

亚微米 MOS 场效应管的完全 解析二维模型*

汤庭鳌

(复旦大学电子工程系, 上海, 200433)

C. A. Paz de Araujo

(University of Colorado, Colorado Springs U. S. A.)

1991年6月6日收到, 同年8月27日修改定稿

本文对二维非线性泊松方程这一基本问题进行了求解。采用一个微分算符将泊松方程分解成自由载流子部份和掺杂分布部份。自由载流子部份正是著名的刘维方程, 具有解析解。掺杂分布部份采用“相似变换”的方法予以求解。将包含自由载流子影响的完全的二维电势分布用于亚微米 MOS 场效应管, 得到了阈值电压的解析模型。它能很好地说明短沟道效应。本解析模型的特点是其完整性及简单性。它能很方便地用于器件模拟, 也能推广到三维情况。

EEACC: 2560R, 0290P

一、引言

众所周知, 缩小器件尺寸是实现 VLSI 电路的最重要途径之一, 当 MOS 管的沟道长度缩小到可以和源-漏耗尽层厚度比拟, 沟道宽度缩小到可以和沟道耗尽层厚度比拟时, 会出现短沟道、窄沟道等效应。多年来, 已有不少人对这些问题作了研究。其中解析法是解决此问题的一种有效方法。电荷分享原理法^[1-4]和解二维泊松方程^[5-10]是两种主要的解析方法。

通常, 在解二维泊松方程时总出现较复杂的级数解以及往往把自由载流子的影响忽略掉。

在本工作中, 引进一个适当的微分算符, 将完整的泊松方程分为两个部份。其中之一正是已知的刘维方程, 可以得到它的解析解。另一部份不包括自由载流子, 采用了“相似变换”的方法进行求解。然后将二维泊松方程的完整解用来讨论很小尺寸的 MOS 场效应管的特性。所得到的阈值电压解析表达式可成功地用来描述亚微米 MOSFET 的短沟道效应。所得结果与 MINIMOS 的模拟结果及实验数据符合甚好。本结果的特殊优点是它的简单性及包含了自由载流子电子的影响。它将被用于 Spice 等模拟中。

* 本课题由电科院基金项目资助。

二、二维泊松方程的解

现在讨论衬底掺杂浓度分布为 N_A 的亚微米 n 沟道 MOS 场效应管。我们要解的二维泊松方程为:

$$\nabla^2 \Psi = \frac{q}{\epsilon, \epsilon_0} [n - p + N_A], \quad (1)$$

式中电子及空穴的浓度分别为:

$$n = n_p^0 e^{\beta \Psi}, \quad (2)$$

$$p = p_p^0 e^{-\beta \Psi}, \quad (3)$$

$$\beta = \frac{q}{kT}. \quad (4)$$

图 1 给出 MOS 管结构的草图, 其中 x 方向平行于半导体表面, y 方向垂直于表面。

将(2)–(4)式代入(1)式, 为数学处理方便起见, 先讨论只有自由电子情况。(至于有自由空穴同时存在的情况, 原则上同样可以求解, 但数学处理太复杂。)

$$\nabla^2 \Psi = N e^{\beta \Psi} + C, \quad (5)$$

式中

$$N = \frac{q}{\epsilon, \epsilon_0} n_p^0, \quad C = \frac{q}{\epsilon, \epsilon_0} N_A. \quad (6)$$

为了解非线性偏微分方程, 假定

$$\Psi = U + V, \quad (7)$$

U 和 V 均为 x 及 y 的函数。于是方程(5)可表示为

$$\nabla^2 U + \nabla^2 V = N e^{\beta U} e^{\beta V} + C. \quad (8)$$

引进一个微分算符 $\hat{L}$, 它定义为:

$$\hat{L} = \left(\frac{\partial^2}{\partial V^2} - \beta^2 \right). \quad (9)$$

将 $\hat{L}$ 作用于方程(8)的两边, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial V^2} (\nabla^2 U) - \beta^2 \nabla^2 U + \left(\frac{\partial^2}{\partial V^2} - \beta^2 \right) \nabla^2 V - N \beta e^{\beta U} e^{\beta V} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial V^2} + 2\beta \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right) \right. \\ \left. + \beta \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)^2 \right] - \beta^2 C, \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\nabla^2 U = C, \quad (11)$$

及

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial V^2} \right) + 2\beta \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right) + \beta \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)^2 = 0, \quad (12)$$

因而便有

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial V^2} - \beta^2 \right) \nabla^2 V = 0. \quad (13)$$

接着先处理方程(12), 令

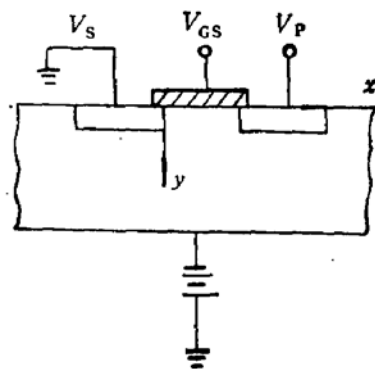


图1 MOS管结构示意图

$$z(V) = \frac{\partial U}{\partial V}, \quad (14)$$

将此式代入(12)式,可得

$$z' + 2\beta z + \beta z^2 = 0, \quad (15)$$

作一变换

$$z = \frac{1}{P}, \quad (16)$$

(15)式成为

$$P' - 2\beta P = \beta, \quad (17)$$

方程(17)的解为

$$P(V) = ae^{\int 2\beta dV} + e^{\int 2\beta dV} \int \beta e^{-\int 2\beta dV} dV = ae^{2\beta V} - \frac{1}{2}, \quad (18)$$

其中 a 为积分常数。将(18)式代入(16)式,再代入(14)式:

$$\frac{\partial U}{\partial V} = z(V) = \frac{2}{2ae^{2\beta V} - 1}, \quad (19)$$

于是可得

$$U = \frac{1}{\beta} \ln(2ae^{2\beta V} - 1) - 2V, \quad (20)$$

或者

$$e^{\beta U} = 2a - e^{-2\beta V}, \quad (21)$$

$$e^{\beta V} = \left(\frac{1}{2a - e^{\beta U}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

方程(13)可表述为:

$$\frac{\partial^2}{\partial V^2} \nabla^2 V = \beta^2 \nabla^2 V. \quad (23)$$

由上式可知, $\nabla^2 V$ 是算符 $\frac{\partial^2}{\partial V^2}$ 的本征函数,相应的本征值为 β^2 , 显然本征函数 $re^{\beta V}$ 满足本征值方程(23),即

$$\nabla^2 V = re^{\beta V}. \quad (24)$$

另一方面,方程(11)可用相似变换方法^[11]求解,令

$$U(x, y) = f(s), \quad (25)$$

以及

$$s = \frac{1}{d}(x + y). \quad (26)$$

将(25)及(26)式代入(11)式,

$$\nabla^2 U = \nabla^2 f = \frac{2}{d^2} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} = C(s). \quad (27)$$

$$\frac{d^2 f}{ds^2} = \frac{d^2}{2} C(s). \quad (28)$$

方程(28)的解可表示为

$$f(s) = \frac{d^2}{2} \iint C(s') ds ds' + A_1 s + A_2. \quad (29)$$

对于最简单的情况, 当 $C(s) = \text{常数}$ 时, 便有

$$U(x, y) = f(s) = \frac{C}{4}(x+y)^2 + \frac{A_1}{d}(x+y) + A_2, \quad (30)$$

式中 A_1 及 A_2 为待定常数.

方程(24)是著名的刘维方程, 它的解为^[12,13]:

$$e^{\beta V} = \frac{2 \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 \right]}{\beta^2 (F^2 + G^2 + 1)^2}, \quad (31)$$

式中 F 和 G 定义为

$$F + iG = f(x + iy) = f(\omega) \quad (32)$$

$f(\omega)$ 是任意的解析函数. 刘维方程是拉格朗日在讨论不可压缩流体二维稳态涡旋运动所求得方程的特殊情况. 在我们的问题中, 我们取

$$f(\omega) = f(x + iy) = \frac{1}{b}(x + iy). \quad (33)$$

将 F 和 G 代入(31)式, 可得

$$V = \frac{1}{\beta} \ln \frac{2b^2}{\beta^2 [(x^2 + y^2) + b^2]^2}. \quad (34)$$

此解应满足原始方程(5), 即下式必须成立:

$$\nabla^2 V = Ne^{\beta V} e^{\beta V}. \quad (35)$$

将(34)、(21)式代入(35)式, 可得

$$2aN(e^{\beta V})^2 + \frac{8b^2}{\beta(x^2 + y^2 + b^2)^2} (e^{\beta V}) - N = 0. \quad (36)$$

于是便有

$$V = \frac{1}{\beta} \ln \left\{ \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(x^2 + y^2 + b^2)^4}}{4aN\beta(x^2 + y^2 + b^2)^2} \right\}. \quad (37)$$

方程(5)的总的解为

$$\begin{aligned} \Psi = U + V = & \frac{C}{4}(x+y)^2 + \frac{A_1}{d}(x+y) + A_2 \\ & + \frac{1}{\beta} \ln \left\{ \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(x^2 + y^2 + b^2)^4}}{4aN\beta(x^2 + y^2 + b^2)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (38)$$

上式通过 β 包括了自由载流子的影响.

三、MOS 场效应管的表面势

为了确定短沟道 MOS 管的 $\Psi(x, y)$ 中的待定常数, 我们采用下述边界条件^[14]:

$$\Psi(0, y) = V_{ss}, \quad (39)$$

$$\Psi(L, y) = V_{ss} + V_D, \quad (40)$$

$$\Psi(x, 0) = V_{Gt} - V_{FB} - \frac{\epsilon_{ox}\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad (41)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi(x, y)}{\partial y} \right|_{y=y_d} = 0, \quad (42)$$

其中 V_{in} 为内建势, V_D 为漏极电压, V_G 为栅极电压, V_{FB} 为平带电压, L 是沟道长度, y_d 是沟道耗尽层厚度。由(38)、(39)、(40)式,可以得到

$$\frac{A_1}{d} = \frac{1}{L} \left\{ V_D - \frac{C}{4} (L^2 + 2Ly) - \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{(y^2 + b^2)^2}{(L^2 + y^2 + b^2)^2} \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(L^2 + y^2 + b^2)^4}}{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(y^2 + b^2)^4}} \right] \right\}, \quad (43)$$

$$A_2 = V_{in} + \frac{C}{4} y(L + y) - \frac{y}{L} V_D + \frac{y}{L\beta} \ln \left[\frac{(y^2 + b^2)^2}{(L^2 + y^2 + b^2)^2} \right. \\ \left. \cdot \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(L^2 + y^2 + b^2)^4}}{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(y^2 + b^2)^4}} \right] \\ - \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(y^2 + b^2)^4}}{4aN\beta(y^2 + b^2)^2} \right]. \quad (44)$$

将(43)、(44)代入(38)式,

$$\Psi(x, y) = V_{in} + \frac{V_D}{L} x + \frac{C}{4} x(x - L) - \frac{x}{L\beta} \ln \left[\frac{(y^2 + b^2)^2}{(L^2 + y^2 + b^2)^2} \right. \\ \left. \cdot \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(L^2 + y^2 + b^2)^4}}{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(y^2 + b^2)^4}} \right] \\ + \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{(y^2 + b^2)^2}{(x^2 + y^2 + b^2)^2} \cdot \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(x^2 + y^2 + b^2)^4}}{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(y^2 + b^2)^4}} \right]. \quad (45)$$

与 x 有关的表面势为:

$$\Psi_s(x) = V_{in} + \frac{V_D}{L} x + \frac{C}{4} x(x - L) - \frac{x}{L\beta} \ln \left[\frac{b^4}{(L^2 + b^2)^2} \right. \\ \left. \cdot \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(L^2 + b^2)^4}}{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2b^4}} \right] \\ + \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{b^4}{(x^2 + b^2)^2} \cdot \frac{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2(x^2 + b^2)^4}}{-8b^2 + \sqrt{64b^4 - 8aN^2\beta^2b^4}} \right] \quad (46)$$

沟道中表面势极小值的位置可由下式得到:

$$\left. \frac{\partial \Psi_s(x)}{\partial x} \right|_{x=x_0} = 0. \quad (47)$$

根据文献[12],[13]的结果, 参数 b 可取为 1, 量纲与 L 相同, β 在室温时为 38.45, N^2 的数量级为 $10^{-6}[\text{cm}^{-4} \cdot \text{V}^2]$, 因此可得到下列近似表达式:

$$\Psi(x, y) = V_{in} + \frac{V_D}{L} x + \frac{qNA}{4\epsilon_s\epsilon_0} x(x - L) - \frac{x}{L\beta} \ln \frac{(y^2 + b^2)^2}{(L^2 + y^2 + b^2)^2} \\ + \frac{1}{\beta} \ln \frac{(y^2 + b^2)^2}{(x^2 + y^2 + b^2)^2}, \quad (48)$$

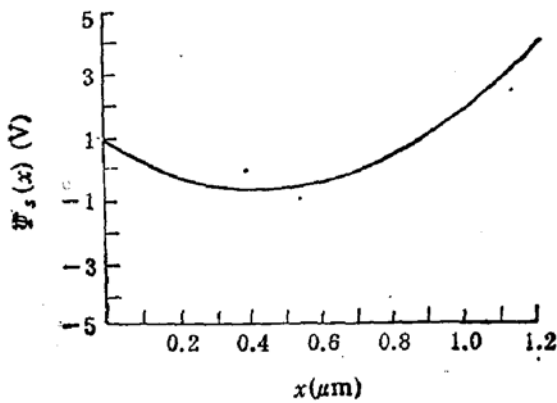
$$\begin{aligned} \Psi_s(x) = V_{ss} + \frac{V_D}{L}x + \frac{qN_A}{4\epsilon_s\epsilon_0}x(x-L) - \frac{x}{L\beta} \ln \frac{b^4}{(L^2 + b^2)^2} \\ + \frac{1}{\beta} \ln \frac{b^4}{(x^2 + b^2)^2} \end{aligned} \quad (49)$$

表 1 给出对于不同沟道长度, 不同衬底浓度时, 表面势极小值的位置, 其中 V_D 取为 $5V$ 。

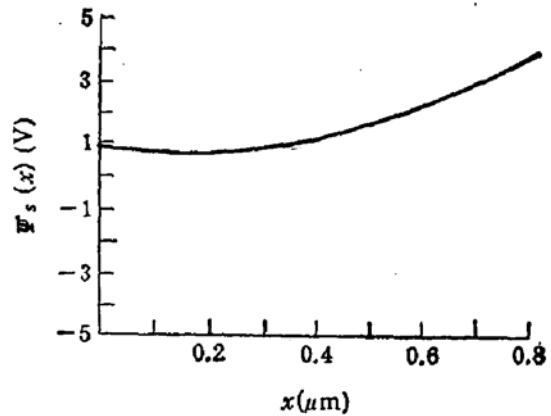
表 1

$L(10^{-4}\text{cm})$		1.5	1.2	1.0	0.8	0.5
$\frac{x_s}{L}$	$N_A = 8 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$	0.465	0.446	0.422	0.378	0.187
	$N_A = 6 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$	0.454	0.428	0.396	0.337	0.083
	$N_A = 4 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$	0.431	0.392	0.344	0.255	
	$N_A = 2 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$	0.361	0.283	0.186	0.009	

图 2、3 给出 $L = 1.2\mu\text{m}$, $0.8\mu\text{m}$ 时 $\Psi_s(x)$ 与位置 x 的关系, 其他参数为 $N_A = 2 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$, $V_D = 3V$ 。



$V_D = 3V$ $N_A = 2 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$ $L = 1.2\mu\text{m}$

图 2 $\Psi_s(x)$ - x 关系图

$V_D = 3V$ $N_A = 2 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$ $L = 0.8\mu\text{m}$

图 3 $\Psi_s(x)$ - x 关系图

四、短沟道 MOS 管的阈值电压解析模型

利用边界条件(40)~(42)式来求得阈值电压 V_T 的解析模型。考虑到上节引进的近似, 根据(38)和(42)式, 我们有

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_{y_d} = \frac{C}{2}(x + y_d) + \frac{A_1}{d} - \frac{4y_d}{\beta(x^2 + y_d^2 + b^2)} = 0. \quad (50)$$

由(40)式可以得到下式:

$$\begin{aligned} \frac{C}{4}(L + y)^2 + \frac{4y_d(L + y)}{\beta(L^2 + y_d^2 + b^2)} - \frac{C}{2}(L + y_d)(L + y) + A_2 \\ + \frac{1}{\beta} \ln \frac{1}{K(L^2 + y^2 + b^2)^2} = V_{ss} + V_D, \end{aligned} \quad (51)$$

其中

$$K = -\frac{8b^2}{4aN\beta} \quad (52)$$

将(50)式的 $\frac{A_1}{d}$ 及(51)式的 A_2 代入(38)式,可得

$$\begin{aligned} \Psi(x, y) = V_{in} + V_D + \frac{C}{4}(L-x)(L+x+2y_d) - \frac{4y_d(L+y)}{\beta(L^2+y_d^2+b^2)} \\ + \frac{4y_d(x+y)}{\beta(x^2+y_d^2+b^2)} + \frac{1}{\beta} \ln \frac{(L^2+y^2+b^2)^2}{(x^2+y^2+b^2)^2} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = -\frac{4y_d}{\beta(L^2+y_d^2+b^2)} + \frac{4y_d}{\beta(x^2+y_d^2+b^2)} \quad (54)$$

将(54)代入(41)式,并根据阈值电压的定义,可得

$$V_T - V_{FB} = 2\phi_F + \frac{t_{ox}\epsilon_i}{\epsilon_o\epsilon_{ox}} \left[-\frac{4y_d}{\beta(L^2+y_d^2+b^2)} + \frac{4y_d}{\beta(x_0^2+y_d^2+b^2)} \right] \quad (55)$$

其中 x_0 为表面势取极小值的位置。由上式可见, V_T 将随着沟道长度的收缩而减小, 粗略而言, 当沟道长度与耗尽层厚度可以比拟时, 短沟道效应显著产生。 β 反映了自由载流子的影响, 由于在推导中暂未考虑空穴的影响, 会引进一定的误差。(55)式也可改写成

$$V_T - V_{FB} = 2\phi_F + \frac{t_{ox}}{\epsilon_o\epsilon_{ox}} \left[qN_A y_d - \frac{4\epsilon_o\epsilon_i y_d}{\beta(L^2+y_d^2+b^2)} \right] \quad (56)$$

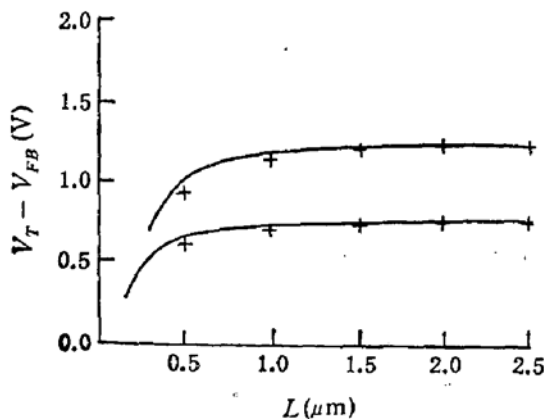
b 需满足下列条件:

$$b^2 = \frac{4\epsilon_o\epsilon_i}{\beta q N_A} - y_d^2 - x_0^2 \quad (57)$$

将(57)式代入(56)式,可得

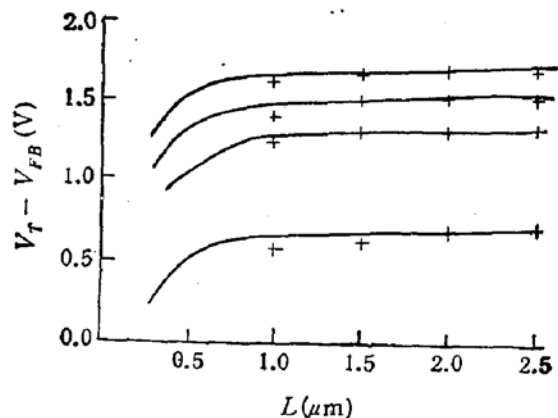
$$V_T - V_{FB} = 2\phi_F + \frac{t_{ox}}{\epsilon_o\epsilon_{ox}} \left[qN_A y_d - \frac{4\epsilon_o\epsilon_i y_d}{\beta \left(L^2 + \frac{4\epsilon_o\epsilon_i}{q\beta N_A} - x_0^2 \right)} \right] \quad (58)$$

由上式可得到 N_A 、 t_{ox} 、 $|V_{BG}|$ 等对短沟道效应的影响。如果 y_d 取作与 V_D 有关, 则



——解析结果 ++数值模拟
 $N_A = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $V_{BG} = -2 \text{ V}$,
 $V_D = 5 \text{ V}$, $t_{ox} = 100, 300 \text{ \AA}$

图4 $(V_T - V_{FB})$ - L 关系图



——解析结果 ++数值模拟
 $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$, $N_A = 1.4 \times 10^{15}$, 1×10^{16} , 1.7×10^{16} , $2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $V_D = 5 \text{ V}$, $V_{BG} = -2 \text{ V}$

图5 $(V_T - V_{FB})$ - L 关系图

也包含了 V_D 的影响。

显然, x_0 对 V_T 的影响较小, 通常 x_0 可取值为 $0.3-0.4L$ 。(58)式是适合于从长沟道到短沟道 MOS FET 的 V_T 公式。当沟道较长时, 该公式回到长沟道的情况。

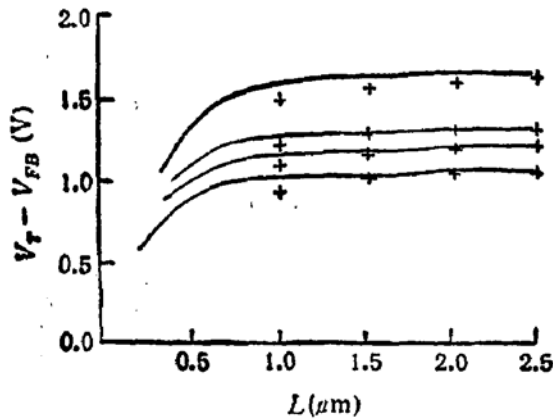
图 4 给出 V_T 与 L 的关系图, 管子的 $t_{ox} = 100, 300 \text{ \AA}$, $N_A = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $V_{BG} = -2V$, $V_D = 5V$ 。

图 5 给出 V_T 与 L 的关系图, 其中 $N_A = 1.4 \times 10^{15}, 1 \times 10^{16}, 1.7 \times 10^{16}, 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$, $V_D = 5V$, $V_{BG} = -2V$ 。

图 6 给出 V_{BG} 对 V_T 的影响, $V_{BG} = 0V, -1V, -2V, -5V$, $N_A = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$, $V_D = 5V$ 。

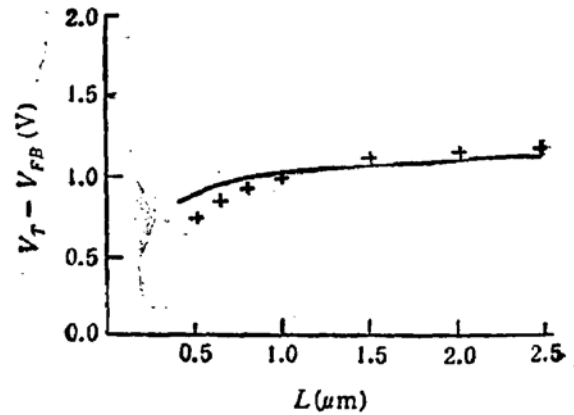
以上三个图中, 实线表示解析结果, “+”号表示数值模拟结果^[8,15]。

图 7 给出解析结果与 MINIMOS 模拟的比较, 其中 $N_A = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$, $V_D = 5V$, $V_{BG} = 0V$ 。



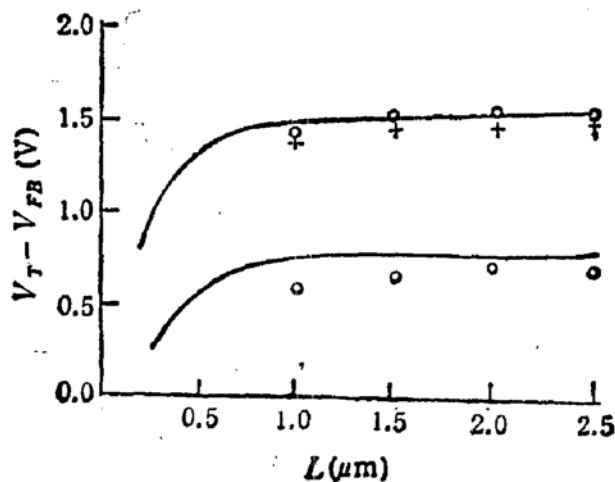
——解析结果 ++++数值模拟
 $N_A = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$, $V_D = 5V$,
 $V_{BG} = 0, -1, -2, -5V$

图 6 $(V_T - V_{FB})-L$ 关系图



——解析结果 ++++ MINIMOS 模拟
 $N_A = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$,
 $V_D = 5V$

图 7 $(V_T - V_{FB})-L$ 关系图



——解析结果 ooooo 实验结果 +++ MINIMOS 模拟
 $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$, $V_{BG} = -2V$, $V_D = 5V$, $N_A = 1.7 \times 10^{16}, 1.4 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

图 8 $(V_T - V_{FB})-L$ 关系图

图 8 给出本解析结果与实验数据的比较,其中 $N_A = 1.7 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $1.4 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $V_D = 5\text{V}$, $V_{BG} = -2\text{V}$, $t_{ox} = 250 \text{\AA}$ [8,15]。图中“+”号为 MINIMOS 模拟结果。

参 考 文 献

- [1] L. D. Yao, *Solid-State Electron.*, **17**, 1059(1974).
- [2] L. A. Akers and J. J. Sanchez, *Solid-State Electron.*, **25**, 621(1982).
- [3] G. W. Taylor, *IEEE Trans. Electron Devices*, **25**, 337(1978).
- [4] G. W. Taylor, *Solid-State Electron.*, **22**, 701(1979).
- [5] K. N. Ratnakumar and J. D. Meindl, *IEEE J. Solid-State Circuits*, **17**, 937(1982).
- [6] D. R. Poole and D. L. Kwong, *IEEE Electron Device Lett.*, **5**, 443(1984).
- [7] T. Skotnick, *Electron Lett.*, **19**, 797(1983).
- [8] Ching-yuan Wu and Shui-yuan Yang, *et al.*, *Solid-State Electronics*, **27**, 651(1984).
- [9] J. D. Kendall and A. R. Boothroyd, *IEEE Electron Devices Lett.*, **7**, 401(1986).
- [10] 汤庭整, C. A. Paz de Araujo 等, *半导体学报*, **9**(5), 473(1988).
- [11] J. David Logan, *Applied Mathematics*, 416, Wiley-Interscience Publication (1987).
- [12] Harold T. Davis, *Introduction to nonlinear differential and integral equations*, 20, Dover Publication, Inc. New York. (1985).
- [13] L. Lichtenstein, *Integration de l'equation $\nabla^2 u = ke^u$ sur un surface fermee*, *Comptes Rendus*, (157), 1508 (1913).
- [14] D. R. Poole and D. L. Kwong, *IEEE Electron Device Lett.*, **7**, 340(1986).
- [15] T. Toyabe and S. Asai, *IEEE Electron Devices*, **26**, 453(1978).

Completely Analytical Two Dimensional Model of Submicron MOS Field Effect Transistor

Tang Ting'ao

(Fudan University Shanghai, P. R. China)

C. A. Paz de Araujo

(University of Colorado, Colorado Springs, U. S. A.)

Abstract

The basic problem of the 2-D nonlinear Poisson equation is solved analytically. By using a differential operator, the Poisson equation is separated into the free carrier part and the doping distribution part. The free carrier part is exactly the famous Liouville equation which has an analytical solution. The doping distribution part is solved by a similarity transform method. The complete 2-D potential distribution with the influence of free carriers is then applied to the submicron MOSFET. The threshold voltage model obtained from the present analytical solution of the 2-D Poisson equation fits the short channel effect very well. The advantages of this analytical model are its completeness and simplicity. It can be conveniently used in some device simulations. It can also be extended to 3-D situation.

EEACC: 2560R, 0290P