

Gilbert 乘法器的三次非线性误差

易明锐 李青松

(北京市半导体器件研究所)

1984年12月2日收到

本文利用双极型晶体管的 Gummel-Poon 模型, 分析了 Gilbert 乘法器的非线性误差, 获得了三次误差的表达式。结果表明, Gilbert 乘法器的三次非线性误差起源于晶体管的基区电导调制效应。指出了三次非线性误差可以通过合理的电路和版图设计获得改善。本文还进行了详细的实验论证, 实验结果与理论分析一致。

一、引 言

关于 Gilbert 模拟乘法器的误差, Gilbert^[1-2], Brüggemann^[3] 和 Huijsing^[4] 等人已进行过若干分析。这些工作表明, 通常情况下影响乘法器精度的主要原因是乘法芯单元晶体管发射极面积失配, 由此而产生的误差是输入电压的二次函数, 即产生二次非线性误差, 这已为实验所证实。但在实验中同时发现乘法器还普遍具有三次非线性误差^[2,4]。而对三次非线性误差文献中迄今没有作出令人满意的解释。

本文利用双极型晶体管的 Gummel-Poon 模型, 在理论上证明, 三次非线性误差是由于乘法芯单元晶体管的基区电导调制效应产生的。实验结果与理论分析一致。最后提出了集成乘法器在电路和版图设计上的改进方案。

二、理 论 分 析

1. 三次非线性误差的导出

典型的模拟乘法器原理电路如图1所示。

假定乘法器除乘法芯单元 (Q_1-Q_4) 外其余部分均为理想情况, 且 Q_1-Q_4 发射极面积相等。晶体管的 I_C-V_{BE} 特性在正向有源区用 Gummel-Poon 方程描述^[5-7]

$$I_C = \frac{I_S \exp(V_{BE}/V_T)}{1 + I_C/I_{C0}} \quad (1)$$

其中 I_S 为反向饱和电流, V_T 为热势, $I_{C0} \triangleq q A_E G_B / \tau_F$ 为基区大注入临界电流, τ_F 为基区渡越时间, $G_B \triangleq \int_0^{W_B} N_B(x) dx$ 为基区 Gummel 数。

另外, 设按二极管连接的 Q_1, Q_2 与工作在放大状态的 Q_3, Q_4 的基区大注入临界电流不相等, 并分别记为 I'_{C0} 和 I_{C0} 。这样由图1可写出

$$I_{E1} = I_3 + I_4$$

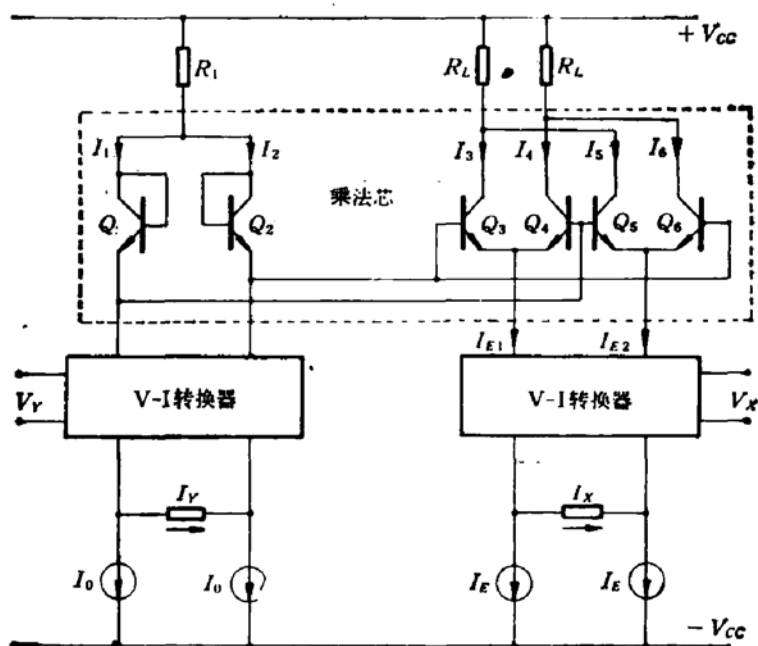


图1 典型的模拟乘法器原理电路

$$= \frac{I_S \exp(V_{BE3}/V_T)}{1 + I_3/I_{C0}} + \frac{I_S \exp(V_{BE4}/V_T)}{1 + I_4/I_{C0}} \quad (2)$$

由式(2)可导出

$$I_{E1} = I_3[1 + \exp(-Y'/V_T)] + \frac{(I_3 - I_4)\exp(V_{BE4}/V_T)}{I_{C0}(1 + I_3/I_{C0})(1 + I_4/I_{C0})} \quad (3)$$

及

$$I_{E1} = I_4[1 + \exp(Y'/V_T)] + \frac{(I_4 - I_3)\exp(V_{BE3}/V_T)}{I_{C0}(1 + I_3/I_{C0})(1 + I_4/I_{C0})} \quad (4)$$

其中

$$Y' = V_{BE1} - V_{BE2} = V_T \ln \frac{I_1(1 + I_1/I'_{C0})}{I_2(1 + I_2/I'_{C0})} \quad (5)$$

由式(3)与(4)得到

$$I_3 - I_4 = \frac{I_{E1} \tanh(Y'/2V_T)}{1 + \frac{2I_3}{I_{C0}(1 + I_4/I_{C0})[1 + \exp(Y'/V_T)]}} \quad (6)$$

由于电路对称性,类似地有

$$I_5 - I_6 = \frac{I_{E2} \tanh(Y'/2V_T)}{1 + \frac{2I_5}{I_{C0}(1 + I_6/I_{C0})[1 + \exp(-Y'/V_T)]}} \quad (7)$$

由图1还可写出

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_0 + I_Y \\ I_2 &= I_0 - I_Y \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

和

$$\left. \begin{aligned} I_{E1} &= I_E + I_X \\ I_{E2} &= I_E - I_X \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

设 $I_{C0}, I'_{C0} \gg I_1 - I_6$, 综合式(5)~(9)得到

$$I_{out} = I_3 + I_6 - I_4 - I_5 = \frac{2I_X I_Y}{I_0} + I_{e2} \quad (10)$$

其中

$$I_{e2} = - \left[\left(1 + \frac{2I_0}{I'_{C0}} \right) \left(\frac{I_0}{I'_{C0}} - \frac{I_E}{I_{C0}} \right) - \frac{4I_0 I_E}{I'_{C0} I_{C0}} \right] I_X \left(\frac{I_Y}{I_0} \right)^3 \quad (11)$$

式(11)可以进一步近似为

$$I_{e2} \approx - \left(\frac{I_0}{I'_{C0}} - \frac{I_E}{I_{C0}} \right) I_X \left(\frac{I_Y}{I_0} \right)^3 \quad (12)$$

式(12)表明,乘法器的Y通路误差表现为Y输入的三次非线性函数。

Gummel-Poon 模型反映了晶体管的基区电导调制效应的影响,从而导致晶体管 I_C - V_{BE} 关系的非理想指数特性。而乘法器主要是依靠乘法芯单元晶体管的指数特性来实现其乘法功能的,那么,对理想指数特性的偏离必然引起乘法器的误差。这是出现三次非线性误差的物理本质。

从数量级上分析,设 $\left(\frac{I_0}{I'_{C0}} - \frac{I_E}{I_{C0}} \right)$ 为 0.05 (通常这是比较保守的假设),就有 1% 的非线性误差。这与通常情况下由于乘法芯单元晶体管发射极面积失配引起的二次非线性误差的大小是可以比拟的。

从式(12)可看出,三次非线性误差与基区大注入临界电流近似有反比关系。所以,从版图设计上提高基区大注入临界电流是减小三次非线性误差的有效措施。

2. 二次非线性误差

据文献[2],经过适当变化,考虑到乘法芯单元晶体管发射极面积失配时乘法器的输出电流为

$$I_{out} = \frac{2I_X I_Y}{I_0} - \frac{1}{2} (C - B) I_X + I_{e1} \quad (13)$$

其中 I_{e1} 为非线性误差电流

$$I_{e1} = \frac{1}{2} \left[(C - B) - (C + B - 2A) \frac{I_X}{I_E} \right] I_E \left(\frac{I_Y}{I_0} \right)^2 \quad (14)$$

其中 $A \triangleq \text{th}(V_{osA}/V_T)$, $B \triangleq \text{th}(V_{osB}/V_T)$, $C \triangleq \text{th}(V_{osC}/V_T)$, 而 V_{osA} 、 V_{osB} 、 V_{osC} 分别为对管 (Q_1, Q_2) 、 (Q_3, Q_4) 、 (Q_5, Q_6) 由于发射极面积失配而产生的失调电压。由此产生的误差为Y输入的二次函数。

3. 综合非线性误差

同时考虑乘法芯单元晶体管的发射极面积失配和基区电导调制效应,总的非线性误差电流为

$$\begin{aligned}
 I_e &= I_{e1} + I_{e2} \\
 &\approx \frac{1}{2} \left[(C - B) - (C + B - 2A) \frac{I_X}{I_E} \right] I_E \left(\frac{I_Y}{I_0} \right)^2 \\
 &\quad - \left(\frac{I_0}{I_{C0}} - \frac{I_E}{I_{C0}} \right) I_X \left(\frac{I_Y}{I_0} \right)^3.
 \end{aligned} \quad (15)$$

从式(15)知道, Y 输入的三次非线性误差项是 X 输入的常数项为零的线性函数, 而 Y 输入的二次非线性误差项是 X 输入的常数项不为零的线性函数。因此, 当 X 输入 V_X 分别等于 $\pm 10V$ 时, 三次误差项大小不变, 而二次误差项大小将会变化。

三、实验及讨论

本实验所用的实验线路如图 2 所示。需要变化线路时将在讨论中另行说明。实验样品采用典型的集成乘法器 BG314。

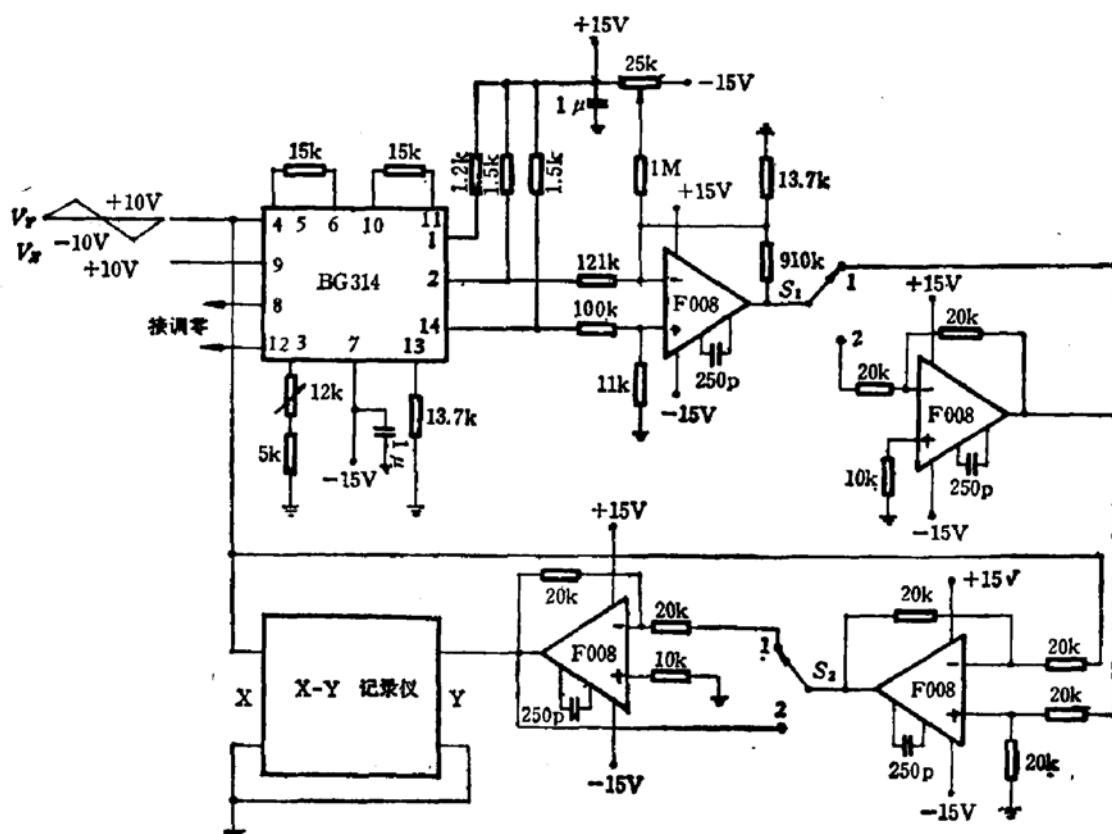


图 2 实验线路

1. 常规工作状态时的情况

图 3 是在图 2 的测试条件下所记录的 Y 通路非线性误差。乘法器增益因子 $K=V_{10}$ 。从图 3 看到两条曲线都可看成二次项与三次项的叠加, 只不过两条曲线的二次项与三次项的系数不同。

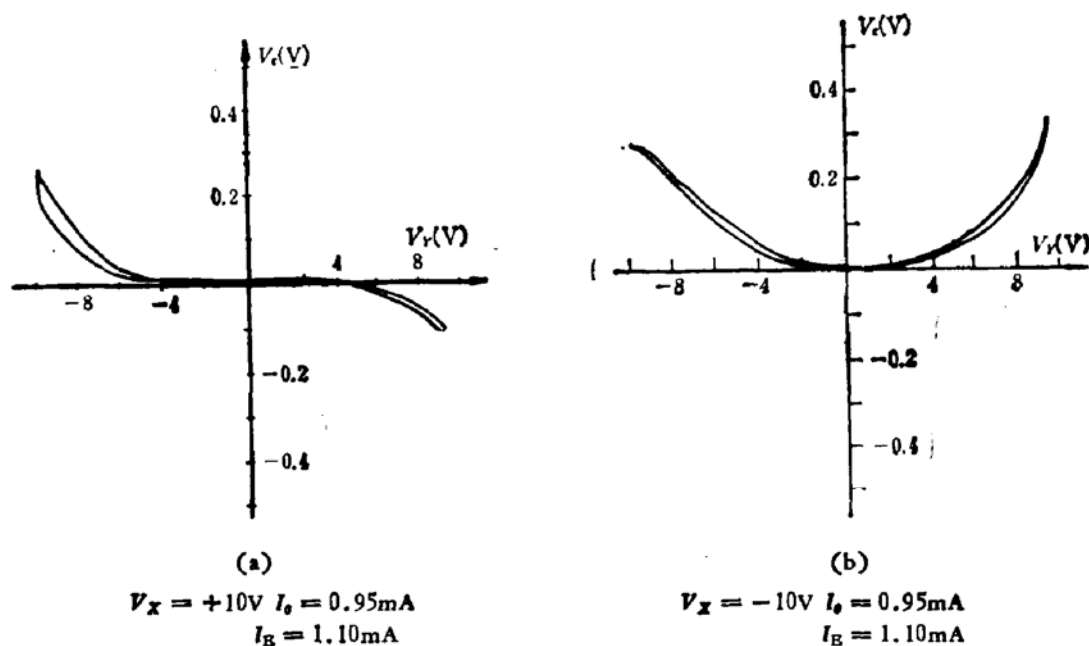


图3 常规工作时的Y通路非线性误差

在图 3(a) 的情形, $V_x = +10V$, 这里二次项系数比较小, 可以解释为

$$(C - B) \text{ 与 } (C + B - 2A) \frac{I_x}{I_E}$$

互相抵消, 只剩下一个系数为负的很小的二次项, 由此可推断 $(C - B)$ 与 $(C + B - 2A)$ 同号且 $(C + B - 2A) \frac{I_x}{I_E} > (C - B)$. 这时三次项为主, 且其系数也是负的. 这是因为 I'_{C0} 是 Q_1 和 Q_2 作为二极管运用 ($V_{CB} = 0$) 时的基区大注入电流. 而 Q_3 — Q_6 的 CB 结平均电压约为 3.5V, 其基区大注入临界电流 I_{C0} 比较大^[8], 即 $I_{C0} > I'_{C0}$.

在图 3(b) 的情形, $V_x = -10V$, 由于此时 $(C - B)$ 与 $[-(C + B - 2A) \frac{I_x}{I_E}]$ 同号, 所以二次项系数增大, 而三次项与图 3(a) $V_x = +10V$ 的情形相比大小不变, 因此二次误差为主, 误差曲线基本上保持二次特性. 由于二次项系数为正, 由此可推断 $(C - B)$ 与 $(C + B - 2A)$ 都为正.

2. 等比例改变工作电流的影响

从式(12)可知, 三次非线性误差与工作电流 I_0 和 I_E 有一定的关系. 如果等比例减小 I_0 和 I_E , 三次非线性误差也应按比例减小. 为进行实验证实, 我们按比例同时减小 I_0 和 I_E , 但为保证 $\frac{I_x}{I_E}$ 、 $\frac{I_y}{I_0}$ 和 K 系数不变, 同时按比例增大 R_x 、 R_y 和 R_L . 这样测得的 Y 通路非线性误差如图 4 所示.

在图 4(a) 的情形, $V_x = +10V$, 这时三次项减小, 而二次项不变, 所以非线性误差由原来的三次项为主转变为二次项为主. 在图 4(b) 中, $V_x = -10V$, 二次项占主要地位, 因而三次项的减小对总误差的影响不大, 所以图 4(b) 的曲线与图 3(b) 基本一致.

从上面分析得到这样的结论, 在基区大注入临界电流一定的情况下, 适当等比例减小

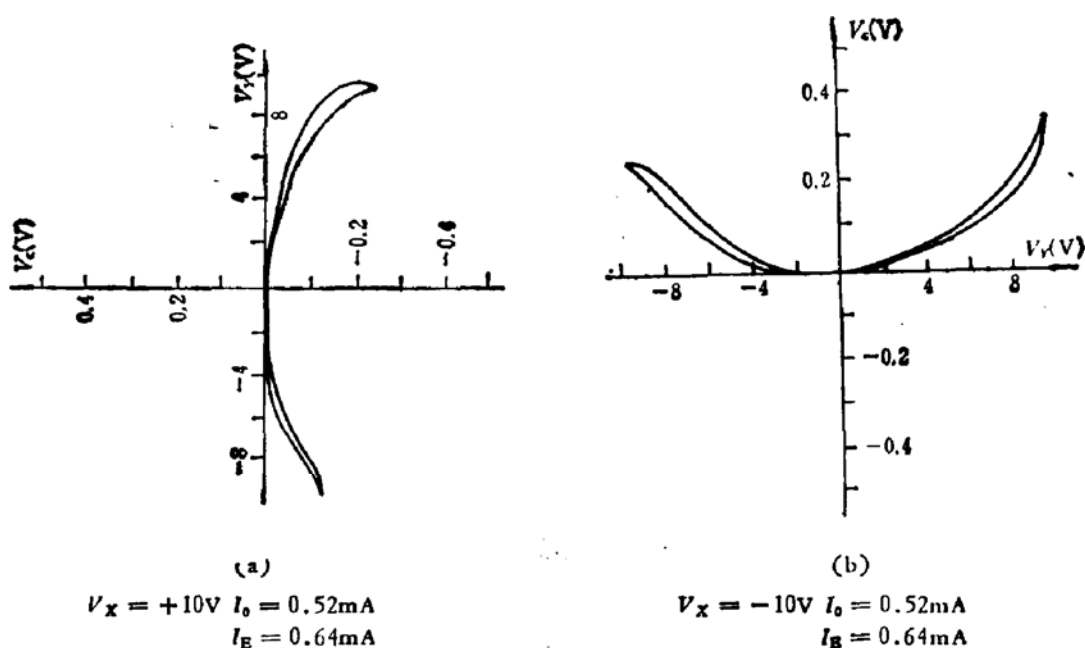


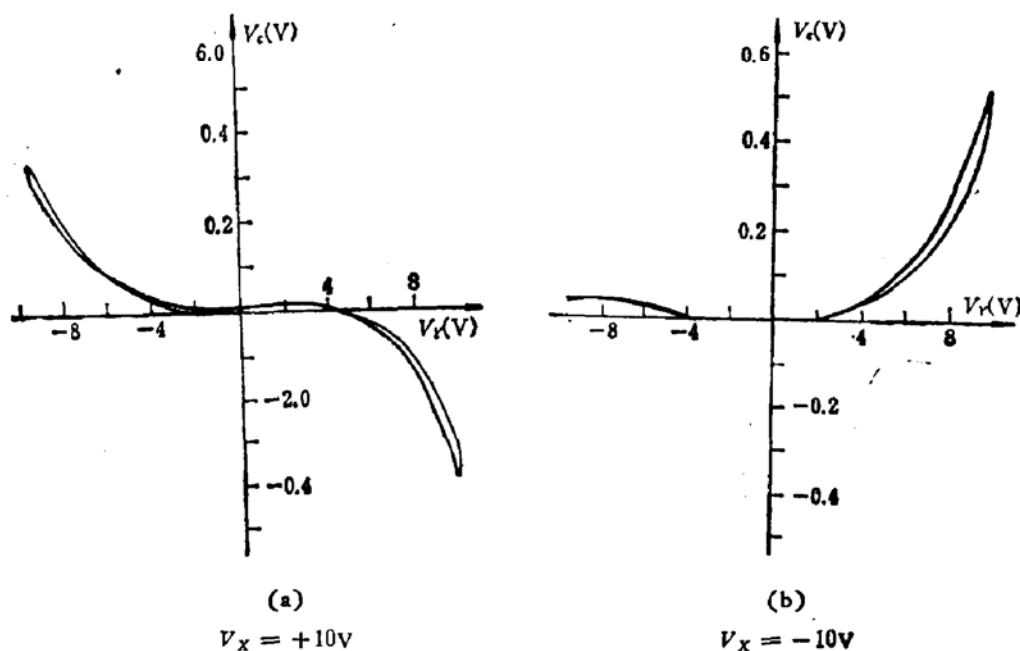
图4 等比例减小工作电流后的Y通路非线性误差

工作电流(当然还包括对 R_x 、 R_y 和 R_L 等进行的一系列协调性的变化),有利于减小三次非线性误差。

3. Q_1 、 Q_2 与 Q_3 — Q_4 不同偏压的影响

乘法芯单元中 Q_1 、 Q_2 和 Q_3 — Q_4 分别用来实现反双曲正切和双曲正切变换。由于晶体管的 I_C — V_{BE} 关系对理想指数特性的偏离,这种变换与反变换是非理想的。但若两组晶体管工作在相同的状态,从而使 $I_{C0} = I'_{C0}$, 这样非线性误差可以减小到最小程度。

反之,乘法芯单元中两组晶体管的工作状态相差越大,可以预期,乘法器的三次非线性

图5 增大两组晶体管 V_{BE} 偏压差后的Y通路非线性误差

性误差也将越大。实验证实了这种想法。为了突出三次非线性误差,将原来接 +15V 的输出负载电阻接到 +20V 的电源上。这时测得的 Y 通路非线性误差如图 5 所示。

在图 5(a) 中, $V_x = +10V$, 原来就占主要地位的三次项变得更大。在图 5(b) 中, $V_x = -10V$, 由于二次项不应改变, 只有三次项增大, 并与二次项的幅度几乎相等, 所以在 $V_y < 0$ 时, 两者几乎完全抵消; 而在 $V_y > 0$ 时, 两者分量相加, 使总误差变得更大。

四、结 论

1. Gilbert 模拟乘法器乘法芯单元晶体管的 I_C-V_{BE} 非理想指数特性 (即基区电导调制效应) 是其三次非线性误差的来源。

2. 增大乘法芯单元晶体管的基区大注入临界电流是减小乘法器三次非线性误差的有

效措施。在集成度条件允许情况下适当增大乘法芯单元晶体管的发射极面积,可以达到上述目的。同时,若将两组晶体管分别两两进行交叉耦合,还能减小由晶体管发射极面积失配引起的二次非线性误差,以达到更好的精度。

3. 在设计出 Q_1-Q_6 具有较大的基区大注入临界电流的基础上, 合理设置两组晶体管的工作状态, 可以将三次非线性误差减小到更低程度。合理设置工作状态包括两个方面。一方面是适当等比例减小工作电流, 有利于减小三次非线性误差, 从而减小综合非线性误差。另一方面是尽可能使乘法芯单元两组晶体管工作在相同的状态。原电路不能保证这一点。为此, 本文提出一种改进方案, 如图 6 所示。它使原来作二极管运用的 Q_1 和 Q_2 改变为放大状态, 使其 V_{CB} 值与 Q_3-Q_6 的 V_{CB} 值接近相等, 这样就减小了 I'_{C0} 与 I_{C0} 的

差值。同时,在运用中,应尽量使 Q_3 — Q_6 的集电极电压输出范围小,才能获得较好精度。

参 考 文 献

- [1] B. Gilbert, *IEEE J. Solid-State Circuits*, SC-3, 365 (1968).
- [2] B. Gilbert, *ibid*, SC-9, 364 (1974).
- [3] H. Brüggemann, *ibid*, SC-5, 150 (1970).
- [4] J. H. Huijsing, et al., *ibid*, SC-17, 9 (1982).
- [5] H. K. Gummel and H. C. Poon, *Bell Syst. Tech. J.*, 49, 827 (1970).
- [6] M. G. Yi, *Electronics Letters*, 16, 861 (1980).
- [7] 易明铎, 半导体学报, 5, 116(1984).
- [8] 易明铎, 集成运算放大器(分析与设计), 科学出版社(1983).

Cubic Non-Linear Error of Gilbert Multiplier

Yi Mingguang and Li Qingsong

(Beijing Research Institute of Semiconductor Devices)

Abstract

Based on the Gummel-Poon model of bipolar transistors, the non-linear error of Gilbert multiplier is analysed. The analytical expression of the cubic non-linear error is obtained, which shows that the base conductivity modulation of a transistor is the origin of the cubic non-linear error of a multiplier. It has been proved that the cubic non-linear error can be reduced to a lower extent by means of circuit and layout designs. The experimental results agree with the theoretical analysis.