)式和图2可见, 改变  $H_0$ ,  $K$  和  $D$  可以使阻尼因子  $\xi \geq 1$ , 从而使半导体激光器由原来的共轭复数双极点系统变为实数双极点系统, 使其输出响应中的振荡得到抑制。这就是文献[3]、[6]、[7]等提到的抑制方法的物理实质。

2. 设电流激励函数为  $J(p)$ , 让它经过传输函数为  $g(p)$  的线性网络变换后, 再输入到电偏置半导体激光器中, 这时的光响应函数为

$$S(p) = J(p) \cdot g(p) \cdot G_{si}(p) \quad (114)$$

如果要求半导体激光器实现无失真传输, 则必须满足条件

$$g(p)G_{si}(p) = 1$$

即要求变换网络的传输函数为

$$g(p) = [G_{si}(p)]^{-1} = G_{si}^{-1}(0) \cdot \left[ p^2 \frac{1}{\omega_0^2} + p \frac{2\xi}{\omega_0} + 1 \right] \quad (115)$$

显然, 这是一个具有“谷形”频率特性的传输网络。根据网络理论, 利用给定的半导体激光器的参数, 可以综合出几个与此传输特性相近的变换网络。文献[1]给出的网络是其中一例。

3. 假定上述变换网络是低通网络, 其传输函数为

$$g(p) = \frac{1}{p + \omega_c} = \frac{1}{p + a\omega_0} \quad (a \ll 1) \quad (116)$$

其中  $\omega_c$  为低通网络的截止角频率。由于低通网络的限制结果, 使激励信号的角频率  $\omega \ll \omega_0$ , 因此, 半导体激光器的传输函数  $G_{si}(p) \approx G_{si}(0)$ , 由(114)得到这时的响应函数为

$$S(p) = J(p) \cdot g(p) \cdot G_{si}(0) = J'(p) \cdot G_{si}(0) \quad (117)$$

对于输入信号函数  $J'(p)$  来说, 半导体激光器可以实现无失真传输。如果  $J(p) = \frac{1}{p}$ ,

则由(117)可得

$$S(T) = G_{si}(0) \cdot \frac{1}{a\sqrt{K(J_0 - 1)}} \cdot [1 - \exp(-a\sqrt{K(J_0 - 1)} \cdot T)] \quad (118)$$

因此, 提高电偏置  $J_0$ <sup>[8]</sup>, 将会使半导体激光器更接近无失真传输状态。

4. 设电信号函数为  $J(p) = \frac{1}{p}$ , 光信号函数为  $H(p) = \alpha \cdot \frac{1}{p} \cdot e^{-pT_0}$ ,  $\alpha$  为光信号强度的衰减系数,  $T_0$  为光信号相对于电信号的延迟时间。由等效网络得出半导体激光器的光响应函数为

$$S(p) = S_i(p) + S_h(p) = \frac{1}{p} [G_{si}(p) + G_{sh}(p) \cdot e^{-pT_0}] \quad (119)$$

令  $pT_0 \ll 1$ , 这时  $e^{-pT_0} \approx 1 - pT_0$ , 代入上式中得出

$$S(p) = \frac{1}{p} \left\{ \left( 1 + \frac{J_0}{J_0 - 1} \alpha \right) \left[ 1 + \frac{\frac{\alpha}{J_0 - 1} (1 - J_0 T_0)}{1 + \frac{J_0}{J_0 - 1} \alpha} p \right] \right\}$$

$$\left. -\frac{\alpha}{1 + \frac{J_0}{1-\alpha} \alpha} p^2 \right] / \left[ p^2 \frac{1}{K(J_0-1)} + p \frac{J_0}{K(J_0-1)} + 1 \right] \quad (120)$$

令

$$\frac{\frac{\alpha}{J_0-1} (1-J_0 T_0)}{1 + \frac{J_0}{J_0-1} \alpha} = \frac{J_0}{K(J_0-1)} \quad (121)$$

求得

$$T_0 = \frac{\alpha K(J_0-1) - J_0^2(1+\alpha) + J_0}{K\alpha(J_0-1)J_0} \simeq \frac{(K\alpha - J_0)}{K\alpha} \quad (122)$$

代入(120)中得出

$$S(p) = \frac{1}{p} \left\{ \left( 1 + \frac{J_0}{J_0-1} \alpha \right) \left[ 1 - \frac{\phi p^2}{p^2 \frac{1}{K(J_0-1)} + p \frac{J_0}{K(J_0-1)} + 1} \right] \right\} \quad (123)$$

式中

$$\phi = \frac{\alpha T_0}{(1+\alpha)J_0 - 1} + \frac{1}{K(J_0-1)} \simeq \frac{\alpha}{J_0-1} - \frac{1}{K} \quad (124)$$

适当选择  $\alpha$ , 可使  $\phi \ll 1$ , 这时

$$S(T) \simeq \left( 1 + \frac{J_0}{1-J_0} \alpha \right) \cdot 1(T) \quad (125)$$

半导体激光器近似实现无失真传输。如果光信号取自半导体激光器自身的光输出, 就是所谓的光反馈法<sup>[9]</sup>。但因这时的反馈光信号已不是上述的阶跃形式, 而是张弛振荡形式, 故效果不如上述明显。

5. 由传输函数和等效网络可知, 半导体激光器对光信号具有放大和检测的功能<sup>[10,11]</sup>。由(28)(30)和(11),(12)求得半导体激光器的稳态光传输系数和光电转换系数分别为

$$G_{sh}(0) = \frac{1}{2} \left( \frac{J_0 + H_0 + 1}{\sqrt{(J_0 + H_0 + 1)^2 - 4(1-D)J_0}} + 1 \right) \quad (126)$$

$$G_{nh}(0) = \frac{-1}{2(1-D)} \left( \frac{J_0 + H_0 + 1}{\sqrt{(J_0 + H_0 + 1)^2 - 4(1-D)J_0}} - 1 \right) \quad (127)$$

对于电偏置半导体激光器, 当  $D = 0$  时, 有

$$G_{sh}(0) = J_0/(J_0-1) \quad (128)$$

$$G_{nh}(0) = -1/(J_0-1) \quad (129)$$

结果表明, 在阈值附近, 对光信号的稳态放大和检测能力最强。如果利用其类共振特性, 则会得到更高效率的光放大和检测。

以上, 对均匀半导体激光器的传输特性所做的理论分析, 也适用于非均匀半导体激光器。关于对它的传输特性的分析和综合, 我们准备另文叙述。

## 六、结语

本文对半导体激光器的传输特性进行的理论分析, 不仅取得了和许多文献相同的结

果,而且还将这些分散的结果统一起来了。我们的工作表明,可以利用熟知的网络理论对半导体激光器的传输特性进行分析和综合。

本文承蒙北京大学郭长志副教授,本所王启明副教授和王守武教授细心审阅,提出了极为有益的宝贵意见,作者在此表示衷心感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Y. Suematsu and Hong, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-13, 756 (1977).
- [2] K. Otsuta, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-12, 438 (1976).
- [3] P. M. Boers, *Electron. Lett.*, 11, 206 (1975).
- [4] Y. Suematsu, S. Akiba and T. Hong, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-13, 596 (1977).
- [5] David K. Chang, "Analysis of Linear Systems", London Addison Woosley, (1959).
- [6] R. Lang and K. Kobayashi, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-12, 194 (1976).
- [7] K. Daikoku, *Japan. J. Appl. Phys.*, 16, 117 (1977).
- [8] M. Chown. et al., *Electron. Lett.*, 9, 34 (1973).
- [9] Kohroh Kobayashi, Roy Long and Kouichi Minemura, Proceedings of the 7th Conference on Solid state devices, Tokyo (1975).
- [10] D. Schicketang and G. Zeldler, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-11, 65 (1975).
- [11] A. Seko, Y. Mitsuhashi, T. Morihawa, J. Shimada and K. Sakurai, *Appl. Phys. Lett.*, 27, 140 (1975).
- [12] Y. Suematsu and S. Akiba, *Trans. IECE. Japan.*, E-59, 1(1976).

## A Theoretical Analysis on Transmission Characteristics of Semiconductor Lasers

Shan Yongzheng and Du Baoxun

(Institute of semiconductors, Chinese Academy of Sciences)

### Abstract

In this paper transmission characteristics of semiconductor lasers will be analysed on the basis of classical control theory. In the case of small signals semiconductor lasers are considered as an isolated linear system and the rate equation describing its physical process is linearized; four sorts of transmission functions showing its transmission characteristics have been obtained by using network theory; response characteristics to optical-electrical input signals and corresponding equivalent network are then given according to the transmission functions, and transmission characteristics of semiconductor lasers are, in turn, analysed and synthesized according to the transmission functions and the equivalent network.