第1卷 第4期
1980年11月

半导体学报
CHINESE JOURNAL OF SEMICONDUCTOR

Vol. 1, No. 4
Nov., 1980

LSI CAD 制版中的图形转换*

庄文君 李全圣 沈永周
(中国科学院半导体研究所)

提 要

在 LSI 的 CAD 制版中，由于自动制版设备的要求，常常需要将二相邻边夹角为 $\pi/2$ 或 $3\pi/2$ 的任意封闭图形分割成N个矩形. 反之，由自动绘图仪，自动刻图机等的要求，需要求相关矩形集组成的图的包络线. 本文讨论并提出了解决上述问题的简捷方法.

一、直角多边形转换成矩形集

图1是一种 MOS 4096 RAM 版图中出现的实际图形. 这种任意二相邻边夹角为 $\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3}{2}\pi$ 的N边形在本文中称作直角多边形. 我们要解决的问题就是如何将一个直角多边形转换成一个矩形集. 该矩形集所有元素表示的域的总和等于直角多边形表示的域. 矩形集中所有元素除边界外互不重叠，矩形集元素数尽量少.

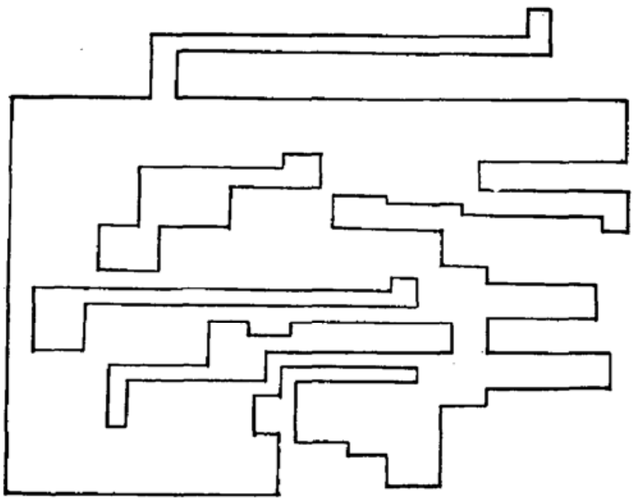

图 1

一个直角多边形可以转换成不同的矩形集. 对其中任一矩形集，如果把每一个矩形都用一个点来表示，用连接二点的边来表示二个矩形边界上有重叠，就可得到一个表示矩形集的连通图 G. 连通图 G 的不包含任何迴路的最大子图就称作矩形集映象的树，如图2.

* 1979年10月8日收到.

一个矩形集映象的树不一定是唯一的，而是一个树的集合．如果树 T 是该集合的一个元素，则称树 T 为矩形集的可能树．

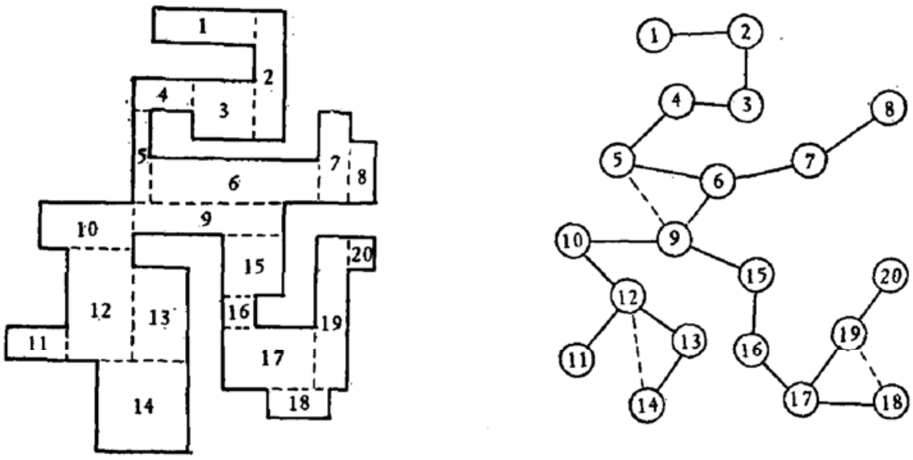

图 2　矩形集和它的树

定义：树上一个顶点，如果它的线度等于 1，这样的顶点定义为树的端点．

端点具有下述性质：

1. 一个树上至少存在一个端点．

2. 把端点以及连接它的边从树上折下，余下的子图仍是一个树．

3. 连通图 G 的顶点 V，如果满足下述条件之一：

① 它的线度等于 1；

② 连接顶点 V 的所有边都是迴路的组成边，且通过顶点 V 的所有迴路相互间至少具有一条公共边，则顶点 V 一定是图 G 可能树上的一个端点．性质 3 的证明如下：

1. 顶点 V 满足条件①，结论显然是正确的．

2. 顶点 V 满足条件②时，由于一个迴路中去掉任何一个点以及连接它的边，迴路中余下的各顶点一定仍是连通的．因此如果去掉顶点 V 以及连接它的边后，各迴路余下的点仍是连通的．其次，由于各迴路间至少有一条公共边，即至少有二个公共顶点，因此去掉顶点 V 后，各迴路余下的点相互间至少还存在一个公共顶点，即各迴路所有余下的点也是连通的．这样只要恢复一条边连接 V，整个图就是一个连通图，该图中顶点 V 的线度等于 1，显然顶点 V 必然是连通图 G 可能树的一个端点．　　证毕．

根据端点的性质，直角多边形转换成矩形集的方法可归结为下述递归过程：

1. 对直角多边形求一个矩形 R，使矩形 R 映象的点是结果矩形集可能树上的端点．

2. 从直角多边形中取出矩形 R，即从树 T 上折下表示矩形 R 的端点以及连接它的边．

3. 将余下部份修改成一个新的直角多边形．

重复上述过程，直至余下部份为零，直角多边形就转换成了矩形集．

上述方法的具体实现如下：

I. 直角多边形的描述

1. 定义直角多边形包络线的逆时针方向为正向．

2. 直角多边形水平边起点的坐标列. 用来描述直角多边形的水平边起点定义为基点.

如图 3，直角多边形可以描述为 (x_0, y_0); (x_1, y_1); …… (x_{14}, y_{14}). 显然直角多边形的基点数等于它的边数的二分之一.

对于具有多条不相连的包络线的直角多边形，如图 4，只要分别作与数轴平行的二条距离为零的辅助线使其所有的包络线两两相连成一条包络线，就可用同样的方法来描述. 包络线的相连可由其他软件自动实现，具体方法本文从略.

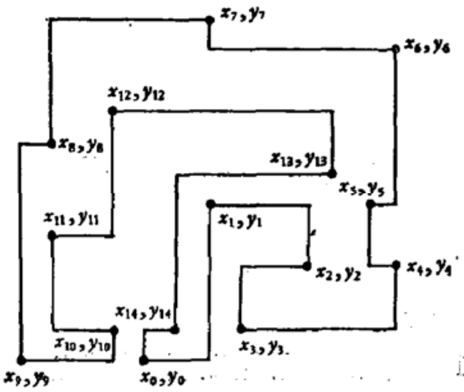

图 3　直角多边形的描述

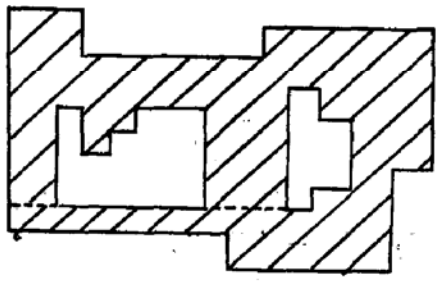

图 4　多条包络线的直角多边形

II. 求矩形 R 的方法

1. 以二个相邻基点 (x_i, y_i)、(x_{i+1}, y_{i+1}) 为对角线顶点作一个矩形，如果该矩形包络线与直角多边形包络线重迭部份方向相同，则该矩形内一定包含着直角多边形可能树上的顶点（但不一定是唯一的顶点），如图 5，即相邻基点满足下述关系：

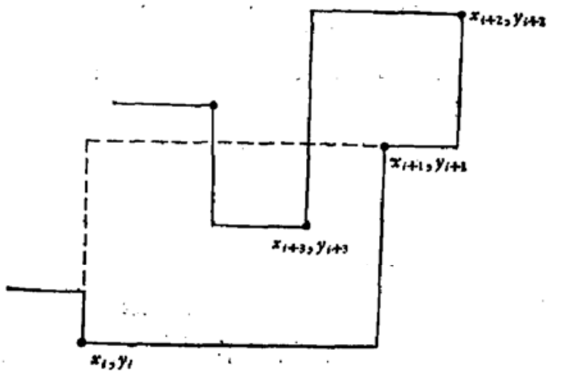

图 5　矩形内含多个顶点的情况

$$\begin{cases} x_i > x_{i+1} \\ y_i > y_{i+1} \end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases} x_i < x_{i+1} \\ y_i < y_{i+1}. \end{cases}$$

2. 点 $(x_g, y_g) \in \{基点\}$. 如果满足 $(x_g, y_g) \notin \{(x_a, y_a) | (x_{i+1} < x_a < x_i) \wedge (y_{i+1} < y_a < y_i)\}$ 或 $(x_g, y_g) \notin \{(x_a, y_a) | (x_i < x_a < x_{i+1}) \wedge (y_i < y_a < y_{i+1})\}$，则该矩形可以只是直角多边形可能树上的一个顶点.

3. 根据端点的性质 3，如果该矩形同时满足：

$$(x_g, y_g) \notin \{(x_a, y_a) | [(x_{i+1} < x_a \leqslant x_i) \wedge y_a = y_{i+1}] \vee [x_a = x_i \wedge (y_{i+1} \leqslant y_a < y_i)]\} 或$$

$$(x_g, y_g) \notin \{(x_a, y_a) | [(x_i \leqslant x_a < x_{i+1}) \wedge y_a = y_{i+1}] \vee [x_a = x_i \wedge (y_i < y_a \leqslant y_{i+1})]\},$$

则该矩形映象的顶点是可能树的端点. 此时以 (x_i, y_i)、(x_{i+1}, y_{i+1}) 为对角线顶点的矩形就是所求的矩形 R.

III. 将余下部份修改成一个新直角多边形

去掉的矩形 R 与余下部份相关的边只可能存在于边 (x_i, y_{i+1})、(x_{i+1}, y_{i+1}) 和边 (x_i, y_i)、(x_i, y_{i+1}) 上且它们的重迭部份方向相反，因此矩形边 (x_{i+1}, y_{i+1})、(x_i, y_{i+1}) 的终点 (x_i, y_{i+1}) 就是新直角多边形增加的包络线水平边(唯一的)的起点．所以只要在原基点列中去掉 (x_i, y_i) 和 (x_{i+1}, y_{i+1}) 二个点，而将 (x_i, y_{i+1}) 作为新的基点置入原 (x_i, y_i) 点的位置就得到了新直角多边形的描述．这时原列元素数减少了一个．由上可见，修改的方法是相当方便的，而算法是收敛的．重复进行上述过程，直到基点列的元素数等于 1，直角多边形就转换成了矩形集．

需要说明的是在经过修改的直角多边形中，相邻基点可能出现下述情况：

$$\begin{cases} x_i = x_{i+1} \\ y_i \neq y_{i+1} \end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases} x_i \neq x_{i+1} \\ y_i = y_{i+1}, \end{cases}$$

这时我们只要认为它们也符合上述求矩形 R 的条件，取出的矩形宽度或长度等于零而不送入结果区，但同样进行修改即可．

IV. 结果讨论

可以证明[1]当直角多边形的任意二个基点都不在一条平行于数轴的直线上时，无论如何划分，结果矩形集元素数 M 的最小值为：

$$M = N + \theta - 2.$$

其中 N 是基点数，θ 为直角多边形不相连的包络线的条数．

很明显，对任何直角多边形，本文提出的算法、求得的结果、矩形集的元素数 M 一定符合下述表达式：

$$M \leqslant N + \theta - 2.$$

当任何二个基点都不在一条平行于数轴的直线上时，$M = N + \theta - 2$，即对于这类直角多边形本文提出的算法求得的结果矩形集是元素数最少的最小矩形集．

上述算法在 DJS-130 机上用汇编语言实现时，程序量为 64 条指令．

二、求相关矩形集的包络线

图 6 和图 7 是相关矩形集的二个图例．图 6 是图 7 的一种特殊情况，即矩形集的元素仅在它们的边上相关，本文定义这类相关矩形集为"边相关矩形集"．当矩形集元素间存在点相关和面相关情况时，如图 7，这类相关矩形集定义为"任意相关矩形集"．

I. 求边相关矩形集的包络线

定义：边相关矩形集中所含矩形水平边端点 (x_R, y_R) 的集合称为 B 集．B 集在 $y = y_i$ 轴上的子集称为 $B_{y=y_i}$ 集．

定义：所求包络线水平边端点 (x_i, y_i) 的集合为 A 集．A 集在 $y = y_i$ 轴上的子集定义为 $A_{y=y_i}$ 集．

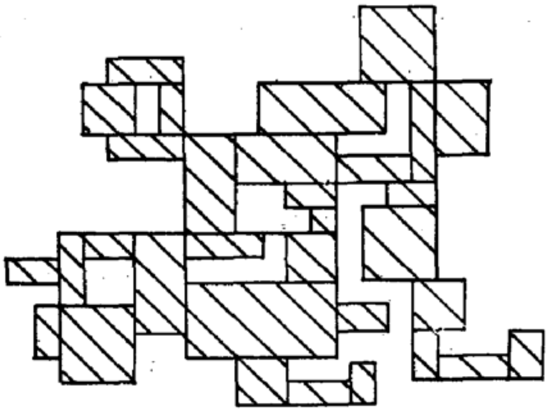

图6　边相关矩形集

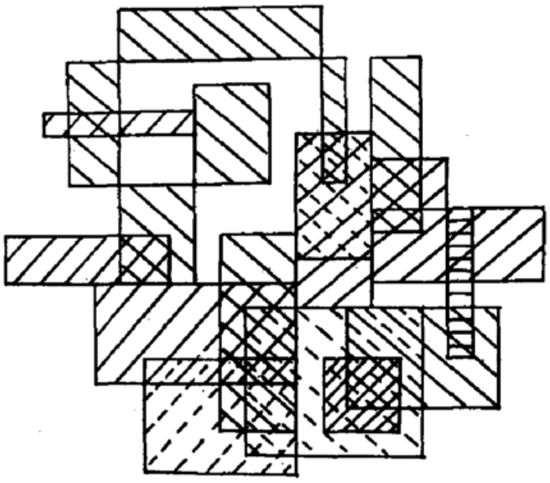

图7　任意相关矩形集

A集的性质:

1. $A\subset B$; $A_{y=y_i}\subset B_{y=y_i}$

2. 如果点(x_a, y_i)和点(x_b, y_i)满足下列条件:

$$x_a = \min x_i \quad x_i \in \{A_{y=y_i}\}$$

$$x_b = \min x_k \quad x_k \in \{A_{y=y_i} \wedge x_k \neq x_a\}$$

则以点(x_a, y_i), (x_b, y_i)为端点的水平线段一定是包络线的一条水平边.

根据A集的性质1,我们只要从B集中筛去所有不属于A集的元素,余下的子集就是A集. 根据A集的性质2,求出A集也就可以求得包络线的所有水平边.

定义: $B_{y=y_i}$集中元素(x_g, y_i)的等值元素总数N为点(x_g, y_i)的相关系数.

在边相关矩形集中,所有端点的相关系数N是小于、等于4的正整数.

$B_{y=y_i}$集可分成$C_{y=y_i}$集和$D_{y=y_i}$集二个子集. 其中$C_{y=y_i}$是$B_{y=y_i}$集中N为偶数的元素集合, $D_{y=y_i}$是$B_{y=y_i}$集中N为奇数的元素集合. 显然,

$$B_{y=y_i} = C_{y=y_i} \cup D_{y=y_i}; \quad C_{y=y_i} \cap D_{y=y_i} = \phi.$$

在$C_{y=y_i}$集中, 若元素(x_A, y_i)的相关系数等于2, 则点(x_A, y_i)的位置有下列二种情况:

① 点(x_A, y_i)所在边和相关点(x'_A, y_i)所在边至少有一部份重迭. 在边相关矩形集中,重迭边一定不在包络线上,因此点(x_A, y_i)也不在包络线上,即$(x_A, y_i)\notin A_{y=y_i}$.

② 点(x_A, y_i)所在边和相关点(x'_A, y_i)所在边除该点外不重迭. 在边相关矩形集中,这二条边实际上连成了一条边. 这时点(x_A, y_i)已不是边的端点, 因此$(x_A, y_i)\notin A_{y=y_i}$.

当元素相关系数等于4时,元素位置可以看成是情况①的二次出现,因此结论也是适用的. 根据上述分析, $C_{y=y_i}\cap A_{y=y_i} = \phi$. 根据$A$集的性质① $A_{y=y_i}\subset B_{y=y_i}$, 因此$A_{y=y_i}\subset D_{y=y_i}$.

在$D_{y=y_i}$集中,若元素相关系数等于1, 则元素(x_B, y_i)的位置有下列二种情况:

① 点(x_B, y_i)不在其他矩形的边上. 显然点(x_B, y_i)是$A_{y=y_i}$集的一个元素即$(x_B, y_i)\in A_{y=y_i}$.

② 点 (x_B, y_i) 在其他一个矩形的边上，(除端点外)．这时点 (x_B, y_i) 一定是非重迭边的端点．在边相关矩形集中非重迭边一定是包络线的一条边．因此点 $(x_B, y_i) \in A_{y=y_i}$.

当元素相关系数等于 3 时，元素位置可以看作是 $N = 2$ 和 $N = 1$ 二种情况的组合．筛去与该元素相关的二个点，余下的点 $(x_B, y_i) \in A_{y=y_i}$ 的结论同样适用．根据上述分析可知 $D_{y=y_i} \subset A_{y=y_i}$.

前面已经证明：$A_{y=y_i} \subset D_{y=y_i}$，因此包络线端点集 $A_{y=y_i} = D_{y=y_i}$，$A = D$.

综上所述，从 B 集中筛去下列二部份元素，①所有相关系数为偶数的元素．②所有 $N = 3$ 的元素，只留一点而筛去其他二点．余下的子集就是包络线的端点集 A，且元素相关系数皆为 1.

根据 A 集的性质 2，可由 A 集求得包络线的水平边．同理，也可由 A 集求得包络线的所有的垂直边．在很多场合中，这样分段求出的包络线已能很好地满足实际工作的需要．但在有些场合需要连续地给出包络线的各部份．为此我们在下面进一步讨论包络线水平边和垂直边的连接问题．

包络线端点集 A 集在 $x = x_i$ 轴上存在一个子集 $A_{x=x_i}$．根据 A 集的性质 2 可知，与水平边端点 (x_i, y_i) 相连的点 (x_i, y_k) 可由下列关系式确定．

$$y_k = \max y_g,\quad y_g \in \{A_{x=x_i} \wedge (y_g < y_i)\},$$

或

$$y_k = \min y_g,\quad y_g \in \{A_{x=x_i} \wedge (y_g > y_i)\}.$$

决定 y_k 取上式的条件是 $\{A_{x=x_i} \wedge (y_g < y_i)\}$ 的元素数为奇数，y_k 取下式的条件是 $\{A_{x=x_i} \wedge (y_g > y_i)\}$ 的元素数为奇数．

由于 $A_{x=x_i}$ 集的元素数必定是偶数，因此除去点 (x_i, y_i) 的 $\{A_{x=x_i} \wedge (y_g > y_i)\}$ 和 $\{A_{x=x_i} \wedge (y_g > y_i)\}$ 二个子集必定有一个也只有一个子集的元素数为奇数，即与 (x_i, y_i) 相连的点 (x_i, y_k) 是唯一的和可确定的．上述关系式就称为包络线端点连接原则．

这样，只要选定 A 集中某一元素 (x_1, y_1) 为起点，根据 A 集的性质 2 和端点连接原则，就可由 $A_{y=y_1}$ 子集中求出以点 (x_1, y_1) 为端点的水平边和它的另一个端点 (x_2, y_1)．根据端点连接原则可由 $A_{x=x_2}$ 子集中求出以点 (x_2, y_1) 为端点的垂直边及另一端点 (x_2, y_2)．重复上述过程，直至求出的连接点为起点 (x_1, y_1) 则得到了一条包络线．如果 A 集中还存在未连接的元素，就继续确定新的起点，找出下一条包络线，直到 A 集的元素全部连接完毕．

上述算法在 DJS-130 机上用汇编语言实现．程序量为 180 条指令．

II. 求任意相关矩形集的包络线

为了叙述方便，本文引入了关于线段运算的概念．以点 (x_a, y_i) 和 (x_b, y_i) 为端点，且 $x_a < x_b$ 的线段表示为线段 $\overline{ab}$．若相关线段 $\overline{ab}$ 和 $\overline{CD}$ 的端点 x 坐标由小至大排列为 a', b', C', D'，它们间的运算结果定义如下：

求和运算：$\overline{ab} + \overline{CD} = \overline{a'D'}$.

求交运算：$\overline{ab} \cap \overline{CD} = \overline{b'C'}$.

去交运算：$\overline{ab} - \overline{CD} = \overline{a'b'} + \overline{C'D'}$.

以 (x_C, y_j) 和 (x_D, y_{j+1}) 为对角线顶点，且 $x_C < x_D$ 的矩形表示为矩形 CD. 其与线段 $\overline{ab}$ 相关的参考点 (x_E, y_i) 和 (x_F, y_i) 定义如下：

1. 当 $\overline{ab}$ 和矩形 $x = x_C$ 的垂直边相交时，$x_E = x_C$，否则 $x_E = x_a$.

2. 当 $\overline{ab}$ 和矩形 $x = x_D$ 的垂直边相交时，$x_F = x_D$，否则 $x_F = x_b$.

线段 $\overline{ab}$ 和矩形 CD 的面相关（除边外），它们间的去交运算结果定义为：$\overline{ab} - \overline{CD} = \overline{aE} + \overline{Fb}$.

以上各定义中，若线段二端点坐标相同，表示的是实际不存在的 0 线段，该项应从表达式中除去.

任意相关矩形集中各矩形元素的边具有下述性质：

1. 不相关矩形边的端点一定是 A 集的元素.
2. 若二个矩形的同向边相关，相关边线段和的端点才可能是 A 集的元素.
3. 若二个矩形的异向边相关，相关边去交后得到的线段端点才可能是 A 集的元素.
4. 若矩形边与其他矩形面相关，线段与矩形去交后得到的线段端点才可能是 A 集的元素.

根据上述性质，任意相关矩形集 A 集的求法可归结为：

1. 所有相关的同向边分别求和. 从 B 集中筛去不是 A 集元素的点.
2. 所有相关的异向边分别去交. 从 B 集中筛去不是 A 集元素的点.
3. 所有与矩形面相关的边分别去交. 从 B 集中筛去不是 A 集元素的点，并加入新增的相关参考点.

经过上述处理，余下的线段都是不相关的（除端点外）. 因此其端点集就是 A 集.

由 A 集求包络线的方法原则上与边相关矩形集的情况相同.

上述方法在 DJS-130 机上用汇编语言实现，其程序量为 350 条指令.

参 考 文 献

[1] 小山田，暂治，情报处理，**16**，576—580 (1975).

REPLACEMENT OF CONFIGURATIONS IN CAD MASK MAKING OF LSI

Zhuang Wenjun, Li Quansheng and Shen Yongzhou

(Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences)

Abstract

In CAD mask making of LSI it is often necessary to divide any closed configuration with two adjacent sides angle of $\frac{\pi}{2}$ or $\frac{3}{2}\pi$ into N rectangles in response to the requirements of the automatic mask making equipment. On the contrary, in view of the requirements of the automatic graphic plotter and of the automatic engraving machine. We have to find out the envelope of the configuration formed out of relevant set of rectangles. In this paper simpler and more convenient approaches to the solution of these problems are suggested and discussed.