

半导体温差发电器性能的优化分析*

陈金灿 严子浚

(厦门大学物理系 厦门 361005)

摘要 本文应用有限时间热力学理论分析半导体温差发电器的优化性能,导出在导热、热漏和焦耳热三种主要不可逆因素影响下发电器的输出功率和效率,由此讨论了发电器的性能与其半导体材料、元件结构以及负载电阻等之间的关系,获得一系列重要结论,它对如何合理地选择发电器的负载电阻和优化半导体元件等提供了一些新的理论依据。

PACC: 6590, 8630J, 0720M, 6570

1 引言

随着半导体技术的迅速发展和各种优质半导体材料的不断问世,半导体温差发电器的实际应用已引起人们的关注^[1-5].近年来,已有一些学者应用非平衡态热力学理论研究了半导体温差发电器的性能,取得一些有意义的结果^[3,7].本文将应用近年来新发展的有限时间热力学理论方法^[6-8]对半导体温差发电器进行优化分析,阐明导热、热漏和焦耳热三种主要不可逆因素对发电机性能的影响,所得结论对半导体温差发电器的最佳设计和研制适合于发电机使用的半导体新材料等均有一定的指导意义。

2 发电器的输出功率和效率的表示式

半导体温差发电器是利用半导体的独特性质将热直接转变为直流电的一种发电机。它是由P型和N型半导体元件及负载电阻 R 所组成,工作在温度分别为 T_H 和 T_L 的高、低温热源之间,如图1所示。图1中的 Q_H 和 Q_L 分别为每单位时间发电机从高温热源吸取和放给低温热源的热量,即发电机与高、低温热源交换的热流。其中,由于珀尔帖效应,发电机从高温热源吸取的热流 Q_1 和放给低温热源的热流 Q_2 分别为

$$Q_1 = \alpha I T_1, \quad (1)$$

$$Q_2 = \alpha I T_2, \quad (2)$$

式中 I 为发电机回路中的电流, T_1 和 T_2 分别为发电机高温端和低温端的温度, $\alpha = \alpha_P - \alpha_N$,而 α_P 和 α_N 分别为P型和N型半导体的温差电势率。

当电流 I 通过发电机时,半导体元件中产生焦耳热流

* 国家自然科学基金资助项目
本文 1992 年 5 月 16 日收到

$$Q_J = rI^2, \quad (3)$$

式中

$$r = l_P/(\sigma_P A_P) + l_N/(\sigma_N A_N) \quad (4)$$

为发电机中半导体元件的总电阻,而 l_P, A_P, σ_P 和 l_N, A_N, σ_N 分别为其中 P 型和 N 型半导体元件的长度、横截面积及电导率.为了计算方便,通常假设半导体元件侧面绝热隔离,焦耳热流 Q_J 向两端各传一半^[3,9].

由于发电机工作时,半导体元件两端存在一定的温差,故有一热流(按牛顿传热定律)

$$Q_K = K(T_1 - T_2) \quad (5)$$

经元件内部由高温端传往低温端,式中

$$K = \lambda_P A_P / l_P + \lambda_N A_N / l_N \quad (6)$$

为发电机中半导体元件的总热传导系数,而 λ_P 和 λ_N 分别为其中 P 型和 N 型半导体材料的热导率.

由于热源与发电机之间存在热阻,热交换速率是有限的^[10-12].同样,在牛顿传热定律下,并应用以上结果,可将 Q_H 和 Q_L 分别表示为

$$Q_H = K_0(T_H - T_1) = Q_1 - \frac{1}{2} Q_J + Q_K = \alpha I T_1 - \frac{1}{2} r I^2 + K(T_1 - T_2), \quad (7)$$

$$Q_L = K_0(T_2 - T_L) = Q_2 + \frac{1}{2} Q_J + Q_K = \alpha I T_2 + \frac{1}{2} r I^2 + K(T_1 - T_2), \quad (8)$$

式中 K_0 为发电机中半导体元件与热源之间的热传导系数.应用(7)和(8)式,可得

$$T_1 = \frac{(K_0 - \alpha I) \left(K_0 T_H + \frac{1}{2} r I^2 \right) + K [K_0 (T_H + T_L) + r I^2]}{2KK_0 + (K_0 + \alpha I)(K_0 - \alpha I)}, \quad (9)$$

$$T_2 = \frac{(K_0 + \alpha I) \left(K_0 T_L + \frac{1}{2} r I^2 \right) + K [K_0 (T_H + T_L) + r I^2]}{2KK_0 + (K_0 + \alpha I)(K_0 - \alpha I)}. \quad (10)$$

再应用(9)和(10)式,可得发电机的输出功率

$$P = Q_H - Q_L = \alpha I (T_1 - T_2) - r I^2 = K_0 I \frac{\alpha K_0 (T_H - T_L) - [\alpha^2 (T_H + T_L) + (K_0 + 2K)r] I}{2KK_0 + (K_0 + \alpha I)(K_0 - \alpha I)}, \quad (11)$$

效率

$$\eta = P / Q_H$$

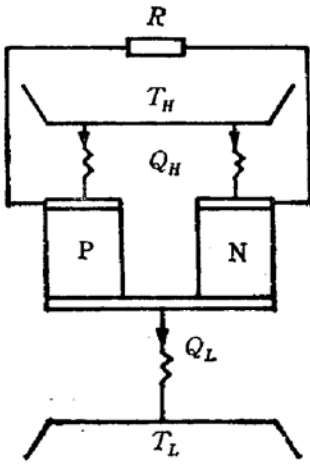


图 1 半导体温差发电机的工作原理示意图

$$= I \frac{\alpha K_0 (T_H - T_L) - [\alpha^2 (T_H + T_L) + (K_0 + 2K)r]I}{\frac{1}{2} \alpha r I^3 - \left[\alpha^2 T_H + \left(\frac{1}{2} K_0 + K \right) r \right] I^2 + \alpha K_0 T_H I + K K_0 (T_H - T_L)}. \quad (12)$$

为了简便, 令 $I = ia/r$, 则(11)和(12)式可分别写成

$$P = K \frac{Z(T_H - T_L)i - [BZ^2(T_H + T_L) + (1 + 2B)Z]i^2}{2B + (1 + BZi)(1 - BZi)}, \quad (13)$$

$$\eta = \frac{(T_H - T_L)i - [1 + 2B + BZ(T_H + T_L)]i^2}{\frac{1}{2} BZi^3 - \left(\frac{1}{2} + B + BZT_H \right) i^2 + T_H i + (T_H - T_L)/Z}, \quad (14)$$

式中 $Z = \alpha^2/(Kr)$ 称为半导体元件的优值系数^[5], $B = K/K_0$. (13)和(14)式是讨论半导体温差发电器性能的两个基本的重要关系式.

3 发电器的负载电阻与其它参数间的关系

显然, 半导体温差发电器的输出功率 P 是由负载电阻 R 获得, 即

$$P = RI^2. \quad (15)$$

由(13)和(15)式, 可得负载电阻 R 与其它参数之间的关系为

$$R = r \frac{(T_H - T_L)/i - [1 + 2B + BZ(T_H + T_L)]}{2B + (1 + BZi)(1 - BZi)}. \quad (16)$$

当 $K_0 \rightarrow \infty$, 即发电机中半导体元件与热源间的热阻影响可忽略时, (16)式可写成

$$R = r[(T_H - T_L)/i - 1]. \quad (17)$$

4 最大输出功率时的负载电阻

应用(13)式和极值条件 $\partial P/\partial i = 0$, 不难求得当

$$i = \frac{(1 + 2B)C_1(1 - C_2)}{B^2 Z^2 (T_H - T_L)} \equiv i_P \quad (18)$$

时, 功率 P 达最大值

$$P_{\max} = K \frac{C_1(1 - C_2)}{2B^2 Z}, \quad (19)$$

式中

$$C_1 = 1 + 2B + BZ(T_H + T_L),$$

$$C_2 = \sqrt{1 - \frac{B^2 Z^2 (T_H - T_L)^2}{(1 + 2B)C_1^2}}.$$

将(18)式代入(16)和(14)式, 可得这时的负载电阻和效率分别为

$$R_P = \frac{r}{2} \frac{C_1(1 + C_2)}{1 + 2B}, \quad (20)$$

$$\eta_P = \left[T_H - T_L - \frac{(1 + 2B)C_1^2(1 - C_2)}{B^2 Z^2 (T_H - T_L)} \right] / \left[\frac{1}{2} \frac{(1 + 2B)^2 C_1^2 (1 - C_2)^2}{B^3 Z^3 (T_H - T_L)^2} \right]$$

$$-\left(\frac{1}{2} + B + BZT_H\right) \frac{(1+2B)C_1(1-C_2)}{B^2Z^2(T_H-T_L)} + T_H + \frac{C_1(1+C_2)}{Z} \Big]. \quad (21)$$

(20)式表明,在一般情况下, $R_p \neq r$. 这就是说,对半导体温差发电机,一般说来在最大输出功率时其负载电阻并不等于发电机内部半导体元件的总电阻. 这是有限时间热力学的一个新结论,它不同于通常的匹配条件 $R_p = r$, 很值得注意. 只有当 $K_0 \rightarrow \infty$ 时,才有

$$R_p = r. \quad (22)$$

而这时(18)、(19)和(21)式可分别写成

$$i_p = \frac{1}{2} (T_H - T_L), \quad (23)$$

$$P_{\max} = \frac{K}{4} Z(T_H - T_L)^2, \quad (24)$$

$$\eta_p = \frac{1}{2} \frac{1 - T_L/T_H}{1 - \frac{1}{4}(1 - T_L/T_H) - 2/(ZT_H)}. \quad (25)$$

这个新结论的物理意义并不难理解,因为当 K_0 有限时,发电机中半导体元件与热源间的热阻影响不可忽略,存在着不可逆传热损失,从而使发电机的不可逆损失增大. 这等效于发电机中内阻增大,因而在最大输出功率时 R_p 大于 r 而不等于 r . (20) 式的右端在 K_0 有限时大于 r 是不难证明的.

5 最大效率时的负载电阻

由(14)式和极值条件 $\partial\eta/\partial i = 0$, 不难求得当效率 η 最大时, i 必须满足方程:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} BZC_1i^4 - BZ(T_H - T_L)i^3 + \left[\left(\frac{1}{2} + B \right) (T_H + T_L) + 2BZT_H T_L \right] i^2 \\ & - \frac{2}{Z} C_1(T_H - T_L)i + (T_H - T_L)^2/Z = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

(26)式的解析解 i_η 是存在的,但一般较繁,常用数值计算来求解. 当 i_η 求出后,所对应的输出功率 P_η 和负载电阻 R_η 也可求之.

而当 $K_0 \rightarrow \infty$ 时,由(26)式可解得

$$i_\eta = \frac{2}{Z} \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} \left[\sqrt{1 + \frac{1}{2} Z(T_H + T_L)} - 1 \right]. \quad (27)$$

再应用(13)、(14)和(17)式,可分别得

$$P_\eta = 2K \frac{(T_H - T_L)^2}{T_H + T_L} \left\{ \left[1 + \frac{4}{Z(T_H + T_L)} \right] \left[\sqrt{1 + \frac{1}{2} Z(T_H + T_L)} - 1 \right] - 1 \right\}, \quad (28)$$

$$\eta_{\max} = \frac{T_H - T_L}{T_H} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{2} Z(T_H + T_L)} - 1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} Z(T_H + T_L) + T_L/T_H}}, \quad (29)$$

$$R_\eta = r \sqrt{1 + \frac{1}{2} Z(T_H + T_L)} > r. \quad (30)$$

6 讨论

在给定的 T_H, T_L, Z 和 B 的情况下, 由(13)、(14)和(16)式, 可绘出 P 和 η 随 i 变化, P 随 η 变化, 以及 P 和 η 随 R/r 变化的曲线, 分别如图 2—4 所示. 在图 2—4 中, 取 $T_H = 373\text{K}, T_L = 293\text{K}, Z = 3 \times 10^{-3}\text{K}^{-1}$, 而曲线 a, b 和 c 分别对应于 $B=0, 0.1$ 和 0.2 , P 和 η 的单位分别为(24)和(29)式所确定的 P_{\max} 和 η_{\max} .

图 2—4 都清楚地表明, B 的数值, 或给定 K 下 K_0 的数值对输出功率 P 和效率 η 的影响都较显著, P 和 η 均随着 K_0 的减小而迅速地下降. 因此, 应尽量设法提高 K_0 值, 如可适当地增加发电机与热源间的传热面积等, 使 $K_0 \gg K$, 以便提高 P 和 η 的数值.

图 3 还表明, 半导体发电器的合理工作区间应位于图中曲线的斜率为负值的部分. 这样, 减小功率时可提高效率, 而减小效率时可增大功率. 在这个区域之外, 效率和功率都将下降, 因而是不合理的工作区间. 图 4 进一步表明, 当负载电阻 R 小于最大输出功率所对应的负载电阻 R_P 时, 输出功率和效率均随着 R 的减小而减小; 而当负载电阻 R 大于最大效率所对应的负载电阻 R_η 时, 输出功率和效率都随着 R 的增大而减小. 因此, 设计发电机时应使其负载电阻 R 位于 R_P 与 R_η 之间, 即

$$R_P \leq R \leq R_\eta, \quad (31)$$

这样才能保证输出功率 P 和效率 η 位于上述的合理工作区域内, 即

$$P \geq P_\eta, \quad (32)$$

$$\eta \geq \eta_P, \quad (33)$$

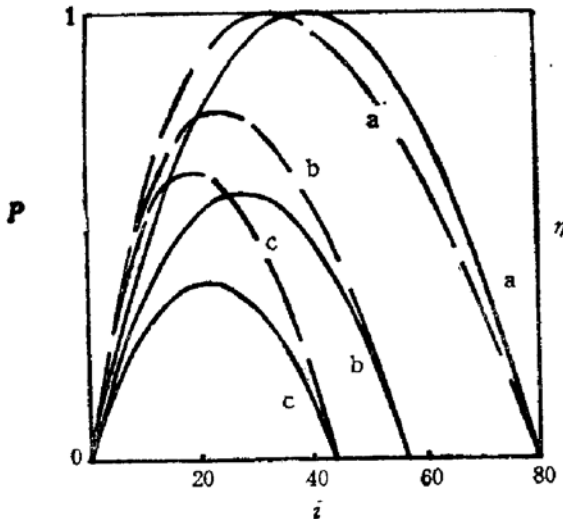


图 2 P 随 i 的变化曲线(实线)和 η 随 i 的变化曲线(虚线)

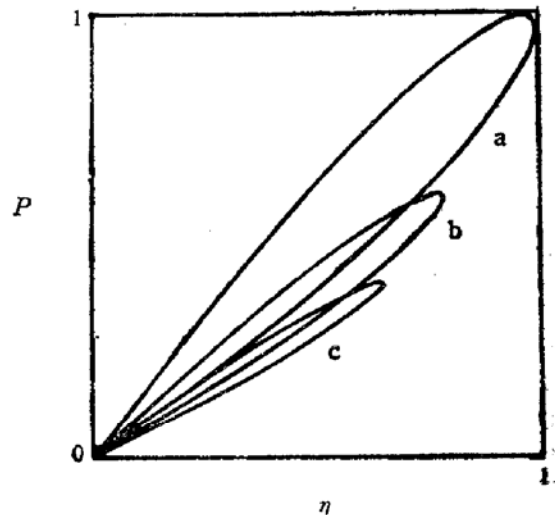


图 3 P 随 η 的变化曲线

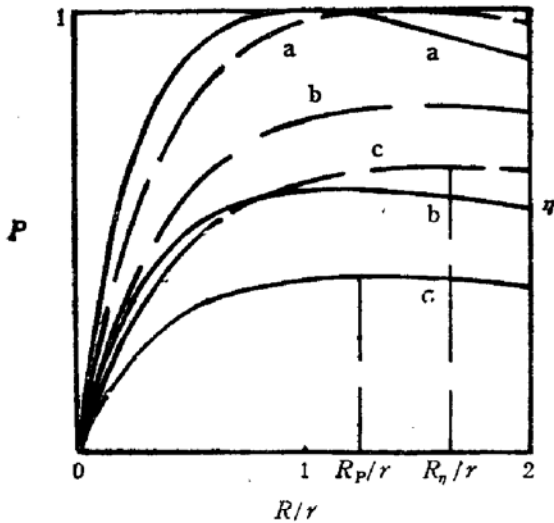


图 4 P 随 R/r 的变化曲线(实线)和 η 随 R/r 的变化曲线(虚线)

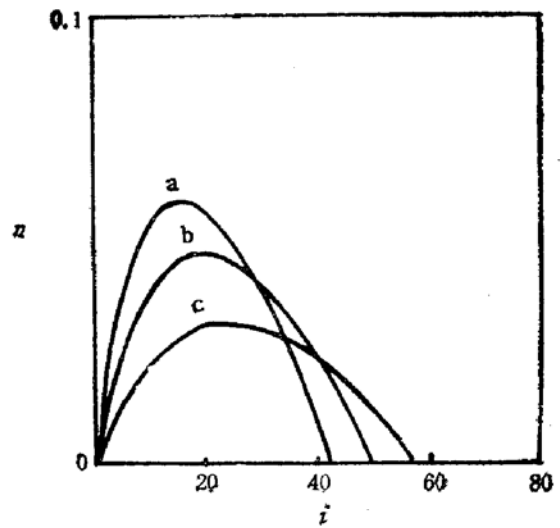


图 5 不同 Z 值下 η 随 i 的变化曲线

以便使发电机运转于最佳工作状态。在实际应用中，可根据(31)式并结合具体情况来选择负载电阻 R 。例如，主要应考虑能源利用率时，则要求有较高的效率，负载电阻可选择等于或稍小于 R_η ，而要求有较大的输出功率时，负载电阻可选择等于或稍大于 R_p 。此外，图 4 也清楚地表明， R_p/r 和 R_η/r 均随着 B 值的增大而增大，而当 $B = 0$ 时 $R_p/r = 1$ 。这表明传统的匹配条件 $R_p = r$ 是选择发电机负载电阻的下限，而一般应选择 $R > r$ 。

另一方面，(29)式清楚地表明，在 T_H 和 T_L 给定的情况下， η_{max} 是优值系数 Z 的单调增函数。而在 $B \neq 0$ 的情况下，图 5(其中取 $B = 0.1$ ，曲线 a、b 和 c 分别对应于 $Z = 0.01, 0.006$ 和 0.003)也表明了最大效率随 Z 的增大而增大。因此，发展半导体温差发电器的一个主要任务，是要寻找和研制可获得高 Z 值的半导体新材料。当半导体材料选定后(热导率和电导率也就确定)，合理地选择发电机中半导体元件的几何构形，可使 Z 达最大值。不难证明，当 P 型和 N 型半导体元件的长度比 l_p/l_N 和横截面积比 A_p/A_N 满足方程

$$\frac{l_N}{l_p} \frac{A_p}{A_N} = \sqrt{\frac{\lambda_N \sigma_N}{\lambda_p \sigma_p}} \tag{34}$$

时， Z 值最大。(34)式为半导体温差发电器的优化设计提供了一个理论依据。

最后值得指出，上文为了讨论方便，设发电机中半导体元件与高、低温热源间的热传导系数均为 K_0 。当这两个热传导系数分别为 K_1 和 K_2 时，可作类似的讨论，不过这时半导体元件中产生的焦耳热流 Q_J 一般说来不是向两端各传一半，因而(7)和(8)式应分别改为

$$Q_H = K_1(T_H - T_1) = Q_1 - bQ_J + Q_K = \alpha l T_1 - b r l^2 + K(T_1 - T_2), \tag{35}$$

$$Q_L = K_2(T_2 - T_L) = Q_2 + (1 - b)Q_J + Q_K = \alpha l T_2 + (1 - b)r l^2 + K(T_1 - T_2), \tag{36}$$

并可证明 $b = K_1(K_2 + 2K) / [2(K_1 K_2 + K_1 K + K_2 K)]$ 。当 $K_1 = K_2 = K_0$ 时， $b = 1/2$ ，(35) 和 (36) 式就分别回到(7)和(8)式。而当 $K_1 \neq K_2$ 时，从(35)和(36)式出发来讨论半导体温差发电器的优化性能将可获得类似于上文所得到的一些重要新结论。本文不

再赘述。

参 考 文 献

- [1] M. W. Zemansky and R. H. Dittman, *Heat and Thermodynamics*, 6th ed. McGraw-Hill International, Tokyo, 1981.
- [2] B. D. Wood, *Applications of Thermodynamics*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1982.
- [3] V. K. Gupta *et al.*, *Am. J. Phys.*, 1984, **52**(7):625.
- [4] M. Cvahte and J. Strnad, *Eur. J. Phys.*, 1988, **9**(1):11
- [5] J. M. Gordon, *Am. J. Phys.*, 1991, **59**(6):551.
- [6] B. Andresen *et al.*, *Phys. Today*, 1984, **37**(9):62.
- [7] 陈丽璇, 严子浚, *自然杂志*, 1987, **10**(11), 825.
- [8] 严子浚, *物理通报*, 1992, (3): 1.
- [9] J. K. Logan *et al.*, *Phys. Rev.*, 1957, **105**:1437.
- [10] Z. Yan (严子浚) and J. Chen (陈金灿), *J. Appl. Phys.*, 1989, **65**(1):1.
- [11] J. Chen and Z. Yan, *J. Chem. Phys.*, 1989, **90**(9):4951.
- [12] V. N. Orlov and R. S. Rerry, *Phys. Rev.*, 1990. **A42**(12): 7230.

Optimal Analysis on Performance of a Semiconductor Thermoelectric Generator

Chen Jincan and Yan Zijun

(Department of Physics, Xiamen University, Xiamen 361005)

Abstract The optimal performance of a semiconductor thermoelectric generator is analysed by using the theory of finite-time thermodynamics. The power output and efficiency of the generator under the influence of three main irreversible effects of heat conduction, heat leak, and Joule heat are derived. From them, the relations among the performance of the generator, the parameters of the semiconductor materials, the configurations of the semiconductor elements, as well as the load resistance are discussed. A series of important conclusions, which may provide some new theoretical bases for the problems how to choose the load resistance of the generator reasonably and to optimize the configurations of the semiconductor elements in the generator, are obtained.

PACC: 6590, 8630J, 0720M, 6570