

高压终端结构场分析边界元数值方法

梁苏军 罗晋生

西安交通大学电子工程系, 西安 710049

(1991年11月29日收到; 1992年2月24日收到修改稿)

本文从全新的角度出发, 提出了在高压终端结构数值场分析中运用边界元的基本方法, 并通过典型算例讨论了数值解的精度等基本特征。与差分和有限元方法相比, 边界元具有精度高, 方法简便, 特别适用于高压等明显优点。

EEACC: 0290, 0290R, 2530B

半导体高压终端结构的场分析是现代功率器件的关键技术之一。一般的通用器件数值分析程序不能满足高压终端场分析的需要。随着器件反向耐压和终端尺寸的不断增加, 常用的差分与有限元方法的局限性愈益严重。边界元方法(BEM)是七十年代末兴起的一类新的数值方法, 近年来在力学等诸多领域得到了广泛应用与发展; 在半导体领域的成功应用国外尚不多见^[1], 国内尚未见报道。本文从基本思路、基本方法两方面, 通过典型算例介绍边界元在高压终端场分析中的一般应用方法, 在结终端扩展(JTE), 场环(FR)结构中的算法与结果待以后专文介绍。

一、基本思路

高压半导体器件的关键指标是耐压能力。提高器件耐压, 需要采用一系列“终端”技术以克服平面工艺带来的pn结终止端产生的电场集中, 耐压大大下降的问题。传统的双极型高压大电流电力电子器件常采用磨角等台面技术, 而现代场控功率器件多采用与IC工艺兼容的各种平面型技术^[2]。由于平面终端结构复杂, 解析方法局限性很大, 国外从七十年代以来, 开发了一系列以差分、有限元方法为代表的专用程序^[3-5], 使“结终端技术”(JTT)由实验型技术转变为一门科学^[2]。尽管如此, 随着器件耐压的提高, 各种平面型终端的典型两维尺寸都在数十、数百微米, 以往的差分或有限元方法需要对整个终端区域进行离散; 在耗尽近似下还必须通过迭代确定耗尽区边界, 计算量随耐压额定的提高大幅度增长, 方法本身的局限性十分明显。实际上高压大功率器件主要是雪崩击穿, 必要的雪崩碰撞距离大功率器件自然满足, 剩下的击穿要素是电场强度。可以认为, 当电场达到或超过某一定值时, 击穿就发生, 低于此值击穿不发生, 这就是临界电场的概念。种种终端优化设计的首要目标只有一个即尽可能提高归一化反向耐压指标, 同时采取各种措施使电场分布的最大值始终低于临界电场。即使数值计算雪崩积分, 实际上对积分项的主要贡献仍

是来自最大电场区,与积分的起点、终点、路径关系不大。由此可知,全部计算整个终端区域各处的电场、电位值实无必要。将临界电场的概念与边界元方法结合可以解决这一矛盾,开辟一条数值计算的新路。首先,边界元只需要考虑问题的边界离散,尽管耐压提高,终端尺寸增大,但周界增长的幅度相对面积却很小,所以特别适用于高压情况。其次,差分与有限元不允许只对感兴趣的区域,亦即最大电场可能存在的区域单独计算,而边界元却可以通过适当选择边界位置,只计算最大电场存在的区域,突出重点进行最大电场分析,大大减少优化设计所需要的计算量与时间。正是基于这种考虑,本文提出的边界元法又可称之为边界元临界电场分析法。当然必要的话,采用边界元求出边界值之后也可求出终端全域内部各点的场、位值,但对于优化分析来讲,意义不是很大。

有必要指出,确定场、位分布,本文提出的边界元方法,目前主要用于在反偏耗尽似下解泊松方程(拉氏方程),不涉及在反偏下自洽求解三个方程(泊松方程、多子、少子电流连续性方程)等问题。同时求解三个方程,国外已有的方法是差分^[4]与有限元^[5],此时虽不必采用耗尽近似,不用迭代耗尽区边界,但计算的复杂程度可想而知。

二、基本方法

进行终端结构边界元数值场分析,要根据以上原则针对具体结构进行算法设计。边界元基本数值方法可参考有关专著[6],本节只讨论需要特殊考虑的共同问题。

1. 直接法与间接法

进行边界元场分析,采用直接法与间接法均可。但在耗尽区近似下需迭代耗尽区边界,采用直接法结果直观,便于修正迭代结果,比较可取。本文采用直接法。

2. 拉普拉斯方程与泊松方程

考虑势函数 u ,在 Ω 域内满足拉氏方程 $\Delta u = 0$,在边界上满足边界条件:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u}, && \text{在 } \Gamma_u \text{ 上.} \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= \bar{q}, && \text{在 } \Gamma_q \text{ 上.} \end{aligned}$$

总边界为 $\Gamma = \Gamma_u + \Gamma_q$, $\frac{\partial u}{\partial n}$ 表示边界的外法向矢量。

根据奥-高或格林公式(或用加权余量法)对边界上任意点 P ,可得边界约束方程:

$$c(P)u(P) + \int_{\Gamma} u(Q)\tau^*(P, Q)d\Gamma(Q) := \int_{\Gamma} \frac{\partial u(Q)}{\partial n}u^*(P, Q)d\Gamma(Q),$$

其中: u^* 为基本解, $\tau^* = \frac{\partial u^*}{\partial n}$, $c(P)$ 是与 P 点处几何形状有关的常数,大写 P, Q 表示边界上的一般点。

对拉氏方程,只需对边界离散,得:

$$C_i u_i + \sum_{j=1}^N G_{ij} u_j = \sum_{j=1}^J F_{ij} \left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_j.$$

整理后可得系统矩阵:

$$[A]\{x\} = \{D\}.$$

对直接法, $\{x\}$ 为边界结点处待求的实际物理量如电场、电位等, $\{D\}$ 为由已知边界

条件形成的常向量, $[A]$ 为由基本解或其导数作核心的系数矩阵. 很明显, 只对边界离散, 求解问题降一维, 这是边界元方法最大的优点之一.

半导体器件特征分析的基本工作是解泊松方程 $\Delta u = f$, 如果存在特解 u_0 (如杂质浓度均匀分布或指数分布等), 使 $u = u_0 + u_L$, $\Delta u_0 = f$, 则泊松方程可化为拉氏方程 $\Delta u_L = 0$ 求解. 这是最理想的情况. 根据极值原理, 对拉氏方程, 电位的最大最小值在边界上.

如不存在特解, 在边界离散的同时需进行体积分, 计算自由项 f 的贡献. 对边界上任一点 P , 同理可得约束方程:

$$\begin{aligned} c(P)u(P) + \int_R u(Q)\tau^*(P, Q)d\Gamma(Q) + \int_\Omega f(q)u^*(P, q)d\Omega(q) \\ = \int_R \frac{\partial u(Q)}{\partial n}u^*(P, Q)d\Gamma(Q). \end{aligned}$$

离散后有:

$$C_i u_i + \sum_{j=1}^N G_{ij} u_j + B_i = \sum_{j=1}^N F_{ij} \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_j,$$

其中: $B_i = \sum_{K=1}^M \int_{\Delta K} f(q)u^*(P_i, q)d\Omega(q)$, 小写 q 表示 Ω 域内一般点.

整理后仍有系统方程:

$$[A]\{x\} = \{D\},$$

只是 $\{D\}$ 中已增加了体积分的贡献. 进行体积分要在区域内部划分单元(如三角形单元), 增加了程序复杂程度, 但不增加总的未知量个数. 好在结终端两维场分析中需要计算体积分的主要是高浓度扩散区, 该区只占整个终端结构的很小部份, 反向电压增加带来的耗尽区域扩展主要在低浓度侧, 进行体积分带来的影响并不严重.

由高斯定理可知, 在高低浓度区的交界处即结处电力线最密, 电场最强. 沿结处划分边界, 将高浓度侧与低浓度侧分成不同区域, 既可采用不同方法分别解泊松方程与拉氏方程, 又可突出重点求出最大电场值及位置. 多区的边界元具体数值方法可参考有关专著 [6], 在此不再赘述.

3. 耗尽区边界的确定

求解结终端的位势问题与一般位势问题的最大差别在于需要在计算过程中确定耗尽区边界, 无论差分、有限元还是边界元都一样, 只是边界元不需要计算耗尽区以外的区域. 确定耗尽区边界的判据是边界外法向电场或电位值. 如果耗尽区两侧已知边界条件给电位, 则求出的边界外法向电场应为零. 如果高浓度侧区域过大, 则求出的外法向电场必然小于零(以 p^+n 结为例), 反之则大于零. 对低浓度侧, 情况正好相反. 如果已知边界条件一侧给外场为零, 另一侧给电位, 情况也与上面类似, 已给外场一侧的边界电位解将随耗尽区过大过小围绕期望电位值上、下波动.

通过实际计算可知此判据较灵敏. 要计算迭代出边界外法向电场一定为零, 很不经济也很不现实, 其与分点疏密、数值精度有关. 一般根据一维情况取初值, 通过欠、过两种情况即可大概确定耗尽区边界位置, 再细调使边界外法向电场为最大电场的 1% 以下即可.

三、典型算例与几点结论

为全面了解边界元数值方法的精度,各种算法的特点,选定形式上两维实际上一维 $p^+ n$ 结为例,计算了电场、电位分布。

算例条件如下:

表面浓度 N_s 为 $2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, 衬底浓度 N_B 为 $3.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, 结深 x_j 为 $7 \mu\text{m}$, 坐标原点取在结处。扩散杂质取高斯分布, 在结处分成两区。为进行拉氏计算, 扩散区杂质分布可取特定指数分布近似^[7]。边界条件给定为电位, 两端电压 400V , y 方向边界取自由边界, 外法向电场为零; x 方向各区外法向电场只有两端点, 即最大电场 ($x = 0$) 与最小电场(耗尽区边界电场)。如果不在结处划分双区, 则不能在 $x = 0$ 处直接求出最大电场, 只能根据前后电位近似计算。边界元分别取常元、线元、二次元, 这里只给出了线元结果, 且不计 y 值的影响。计算充分利用了对称性。

计算分以下三种情况:

(1) 区 1 取特定指数分布近似:

$$N(x) = N_B a^{-\frac{x}{x_p}},$$

其中 $a = 58.19$, $x_p = 2.80$, 计算过程详见[7]。

泊松方程: $\Delta u^1 = \frac{qN_B}{\epsilon_r \epsilon_0} (a^{-\frac{x}{x_p}} - 1)$, 特解: $u_0^1 = \frac{qN_B}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(\frac{x_p^2}{\ln^2 a} a^{-\frac{x}{x_p}} - \frac{x^2}{2} \right)$, $u^1 = u_L^1 + u_0^1$.

区 2 取均匀分布, 泊松方程:

$\Delta u^2 = -\frac{qN_B}{\epsilon_r \epsilon_0}$, 特解: $u_0^2 = -\frac{qN_B}{2\epsilon_r \epsilon_0} x^2$, $u^2 = u_L^2 + u_0^2$.

在 $x = 0$ 处, $u^1 = u^2 = 0\text{V}$, $E^1 = -E^2$.

上面式中, q 表示电子电荷, ϵ_r 表示 Si 的相对介电常数, ϵ_0 表示真空介电常数, E^1, E^2 分别表示区 1、区 2 在 $x = 0$ 边界处外法向电场。

由于区 1 区 2 存在解析特解, 只对区 1 区 2 拉氏方程 $\Delta u_L^1 = 0$ 和 $\Delta u_L^2 = 0$, 分别取疏、密分点进行数值计算。计算图形见图 1, 计算结果见表 1。这种情况有精确解析解可资比较, 绝对误差最大为 0.2 V , 除个别小电压点外相对误差小于 1% 。

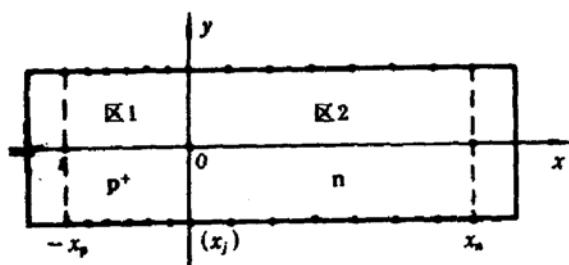


图 1 计算图形

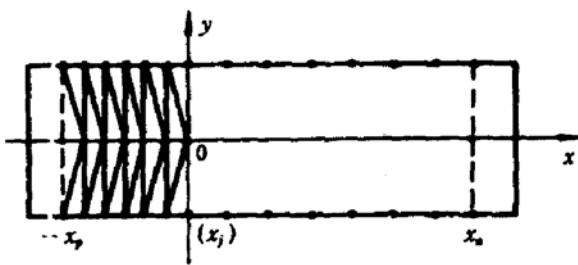


图 2 体积分三角形取法

表 1 计算结果

电位分布(拉氏解),单位:V						
区号	结点x坐标 (μm)	解析解	疏 点*		密 点*	
			数值解	相对误差	数值解	相对误差
1	-2.80	-55.86	(已知条件)			
	-1.95	-38.97	-39.05	0.0021	-39.05	0.0021
	-1.35	-27.05	-27.12	0.0026	-27.12	0.0026
	-0.75	-15.14	-15.20	0.0040	-15.20	0.0040
	0-	-0.25	-0.35	0.40	-0.35	0.40
2	0+	0	-0.1	—	-0.1	—
	6.3	122.8	122.6	-0.0016	122.6	-0.0016
	14	272.8	272.7	-0.00037	272.7	-0.00037
	22	428.7	428.7	0	428.7	0
	30	584.6	584.6	0	584.6	0
	36.62	713.53	(已知条件)			

*：疏点，区 1 取 7 点($0.6\mu\text{m}/\text{格}$)，区 2 取 13 点($4\mu\text{m}/\text{格}$)；密点，区 1 取 11 点($0.3\mu\text{m}/\text{格}$)，区 2 取 21 点($2\mu\text{m}/\text{格}$)。以上均指 x 轴分点，表 2 同。

电场分布, 泊松解表示, 单位: $\times 10^5 \text{V/cm}$

区号	结点x坐标 (μm)	解析解	疏 点		密 点	
			数值解	相对误差	数值解	相对误差
1	-2.80	0	-0.01020	0.0053**	-0.01017	0.0052**
	0-	-1.949	-1.940	-0.0046	-1.940	-0.0046
2	0+	1.949	1.940	-0.0046	1.940	-0.0046
	36.62	0	0.0073	0.0038**	0.0073	0.0038**

**：相对于最大电场 ($x = 0$) 泊松解。

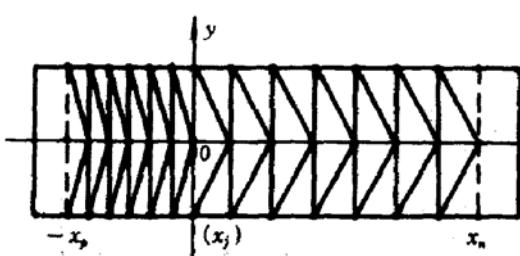


图 3 体积分三角形取法

(2) 区 1 取高斯分布, 无特解, 直接对泊松方程求数值解: $\Delta u^1 = \frac{q}{\epsilon_s \epsilon_0} (N_s e^{-\left(\frac{x-x_i}{L_d}\right)^2} - N_B)$. 区 1 进行三角形部分计算体积分, 如图 2 所示. 区 2 仍同情况(1)解拉氏方程. 除分别取疏、密分点计算外, 还增加了区 1 取高密分点, 区 2 仍取密分点的计算, 计算结果见表 2(统一用泊松解表示).

(3) 区 1 取高斯、区 2 取均匀分布同情况(2), 两区都直接对泊松方程求数值解, 三角形部分, 如图 3 所示. 取疏分点进行了计算, 计算结果见表 2.

表 2

电位分布,泊松解,单位:V

区号	结点 x 坐标 (μm)	指数近似 解析解	疏 点		密 点	高 密*
			双区体积分	区 1 体积分	区 1 体积分	区 1 体积分
1	-2.80	-43.23	(已知条件)			
	-1.95	-35.70	-36.44	-36.46	-35.99	-35.79
	-1.35	-25.74	-26.58	-26.62	-26.00	-25.79
	-0.75	-14.54	-15.35	-15.41	-14.74	-14.54
	0-	0	-0.89	-0.87	-0.23	-0.05
2	0+	0	-0.89	-0.87	-0.23	-0.05
	6.3	112.2	111.4	111.4	111.9	112.1
	14	220.7	220.0	220.0	220.4	220.6
	22	299.9	299.4	299.6	299.8	299.9
	30	345.1	344.9	345.0	345.1	345.1
	36.62	356.8	(已知条件)			

*:高密分点只对区 1,38 点($0.075\mu\text{m}/\text{格}$);区 2 仍取密点.电场分布,泊松解,单位: $> 10^5\text{V/cm}$

区号	结点 x 坐标 (μm)	指数近似 解析解	疏 点		密 点	高 密
			双区体积分	区 1 体积分	区 1 体积分	区 1 体积分
1	-2.80	0	**(-2.76)0.00043	**(-2.76)0.00063	**(-2.79)-0.011	-0.0095
	0-	-1.949	-1.938	-1.941	-1.941	-1.940
2	0+	1.949	1.938	1.941	1.941	1.940
	36.62	0	-0.012	0.0052	0.0070	0.0092

**: p^+ 区耗尽区边界迭代到新的位置以满足外法向电场近似为零的要求.

由计算结果可知:

- 利用特解,化泊松方程为拉氏方程求解,数值精度高,而且结点值基本不受分点疏密程度的影响,这是其它数值方法难以做到的.
- 体积分与维数效应有关,分点疏密对结果精度有影响.自由项线性越差,影响越显著.但区 1 体积分对区 2 拉氏方程解的影响很小,可以近似认为两区数值精度相互独立,结论 1 对区 2 仍然成立.这是高密分点只对区 1 的原因.
- 区 1 高密度体积分引入的离散误差很小,可以认为数值解与真实解十分接近.特定指数分布解析解与之比较十分相近,充分证明特定指数分布是高斯分布的很好近似.用其代替扩散结高斯或余误差分布是器件解析分析与计算的一种有力工具,在扩散结雪崩击穿参量的解析计算、功率 MOS 管最小导通电阻的分析与设计等方面有广泛的用途.想办法找到特解,化泊松方程为拉氏方程求解正是提出这种特定指数分布的初衷,也是其重要应用之一.

综上所述,边界元在半导体高压终端结构场分析中,确实不失为一种很有发展潜力的新的数值方法。

参 考 文 献

- [1] W. D. Ryan, Proc. of the Inter. Conf. on Simul. of Semicon. Devices and Process, 56(1984).
- [2] B. J. Baliga, Modern Power Devices, ch. 3, John Wiley & Sons, Inc. (1987).
- [3] M. S. Adler, V. A. K. Temple and R. C. Rustay, *Solid State Electronics*, **25**, 1179(1982).
- [4] A. F. Franz and G. A. Franz, *IEEE Trans. CAD*, **CAD-4**, 177(1985).
- [5] M. Dinto, C. S. Rafferty, H. R. Yeager and R. W. Dutton, Standford Electronics Lab., Tech. Rep. (1985).
- [6] C. A. Brebbia, *The Boundary Element Method for Engineers*, Pentech Press(1978).
中译本“工程师用的边界元方法”,科学出版社(1986)。
- [7] 梁苏军、罗晋生,半导体学报,12(2),73(1991)。

A Boundary Element Numerical Method for Analysis of Field in High-Voltage Junction Termination

Liang Sujun and Luo Jinsheng

*Department of Electronic Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*

(Received 29 November 1991; revised manuscript received 24 February 1992)

Abstract

A fundamental Boundary Element Method(BEM) applied in Junction Termination Technique(JTT) is presented from a new point of view. The precision and other characters of numerical solutions are discussed through a typical example. In comparision with Finite Difference Method and Finite Element Method, BEM has higher precision, simplicity and is very suitable for the high reverse voltage case.

EEACC: 0290, 0290R, 2530B