

双极型晶体管交流模型参数的优化提取

夏武颖 郑颖

(中国科学院半导体研究所)

1984年9月1日收到

双极型晶体管交流模型参数的优化提取包括势垒电容模型参数和正向渡越时间模型参数的优化提取。采用非线性函数最小二乘法拟合实验曲线对上述参数的提取是非常有效的。电容模型公式是由耗尽层近似理论推得的。用该电容模型公式拟合实验曲线,得到了最优的电容模型参数,计算曲线与实验曲线的误差约为1%。为了精确模拟正向渡越时间,根据实验结果对 SPICE 2G 程序中的模型公式进行了修正,用修正后的模型公式拟合实验曲线,得到了最优的描述正向渡越时间的模型参数,计算曲线与实验曲线的误差为1.02%。

一、前言

在计算机辅助电路设计中,设计者面临着一个共同的问题,即模型参数的选择。随着LSI的迅速发展,集成度越来越高,对电路设计的正确性和可靠性的要求也大大提高,因而模型参数的优化提取问题亦就引起国内外电路设计者的广泛关注。

模型参数的优化提取是为电路设计提供准确的最优的模型参数。优化方法可以用非线性函数最小二乘法拟合实验曲线的方法^[1-3]或电路优化方法^[4]。

为什么要拟合实验曲线呢?尽管大多数模型是以器件物理为根据的,但根据其物理意义给出的模型参数却往往不能精确地反映器件的电学特性。因此,必须从实验数据中提取模型参数并尽量使模型参数数值在物理意义决定的数值范围之内。在我们所进行的电容和正向渡越时间参数的提取中看到,模型参数的数值直接取决于测试数据。不仅如此,测试数据的误差还会显著影响到提取出的模型参数值是否接近其物理意义决定的数值。

本文讨论的交流模型参数的优化提取包括势垒电容模型参数和正向渡越时间模型参数的提取。在提取电容模型参数过程中,着重于解决非线性方程多组解的问题,以力求从多值解中找到一组误差小、有物理意义的解。在提取正向渡越时间模型参数过程中,通过比较计算结果与实验结果,并从器件物理的分析出发,进行模型公式的修正。事实上,修正后的公式比 SPICE 2G 程序中所用的模型公式更好地反映器件的电学特性。

器件模型参数的优化提取工作可以大致分为下面几个步骤:一确定模型公式;二选择优化方法;三测量实验数据;四编程序优化提取模型参数。在提取势垒电容模型参数和正向渡越时间模型参数时均采用的是非线性函数最小二乘曲线拟合的优化方法,这将在本文第二部分简单介绍。第三部分讨论电容模型参数的提取。第四部分讨论正向渡越时间模型参数的提取。

二、非线性函数的最小二乘法

非线性函数最小二乘法的核心思想是不断调整模型参数矢量 B , 使之代入模型公式

$$y = f(x_k, B) \quad (1)$$

得到的函数值 y 与测量值 y_k 之总的方差和

$$Q = \sum_{k=1}^n (y_k - y)^2 \quad (2)$$

为最小, 这就得到了模型参数 B 的最优值. B 可以是一个或多个变量, 自变量矢量 x_k 也可以是一个或多个变量. 对于这种多个模型参数的非线性问题, 这里采用了逐次“线性化”的间接处理方法——麦克脱法^[5].

先给模型参数 b_i 一个初值, 记为 $b_i^{(0)}$, 并记初值与真值之差为 Δ_i :

$$b_i = b_i^{(0)} + \Delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

这样确定 b_i 的问题就转化为确定修正值 Δ_i 的问题. 为了确定 b_i , 在 $b_i^{(0)}$ 附近对函数 f 作泰勒级数展开, 并略去高次项得

$$f(x_k, b_1, b_2, \dots, b_m) = f_{k0} + \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_1} \Delta_1 + \dots + \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_m} \Delta_m \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} f_{k0} = f(x_k, b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, \dots, b_m^{(0)}) \\ \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_i} = \frac{\partial f(x_k, b_1, b_2, \dots, b_m)}{\partial b_i} \bigg|_{\substack{x = x_k \\ b_1 = b_1^{(0)} \\ \vdots \\ b_m = b_m^{(0)}}} \end{cases} \quad (5)$$

当 $b_i^{(0)}$ 给定时, 它们都是自变量 x 的函数, 可直接算出. 根据最小二乘法原理, 由上式推出

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{k=1}^n [y_k - f(x_k, b_1, b_2, \dots, b_m)]^2 \\ &= \sum_{k=1}^n \left[y_k - \left(f_{k0} + \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_1} \Delta_1 + \dots + \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_m} \Delta_m \right) \right]^2, \\ \frac{\partial Q}{\partial b_i} &= \frac{\partial Q}{\partial \Delta_i} = 2 \sum_{k=1}^n \left[y_k - \left(f_{k0} + \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_1} \Delta_1 + \dots + \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_m} \Delta_m \right) \right] \\ &= 2 \left[\Delta_1 \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_1} \cdot \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_i} + \dots + \Delta_m \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_m} \cdot \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_i} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_i} (y_k - f_{k0}) \right] = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

记

$$\begin{cases} a_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_i} \cdot \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_j} & i, j = 1, 2, \dots, m \\ a_{iy} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_{k0}}{\partial b_i} (y_k - f_{k0}) & i = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (7)$$

于是得到 $\Delta_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的 m 个联立方程组

[illegible]

根据麦夸脱法,在系数矩阵的对角线上加上一个因子 d , 联立方程转化为

[illegible]

其中 $d \neq 0$. 当 $d = 0$ 时麦夸脱法退化为高斯-牛顿法.

当数据点 (x_k, y_k) , $k = 1, 2, \dots, n$ 和初始近似值 $b_i^{(0)} (i = 1, 2, \dots, m)$ 给定后, 系数 a_{ij} (对称的) 及右端 a_{iy} 均可计算出来。因此方程组可解出 Δ_i , 进而得到 b_i 的值 $b_i^{(1)} = b_i^{(0)} + \Delta_i, i = 1, 2, \dots, m$ 。

当 $|\Delta_i|$ 值较大时,可令当前的 $b_i^{(1)}$ 值代替原来的近似值 $b_i^{(0)}$, 重复计算 a_{ij} 、 a_{iy} , 并解出方程组得到新的 Δ_i (进而得到 b_i). 重复这一过程,直至 $|\Delta_i|$ 值小得可以忽略不计为止.

关于 d 因子的选择原则: 在收敛的情况下, 为减少迭代次数, d 应选择较小的值, 仅当在不能保证方差和 Q 比前次的值小的情况下, 才被迫选较大的 d 值。

三、势垒电容模型参数的提取

势垒电容的模型公式可以由耗尽层理论直接推出,其表达式为

$$\text{发射结势垒电容 } C_{je} = \frac{C_{je0}}{\left(1 - \frac{V_{be}}{\phi_s}\right)^{me}} + C_{Kee} \quad (10)$$

式中, C_{je0} 为 $B-E$ 结零偏时的电容, ϕ_e 为 $B-E$ 结自建电势, m_e 为 $B-E$ 结梯度因子, C_{Kc} 为晶体管的管壳寄生电容.

$$\text{集电结势垒电容 } C_{ic} = \frac{C_{jco}}{\left(1 - \frac{V_{bc}}{\phi_c}\right)^{m_c}} + C_{Kc} \quad (11)$$

式中, C_{lco} 为 $B-C$ 结零偏时的电容, ϕ_c 为 $B-C$ 结自建电势, m_c 为 $B-C$ 结梯度因子, C_{Kc} 为管壳寄生电容。

发射结电容参数与集电结电容参数的提取方法是一样的, 这里以集电结电容模型参

数的提取为例来说明。

输入一组实验值并给定一组电容参数初值,通过程序计算得电容模型参数值为: $C_{jco} = 1.96\text{pF}$, $\phi_c = 0.4518\text{V}$, $m_c = 0.26$, $C_{Kc} = 0.42\text{pF}$. 把这些参数代入公式(11)得计算值。计算曲线与实验点拟合得非常好,如表 1 及图 1 所示。由表 1 可知,均方根误差

$$\text{ERR} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^n (y_k - y)^2} \quad (12)$$

只有 0.97%。然而对于硅管自建势一般应在 0.6—0.8V 之间,梯度因子 m_c 一般应在 0.3333—0.5 之间。由于非线性方程组存在着多组解,所以这组解看来是多组解中的某一组解。因此问题就转化为如何在多组解中找到一组误差小、物理意义明确的解。

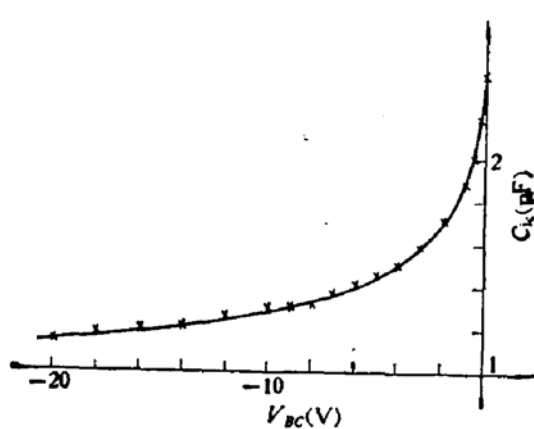
在这个问题上,本文采用了直接限制模型参数的变化范围的办法。程序中我们规定了自建势 ϕ_c 的下限不小于 0.65V,再次计算的结果见表 2 及图 2。实验点与计算曲线拟合得也相当好,均方根误差为 1.1%,电容模型参数值为 $C_{jco} = 1.66\text{pF}$, $\phi_c = 0.65\text{V}$,

表 1 $C_{jc}-V_{bc}$ 关系的实验值与计算值的比较

$V_{bc}(\text{V})$	$C_{jc}(\text{pF})$ 实验值	$C_{jc}(\text{pF})$ 计算值	$V_{bc}(\text{V})$	$C_{jc}(\text{pF})$ 实验值	$C_{jc}(\text{pF})$ 计算值
0.0	2.39	2.383	-6.0	1.40	1.404
-0.2	2.19	2.205	-7.0	1.37	1.368
-0.4	2.09	2.085	-8.0	1.32	1.338
-0.6	2.00	1.997	-9.0	1.30	1.312
-0.8	1.91	1.927	-10.0	1.29	1.289
-1.0	1.88	1.870	-12.0	1.26	1.251
-2.0	1.70	1.686	-14.0	1.21	1.219
-3.0	1.59	1.578	-16.0	1.20	1.193
-4.0	1.50	1.504	-18.0	1.18	1.170
-5.0	1.45	1.449	-20.0	1.15	1.150

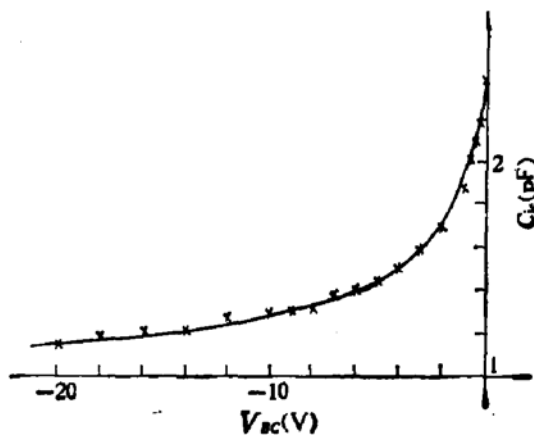
误差 $\text{ERR} = 0.97\%$

迭代次数 $L = 15$



×实验点
—计算值

图 1 $C_{jc}-V_{bc}$ 关系的计算值与实验值拟合情况



×实验值
—计算值

图 2 限制自建势 ϕ_c 后的计算值与实验值的拟合结果

表 2 限制自建势 ϕ_c 后的计算值与实验值的比较

$V_{bc}(V)$	$C_{jc}(pF)$ 实验值	$C_{jc}(pF)$ 计算值	$V_{BC}(V)$	$C_{jc}(pF)$ 实验值	$C_{jc}(pF)$ 计算值
0.0	2.39	2.367	-6.0	1.40	1.399
-0.2	2.19	2.207	-7.0	1.37	1.366
-0.4	2.09	2.093	-8.0	1.32	1.334
-0.6	2.00	2.005	-9.0	1.30	1.309
-0.8	1.91	1.934	-10.0	1.29	1.287
-1.0	1.88	1.876	-12.0	1.26	1.250
-2.0	1.70	1.685	-14.0	1.21	1.221
-3.0	1.59	1.574	-16.0	1.20	1.197
-4.0	1.50	1.499	-18.0	1.18	1.176
-5.0	1.45	1.443	-20.0	1.15	1.159

误差 $ERR = 1.1\%$ 迭代次数 $L = 785$

$m_c = 0.3759$, $C_{Kc} = 0.706pF$. 这组计算结果, 拟合误差仍小于实验数据的测量误差, 而模型参数值是有物理意义的, 因此这组参数是我们所要提取的最优的电容模型参数. 另外, 我们比较一下两次计算结果, 可以发现, 在如此小的误差范围内, 能找到两组截然不同的解, 证明确实存在着多组解的问题. 而从物理意义出发, 规定模型参数的变化范围, 可以从多组解中挑出物理意义明确的解.

误差分析: 造成模型参数误差的因素来自两方面: 一是测试数据的不准确; 二是非线性最小二乘法中最大允许的相对误差; 在程序中, 当前后两次迭代结果满足最大允许的相对误差时, 计算便告成功. 因此, 当相对误差较大时, 得到的模型参数的精度就要差一些. 但在电容模型参数提取中, 最大允许的相对误差为 10^{-3} , 所以算法中的相对误差对模型参数的精度并没有什么影响. 而实验数据则是造成模型参数误差的根本原因. 表 3 给出了两组数据的拟合结果, 两组实验数据点最大相差不到 $0.2pF$, 而拟合出的模型参数却相差很大.

实验数据的误差可以具体分为随机误差和系统误差. 随机误差是由于测试仪器的不稳定和读数造成的误差. 这种误差在最小二乘法中得到了补偿. 系统误差是由于仪器本身的精度不高引起的. CTC-1 型高频电容测试仪的测试精度为 $\pm 5\%$ ($220V \pm 10\%$, $50Hz \pm 2\%$ 的交流电压), 造成电容测试数据 $0.2pF$ 的误差是完全可能的. 很可能就是由于系统误差使模型参数越出了物理意义的范围. 因此规定模型参数的变化范围的办法在一定程度上克服了系统带来的误差.

结论: 在遇到多值解问题时, 可以从物理意义出发规定模型参数的变化范围, 不仅可以获得有明确物理意义的解, 而且还在一定程度上克服了系统造成的误差. 最后值得一提的是, 在提取电容模型参数时, 一定范围的初值对计算结果没有影响, 可令初值全部为 1.0 , 这为用户的使用带来了方便.

表3 两组非常接近的数据的拟合结果比较

$V_{bc}(V)$	数 据 I		数 据 II	
	$C_{jc}(pF)$ 实验值	$C_{jc}(pF)$ 计算值	$C_{jc}(pF)$ 实验值	$C_{jc}(pF)$ 计算值
0.0	2.39	2.383	2.29	2.268
-0.2	2.19	2.205	2.10	2.101
-0.4	2.09	2.085	2.00	1.994
-0.6	2.00	1.996	1.90	1.918
-0.8	1.91	1.927	1.87	1.859
-1.0	1.88	1.87	1.80	1.811
-2.0	1.70	1.686	1.68	1.662
-3.0	1.59	1.578	1.60	1.578
-4.0	1.50	1.504	1.50	1.523
-5.0	1.45	1.449	1.49	1.481
-6.0	1.40	1.404	1.45	1.449
-7.0	1.37	1.369	1.41	1.422
-8.0	1.32	1.338	1.40	1.400
-9.0	1.30	1.312	1.38	1.381
-10.0	1.29	1.289	1.36	1.365
-12.0	1.26	1.250	1.34	1.338
-14.0	1.21	1.219	1.30	1.316
-16.0	1.20	1.193	1.30	1.298
-18.0	1.18	1.170	1.29	1.282
-20.0	1.15	1.150	1.28	1.269
模型参数				
$C_{jc}(pF)$	1.960		1.891	
$\phi_c(V)$	0.452		0.317	
m_c	0.261		0.209	
$C_{Kc}(pF)$	0.423		0.398	

四、正向渡越时间模型参数的提取

正向渡越时间是决定扩散电容的重要量,在 SPICE 2G 模型中其模型公式是一个经验公式。在 SLIC 和 SINC 程序中^[6,7],认为大电流对正向渡越时间的影响主要是 Van der Ziel 效应。在正向有源区,渡越时间 TFF 可表示为^[6]

$$TFF \triangleq \frac{dQ_{bc}}{dI_F} = TF \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{L_c}{W} \right)^2 \left(\frac{I_F}{I_{co}} - 1 \right)^2 \right]. \quad (13)$$

当 $I_F \geq I_{co}$ 时

式中, TF 为小电流时正向渡越时间, L_c 为发射区最小宽度, W 为基区宽度, I_F 为集电极电流,而 I_{co} 为当 TFF 刚开始增大时的电流。由 Van der Ziel 理论得到的曲线见图 3 中的实线。按 Kirk 理论得到的曲线见图 3 中的虚线^[8]。很明显实验曲线中不仅包含了 Van der Ziel 效应,也包含了 Kirk 效应。这就是为什么在 SPICE 2G 模型中正向渡越

时间模型公式采用了经验公式,该表达式为^[9]

$$TFF = TF \left[1 + XTF \left(\frac{IF}{IF + ITF} \right)^2 \exp \left(\frac{V_{bc}}{1.44 VTF} \right) \right] \quad (14)$$

(14) 式中, IF 为集电极电流, V_{bc} 为 bc 结电压, TF 为小电流时的正向渡越时间, ITF 为影响 TFF 的大电流参数, VTF 为描述大电流下 TFF 随 V_{bc} 变化的电压参数, XTF 为 TF 的偏置依赖系数。按照 (14) 式拟合 TFF 对 (I_c, V_{bc}) 实验曲线,其结果见图 4。

从图 4 的计算曲线中可以发现两个问题。(1)小电流下不同的反向偏压 V_{bc} 时 TFF 值是一样的,这与实际情况不符;(2)电流增大后计算曲线按二次幂上升与实验结果比较误差太大。这两个问题很明显都是由于模型公式引起的。

从器件物理上分析,在小电流下随着集电结反向偏压 V_{bc} 的增大,存在着基区宽度调制效应,使 TFF 随 V_{bc} 增大而减小;在大电流下随集电结反偏压 V_{bc} 的增大,在集电区感生的基区将减小,从而使 TFF 减小。因此在模型公式中不能忽略基区调制效应一项,因为正向渡越时间 TFF 和基区宽度的平方成正比,将基区宽度和电压的关系按台劳级数展开并只取一阶项,则 TFF 的模型公式应改写为

$$TFF = TF \left[1 + XTF \left(\frac{IF}{IF + ITF} \right)^2 \exp \left(\frac{V_{bc}}{1.44 VTF} \right) \right] \left(1 + \frac{V_{bc}}{V_A} \right). \quad (15)$$

对于模型公式 $\left(\frac{IF}{IF + ITF} \right)^2$ 一项的幂指数“2”,在器件物理上没有严格地推导,既

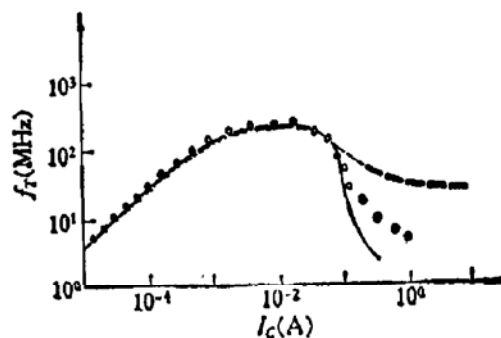


图3 特征频率 f_T 和集电极电流的关系曲线。

— Van der Ziel 理论
 --- Messenger Kirk 效应
 ○ 实验点

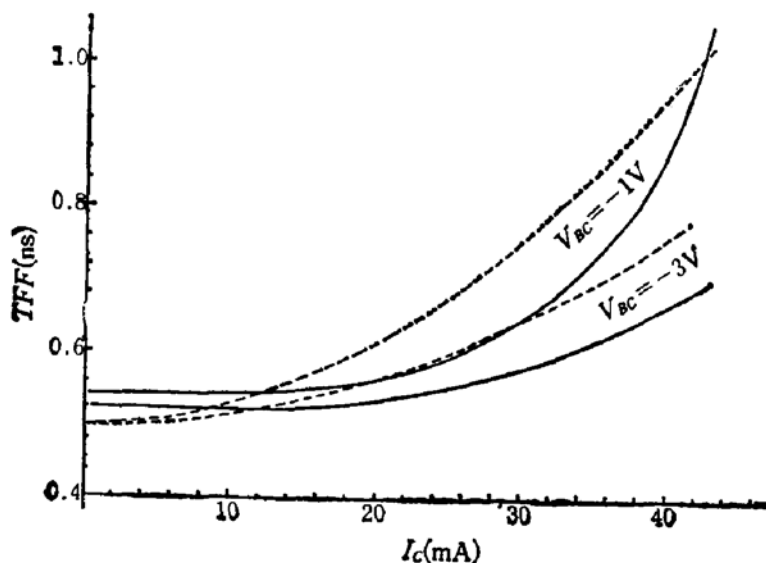


图4 按(14)式拟合实验曲线

--- 计算曲线
 — 实验曲线

然二次幂不能很好地拟合实验曲线,可以把幂指数“2”改为模型参数 MA , 最后得到的 TFF 模型公式为

$$TFF = TF \left[1 + XTF \left(\frac{IF}{IF + ITF} \right)^{MA} \exp \left(\frac{V_{bc}}{1.44VT_F} \right) \right] \left(1 + \frac{V_{bc}}{V_A} \right)^2 \quad (15')$$

该公式中共有六个模型参数,同时提取有困难,可以根据模型公式分段提取。在小电流下(15')式转化为

$$TFF = TF \left(1 + \frac{V_{bc}}{V_A} \right)^2. \quad (16)$$

按照(16)式拟合实验曲线得到的结果代入(15')式,然后提取其它三个参数,得到的结果见图5。很明显,计算曲线与实验曲线的拟合情况较图4有很大的改善。但误差仍然较

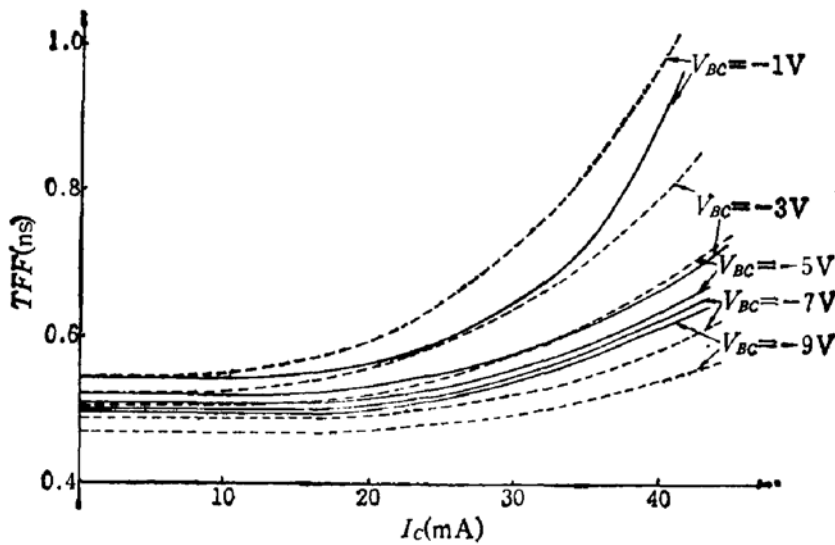


图5 按(15')式拟合实验曲线

--- 计算曲线
— 实验曲线

大,主要表现在当反向偏压不断增大时,正向渡越时间的实验值受电压的影响越来越小,这是由于基区中杂质浓度不均匀的结果。而计算出的正向渡越时间受电压的影响却是均匀的。这是由于上面处理基区宽度与电压的关系的泰勒展开式时只取了一阶线性项的结果。考虑高阶项是必要的。因此我们对(15')式中的基区宽度调制效应项取二阶项,得到

$$TFF = TF \left[1 + XTF \left(\frac{IF}{IF + ITF} \right)^{MA} \exp \left(\frac{V_{bc}}{1.44VT_F} \right) \right] (1 + A_1 V_{bc} + A_2 V_{bc}^2) \quad (17)$$

按照(17)式拟合实验数据,最后的拟合结果见图6。

从图6中可以看到计算曲线与实验曲线拟合得相当不错,总的均方根相对误差只有1.02%,远远小于实验数据测试误差。拟合出的模型参数是符合物理意义的。

(17)式作为正向渡越时间模型公式拟合实验曲线,得到了最优的正向渡越时间模型参数。因此(17)式才是正向渡越时间模型公式的正确表达式。从理论上讲,该式比较完整地概括了器件物理中各种效应对正向渡越时间的影响;从实践上讲,该式能够较好地拟合实验曲线,并得到符合物理意义的最优的正向渡越时间模型参数值。

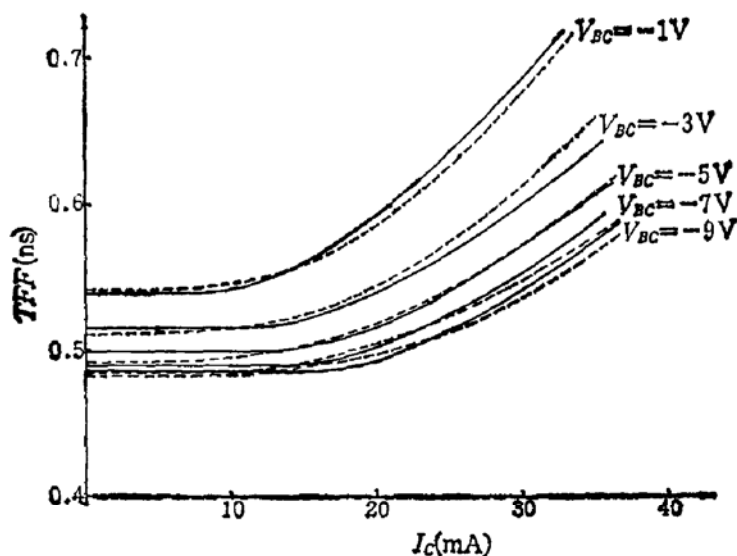


图6 按(17)式拟合实验曲线的情况

七个正向渡越时间模型参数值为:

$$TF = 0.561\text{ns} \quad XTF = 19.119 \quad ITF = 56.36\text{mA}$$

$$M_A = 4.0 \quad VTF = 6.096\text{V} \quad A_1 = 0.017784\text{V}^{-1}$$

$$A_2 = 0.0010992\text{V}^{-2}$$

---计算曲线

—实验曲线

结论: 对实验曲线拟合得好坏取决于模型公式; 模型参数的精度取决于实验数据的精确度。

在此工作过程中得到周红和姬长明同志的帮助, 并得到半导体所计算站同志的协助, 作者谨向他们表示感谢。

参 考 文 献

- [1] D. E. Ward and K. Doganis, *IEEE Transaction*, CAD-1, 163 (1982).
- [2] Ping Yang and P. K. Chatterjee, *IEEE Transaction*, ED-30, 1214 (1983).
- [3] K. Doganis and D. L. Scharfetter, *IEEE Transaction*, ED-30, 1219 (1983).
- [4] 居梯, 微型计算机, 临潼, 1982年, 第二期, 第16页。
- [5] 刘德贵等, “FORTRAN 算法汇编”, 第二分册, “关于一般非线性函数的最小二乘法曲线拟合”, 国防工业出版社, 北京, 1983年1月。
- [6] Ian E. Getreu “Modelling the Bipolar Transistor”, Elsevier Scientific Publishing Company, New York, (1978).
- [7] T. E. Idleman, F. S. Jenkins, W. J. Mecalla and D. O. Pederson, *IEEE J. Solid-State Circuits*, SC-6, 188 (1971).
- [8] R. J. Whittier and D. A. Tremere, *IEEE Trans.*, ED-16, 39 (1969).
- [9] A. Vladimirescu, A. R. Newton, D. O. Pederson, “SPICE Version 2G1 User's guide” Department of electrical engineering and computer sciences, University of California, Berkeley, (1980).

Optimized Extraction of Alternating Current Model Parameters of the Bipolar Transistors

Xia Wuying and Zheng Ying

(Institute of Semiconductors, Academia Sinica)

Abstract

Optimized extraction of alternating current model parameters of bipolar transistors includes extraction of junction capacitance model parameters and forward transit time model parameters. The use of Levenberg-Marquardt algorithm to find a model equation least-squares fit to measured device characteristics is efficient. The model equation of the junction capacitance can be derived from the depletion layer approximation. The optimized junction capacitance model parameters have been extracted with the average error of 1% (between calculating curves and measuring curves). To simulate forward transit time exactly, the model equation in SPICE2G program has been revised according to the measured results. The better optimized model parameters describing forward transit time have been obtained using this revised model equation fit to measuring curves. The average error between calculating curves and measuring curves is only 1.02%. According to our experiment, the following conclusion can be obtained: It is necessary to restrict the exchange range of the model parameters in order to make the value of parameters consistent with the physical meaning and this method can also reduce the measuring errors to a certain extent; The efficiency of fitting to measured curves depends on the model expressions. The precision of the obtained model parameters are determined by that of the measured data.