

# 半导体激光器噪声特性的电路模拟\*

任新根 徐国萍 董天临

(华中理工大学电子与信息工程系 武汉 430037)

**摘要** 本文将电子放大器的噪声分析方法用于半导体激光二极管(LD)的本征噪声分析中,在 R. S. Tucker 的大信号模型的基础上,建立了适应于通用电路分析软件计算的 LD 噪声等效电路模型。

**EEACC:** 4320J, 2560B, 6140, 1130B

## 1 引言

半导体激光二极管(LD)的电路模型使 LD、LD 的寄生参量以及 LD 驱动电路的特性的分析可以统一、方便地用通用电路分析软件,如 SPICE 及各种版本完成,而不需要设计专门的分析软件<sup>[1,2]</sup>。这就为 LD、OEIC 以及 LD 光发射机的特性分析提供了一个重要的工具。目前,运用 LD 的电路模型,例如 R. S. Tucker 的大信号等效电路模型,可以很容易地分析 LD 的端口电特性、瞬态响应特性、大信号调制响应特性、小信号频率响应特性以及 LD 的非线性特性<sup>[3-5]</sup>。但是,这些模型均不能分析 LD 的噪声特性。C. Harder 在 Katz 的 LD 小信号模型的基础上建立了 LD 的噪声等效电路模型<sup>[6]</sup>,但这个模型的分析需要专门的软件,不适合用 SPICE 分析。本文即是讨论建立适合 SPICE 的 LD 的噪声等效电路模型。

C. Harder 的 LD 噪声等效电路模型不适合 SPICE 的原因归结起来有两个:一是它的基础为 Katz 的小信号模型,小信号模型的参数随注入电流的改变而变化,这使其利用 SPICE 分析遇到困难;另外一个更根本的原因是它的噪声源为独立的噪声源,与 SPICE 能处理的噪声源,如热噪声源不相容。本文将电子放大器噪声分析中等效输入噪声的概念引入到 LD 本征噪声的分析中,并在 R. S. Tucker 的大信号模型的基础上建立 LD 的噪声等效电路模型。运用这个模型,可以很方便地采用通用电路分析软件 SPICE 来分析 LD 的本征强度噪声特性。

## 2 理论分析

### 2.1 单模或近似单模工作的随机速率方程及其小信号分析

\* 国家“八五”科技攻关项目的资助课题

1992 年 7 月 21 日收到初稿, 1992 年 11 月 1 日收到修改稿

在 LD 中, 源于自发发射过程以及载流子产生与复合过程而导致 LD 的光强与相位的随机起伏特性可以通过在单模速率方程中引入 Langevin 噪声源来描述<sup>[7,8]</sup>。为了能够方便地运用 R. S. Tucker 的 LD 的大信号电路模型, 这里运用 Tucker 的包含增益压缩因子  $\epsilon$  的单模速率方程:

$$dN/dt = I_A/\alpha - N/\tau_s - g_0 \cdot (N - N_{0m}) \cdot (1 - \epsilon S) \cdot S + F_N(t), \quad (1)$$

$$dS/dt = \Gamma \cdot g_0(N - N_{0m}) \cdot (1 - \epsilon S) \cdot S + \Gamma \cdot \beta N/\tau_p - S/\tau_p + F_S(t), \quad (2)$$

其中:  $N$ : 有源区的平均载流子密度;  $S$ : 标称模态体积内光子密度;  $\Gamma$ : 光限制因子;  $g_0$ : 增益常数;  $N_{0m}$ : 透明载流子密度;  $\tau_p$ : 光子寿命;  $\tau_s$ : 自发复合载流子寿命;  $\beta$ : 进入激光模式的自发发射系数;  $I_A$ : 注入电流;  $\epsilon$ : 增益压缩因子;  $\alpha = qV$ ,  $q$  为电子的电荷量,  $V$  为有源区的体积。

$F_N(t)$ 、 $F_S(t)$  分别表示源于载流子产生与复合过程和自发发射过程的 Langevin 噪声源。假设它们满足马尔可夫系统记忆假设<sup>[9]</sup>, 此时, Langevin 噪声源满足如下条件:

$$E[F_i(t)] = 0, \quad i = N, S \quad (3)$$

$$E[F_i(t)F_j(t)] = 2D_{ij} \cdot \delta(t - t'), \quad i, j = N, S \quad (4)$$

其中:

$$D_{SS} = \beta \cdot N_0 \cdot S_0 / \tau_s, \quad (5)$$

$$D_{NN} = \beta \cdot N_0 \cdot S_0 / \tau_s + \frac{1}{V} \cdot N / \tau_s, \quad (6)$$

$$D_{SN} = -\beta \cdot N_0 \cdot S_0 / \tau_s. \quad (7)$$

$N_0, S_0$  分别为载流子和光子的稳态均值密度。

可见,  $F_N(t)$ 、 $F_S(t)$  是两个具有一定相关性的平稳随机过程。 $(1)$ 、 $(2)$ 两式即称为 LD 的随机速率方程, 此时,  $S, N$  均为随机变量。

为了能够得到 LD 的噪声特性以及小信号调制特性, 可对  $(1)$ 、 $(2)$ 两式进行微扰分析, 令:

$$I_A = I_0 + i(t), \quad (8)$$

$$S = S_0 + \delta S(t), \quad (9)$$

$$N = N_0 + \delta N(t), \quad (10)$$

其中:  $I_0$  是 LD 的直流偏置电流, 大于阈值电流  $I_{th}$ ;  $i(t)$  是注入小信号电流,  $|i(t)|/I_0 < 0.7$ ;  $\delta S(t)$ 、 $\delta N(t)$  分别为光子密度、载流子密度的随机起伏的小量。

将  $(8)$ 、 $(9)$ 、 $(10)$  式代入  $(1)$ 、 $(2)$  式, 利用速率方程的稳态形式, 并略去小量的高阶项(二次及二次以上的项), 可得到线性化的关于  $\delta S$  与  $\delta N$  的随机速率方程:

$$\delta \dot{N} = i(t)/\alpha + A \cdot \delta N + B \cdot \delta S + F_N(t), \quad (11)$$

$$\delta \dot{S} = C \cdot \delta S + D \cdot \delta N + F_S(t), \quad (12)$$

其中:

$$A = g_0 \cdot (1 - \epsilon S_0) \cdot S_0 - 1/\tau_s, \quad (13)$$

$$B = g_0 \cdot (N_0 - N_{0m}) \cdot (1 - 2\epsilon S_0), \quad (14)$$

$$C = \Gamma \cdot g_0 \cdot (N_0 - N_{0m}) \cdot (1 - 2\epsilon S_0) - 1/\tau_p, \quad (15)$$

$$D = \Gamma \cdot \beta / \tau_s + \Gamma \cdot g_0 (1 - \epsilon S_0) \cdot S_0. \quad (16)$$

在频域用傅里叶分析求解由(11)、(12)式组成的方程,可得:

$$\begin{aligned}\delta S(\omega) &= \frac{(A - j\omega) \cdot F_s(\omega) - D \cdot F_N(\omega) - D \cdot i(\omega)/\alpha}{B \cdot D - (C - j\omega) \cdot (A - j\omega)} \\ &= \delta S_1(\omega) + \delta S_2(\omega) + \delta S_3(\omega),\end{aligned}\quad (17)$$

其中:

$$\delta S_1(\omega) = \frac{(A - j\omega)}{B \cdot D - (C - j\omega) \cdot (A - j\omega)} \cdot F_s(\omega), \quad (18)$$

$$\delta S_2(\omega) = \frac{-D}{B \cdot D - (C - j\omega) \cdot (A - j\omega)} \cdot F_N(\omega), \quad (19)$$

$$\delta S_3(\omega) = \frac{-(D/\alpha) \cdot i(\omega)}{B \cdot D - (C - j\omega) \cdot (A - j\omega)}. \quad (20)$$

由(17)式可以得到 LD 的小信号频率响应  $f(\omega)$ :

$$f(\omega) = \frac{\delta S_3(\omega)}{i(\omega)} = \frac{D/\alpha}{(C - j\omega) \cdot (A - j\omega) - B \cdot D}. \quad (21)$$

利用关系式:

$$E[F_s(\omega)F_i(\omega)] = 2D_{ii}, \quad i, j = S, N \quad (22)$$

由(17)式还可得到 LD 的光频噪声功率谱  $S_p(\omega)$ :

$$\begin{aligned}S_p(\omega) &= E[|\delta S_1(\omega) + \delta S_2(\omega)|^2] \\ &= \frac{2(\omega^2 + A^2) \cdot D_{SS} - 2 \cdot A \cdot D \cdot D_{SN} + 2 \cdot D^2 \cdot D_{NN}}{(B \cdot D - A \cdot C + \omega^2)^2 + \omega^2 \cdot (A + C)^2}.\end{aligned}\quad (23)$$

## 2.2 LD 的等效输入本征噪声功率谱

由 2.1 节可见, LD 是一个非线性器件, 其动态特性与噪声特性可用随机速率方程(1)、(2)式来描述; 在某一个直流工作点  $(N_0, S_0, I_0)$  上, 在小信号工作的情况下, 它可以由线性的随机速率方程(11)、(12)式描述, 因而可把它视为线性器件, 如图 1。C. Harder 曾经得出了图 1 方框内包含 LD 本征噪声的小信号模型<sup>[6]</sup>。

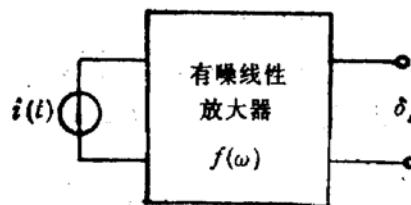


图 1 LD 小信号工作时线性电路模型示意图

由(17)式可见, 由  $F_s(t)、F_N(t)$  引起的  $\delta S(t)$  的频域表达式分别为  $\delta S_1(\omega)、\delta S_2(\omega)$ , 根据放大器等效输入噪声电流的概念, 将  $\delta S_1(\omega)$  与  $\delta S_2(\omega)$  等效到图 1 的输入端, 则有:

$$\delta S_{1i}(\omega) = \frac{\delta S_1(\omega)}{f(\omega)} = \frac{-(A - j\omega)}{D/\alpha} \cdot F_s(\omega), \quad (24)$$

$$\delta S_{2i}(\omega) = \delta S_2(\omega)/f(\omega) = \alpha \cdot F_N(\omega). \quad (25)$$

得到  $F_s(t)、F_N(t)$  的等效输入噪声功率谱:

$$S_{p1}(\omega) = E[|\delta S_{1i}(\omega)|]^2 = \frac{\omega^2 + A^2}{D^2/\alpha^2} \cdot 2 \cdot D_{ss}, \quad (26)$$

$$S_{p2}(\omega) = E[|\delta S_{2i}(\omega)|]^2 = \alpha^2 \cdot 2 \cdot D_{NN}. \quad (27)$$

因而得到由 LD 中的本征噪声引起的总等效输入噪声  $n_i(t)$  功率谱  $S_{pi}(\omega)$ :

$$\begin{aligned} S_{pi}(\omega) &= E[|S_{p1}(\omega) + S_{p2}(\omega)|^2] \\ &= \frac{2(\omega^2 + A^2) \cdot D_{ss} - 2 \cdot A \cdot D \cdot D_{SN} + 2 \cdot D^2 \cdot D_{NN}}{D^2/\alpha^2} \\ &= u^2 + \omega^2 v, \end{aligned} \quad (28)$$

其中:

$$u = 2 \cdot \alpha^2 \cdot D_{ss} \cdot A^2/D^2 + 2 \cdot \alpha^2 \cdot D_{NN} - 2 \cdot \alpha^2 \cdot A \cdot D_{SN}/D, \quad (29)$$

$$v = 2 \cdot \alpha^2 \cdot D_{ss}/D^2. \quad (30)$$

而且

$$S_{pi}(\omega) = S_p(\omega)/|f(\omega)|^2. \quad (31)$$

因而 LD 的本征噪声可以用一个与注入信号电流并联的噪声电流源  $n_i$  表示,  $n_i$  的功率谱为  $S_{pi}(\omega)$ 。如果驱动级的等效输出噪声电流或信号电流源的源电阻噪声电流用  $n_d$  表示, 那么, 考虑了驱动电路的噪声和 LD 的本征噪声的 LD 小信号等效电路可用图 2 表示, 图中虚线框内为 Katz 的 LD 小信号模型<sup>[6]</sup>。

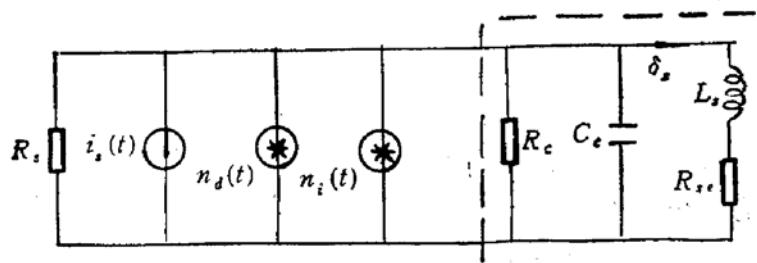


图 2 含驱动电路噪声源的 LD 小信号噪声电路模型

### 2.3 LD 等效输入本征噪声的 SPICE 电路模型及模型参数的确定

这里, 我们选用 SPICE 进行分析。

为了能够利用 SPICE 算出等效输入噪声  $n_i(t)$  的功率谱, 这里采用电阻热噪声通过一个线性网络的形式来模拟  $n_i(t)$  的特性, 如图 3。

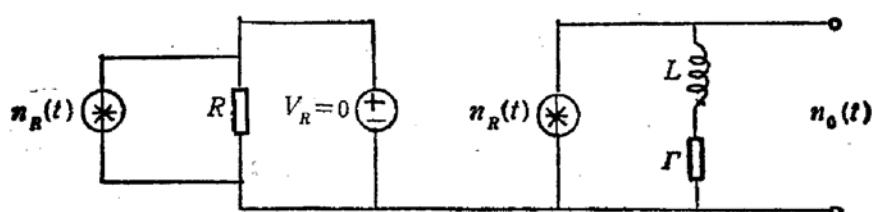


图 3 LD 等效输入噪声的 SPICE 模型

$n_R(t)$  为  $R$  的热噪声, 其功率谱为  $\bar{i}_R^2/W = 4kT/R$ , 其中,  $T$  为绝对温度,  $k$  为玻尔兹曼常数,  $W$  为带宽。

设  $n_0(t)$  的功率谱为  $S_{p0}(\omega)$ , 那么,

$$S_{p0}(\omega) = 4kT \cdot r^2/R + (4kT \cdot L^2/R) \cdot \omega^2 + 4kTr, \quad (32)$$

其中  $4kT \cdot r$  是  $r$  的热噪声电压的功率谱。

若取  $r \gg R$ , 那么:

$$S_{p0}(\omega) = 4kT \cdot r/R + (4kT \cdot L^2/R) \cdot \omega^2. \quad (33)$$

令

$$S_{p0}(\omega) = S_p(\omega) = u + v \cdot \omega^2, \quad (34)$$

又设

$$r = 10R, \quad (35)$$

则可以确定:

$$R = u/(400kT), \quad (36)$$

$$r = u/(40kT), \quad (37)$$

$$L = \sqrt{u \cdot v}/(40kT). \quad (38)$$

利用图 3 和式(36)、(37)、(38), 可以通过 SPICE 算出 LD 的等效输入本征噪声功率谱。其中,  $R$ 、 $r$ 、 $L$  与 LD 的稳态特性有关, 现在, 通过 Tucker 的大信号电路模型来确定这三个参量。

利用(1)、(2)式, 令:

$$I_{sp0n} = \alpha \cdot N/\tau_n = I_s \cdot \exp(qV_i/(\eta kT)), \quad (39)$$

$$I_{stim} = g_0(N - N_{om}) \cdot (1 - \varepsilon S) \cdot S, \quad (40)$$

$$S = S_n \cdot S', \quad (41)$$

$$C_{ph} = \alpha \cdot S_n, \quad (42)$$

$$R_{ph} = \tau_p/(\alpha \cdot S_n), \quad (43)$$

其中:  $I_{sp0n}$ 、 $I_{stim}$  分别表示 LD 的有源区中的自发复合电流和受激发射电流;  $I_s$ 、 $V_i$  分别为异质结饱和电流和结电压;  $\eta$  是异质结注入系数;  $S_n$  是为防止数值分析结果溢出而设的常数。那么可以得到 Tucker 的大信号电路模型<sup>[9]</sup>, (忽略了 Langevin 噪声), 如图 4。

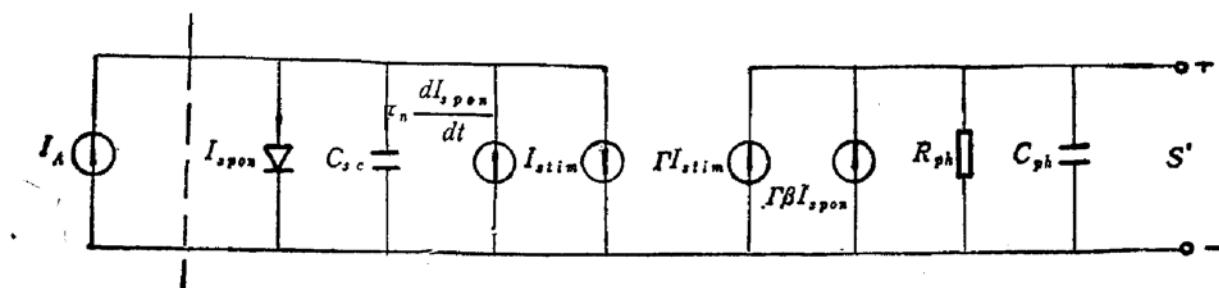


图 4 Tucker 的 LD 大信号等效电路模型

当 LD 处于稳态时, 设  $I_{sp0n}^0$ 、 $I_{stim}^0$ 、 $S'_0$ 、 $I_0$  分别对应  $I_{sp0n}$ 、 $I_{stim}$ 、 $S'$ 、 $I_A$  的直流稳态值。根据(39)–(41)式以及(13)–(16)式和(5)–(7)式, 可得:

$$A = \frac{I_{stim}^0}{I_{sp0n}^0 \cdot \tau_n / \alpha - N_{om}} - 1/\tau_n, \quad (44)$$

$$B = \frac{I_{stim}^0}{S'_0 \cdot S_n} - \frac{I_{stim}^0 \cdot \varepsilon}{1 - \varepsilon \cdot S'_0 \cdot S_n} = I_{stim}^0 \cdot \frac{1 - 2\varepsilon S'_0 \cdot S_n}{S'_0 \cdot S_n (1 - \varepsilon S'_0 \cdot S_n)}, \quad (45)$$

$$C = \Gamma \cdot B - 1/\tau_p, \quad (46)$$

$$D = \Gamma \cdot \beta / \tau_n + \frac{\Gamma \cdot I_{sim}^0}{I_{pon}^0 \cdot \tau_n / \alpha - N_{on}}, \quad (47)$$

$$D_{ss} = (\beta / \alpha) \cdot S'_0 \cdot S_n \cdot I_{pon}, \quad (48)$$

$$D_{SN} = -D_{ss}, \quad (49)$$

$$D_{NN} = D_{ss} + I_{pon} / (\alpha \cdot V). \quad (50)$$

根据上述(44)–(50)式以及(29)、(30)式和(36)–(38)式, 将参数  $A, B, C, D_{ss}, D_{SN}, D_{NN}$  视作为受到大信号等效电路中的  $I_{sim}^0$  与  $I_{pon}^0$  控制的受控源; 又视参数  $u, v$  为受到受控源  $A, B, C, D_{ss}, D_{SN}, D_{NN}$  控制的受控源; 参数  $R, r, L$  则是受到受控源  $u, v$  控制的受控无源器件, 就可以用 SPICE 在 LD 大信号电路模型的基础上, 确定出与注入电流  $I_0$  相关的  $R, r, L$  的值。

## 2.4 LD 的相对强度噪声 RIN 的计算

LD 的等效输入噪声电路模型以及大信号等效电路模型(分别为图 3 和图 4)构成用 SPICE 分析 LD 的本征噪声功率谱的基础。首先在注入电流  $I_A = I_0$  时, 利用 SPICE 对图 4 进行稳态分析, 确定  $I_{pon}^0, I_{sim}^0, S'_0$ , 同时可以确定图 3 中的参量  $R, r, L$ ; 然后, 利用 SPICE 对图 4 进行小信号分析, 可以求出 LD 的小信号频率响应  $f(\omega)$ , 同时对图 3 进行小信号噪声分析, 可以求出 LD 的等效输入噪声功率谱  $S_{pi}(\omega)$ 。于是, 利用式(31)可以求出 LD 的强度噪声功率谱:

$$S_p(\omega) = |f(\omega)|^2 \cdot S_{pi}(\omega) \quad (51)$$

和 LD 的相对强度噪声:

$$RIN = S_p(\omega) / (V \cdot S_0)^2 = S_p(\omega) / (V \cdot S' \cdot S_n)^2. \quad (52)$$

## 3 计算机分析结果与讨论

对一个典型的  $1.3\mu\text{m}$  InGaAsP 单模激光器的噪声特性用 SPICE 软件进行了分析计算, Tucker 的 LD 大信号模型参数取自[9]。图 5、图 6 和图 7 分别表示 LD 的等效输入噪声功率谱  $S_{pi}(\omega)$ 、LD 小信号频率响应  $f(\omega)$  和 LD 的相对强度噪声谱  $RIN$ , 图 8 表示  $f = 1\text{GHz}$  时  $RIN$  随偏置的变化曲线。

由图 7 可见,  $RIN$  在 LD 的驰豫振荡频率处出现峰值。设  $\xi = I/I_{th} - 1$ , 由图 8 可见, 当  $10^{-2} < \xi < 1$  时,  $RIN$  以  $\xi^{-3}$  的速率随  $\xi$  的增加而下降; 而当  $\xi > 1$  时,  $RIN$  的下降速率变成  $\xi^{-1}$ , 这个特性与 Yamamoto 噪声理论<sup>[8,10]</sup>一致。SPICE 计算的结果有力地证明了方法的正确性。

LD 等效输入噪声功率谱密度  $S_{pi}(f)$ (见图 5)以  $\omega^2$  的速率随  $\omega$  增长。当  $f > 0.1\text{GHz}$  时,  $S_{pi}(f)$  大于  $-80\text{dB/Hz}$ , 远大于一般的 LD 电驱动电路的等效输出噪声电流  $n_d(t)$  的功率谱密度。因而由图 2 可以推知, 在高速调制的 LD 光发射机中, LD 的量子噪声是 LD 强度噪声的主要来源, 驱动电路的噪声可以忽略不计; 当  $f$  减小,  $S_{pi}(f)$  下降, LD 电驱动电路的噪声对  $RIN$  的影响将相对增强。

由于本方法是建立在 R. S. Tucker 的引入了增益压缩因子  $\epsilon$  的非线性电路模型的基础之上, 因而同时还可以分析 LD 的调制特性、非线性特性; 而且考虑到了增益压缩的

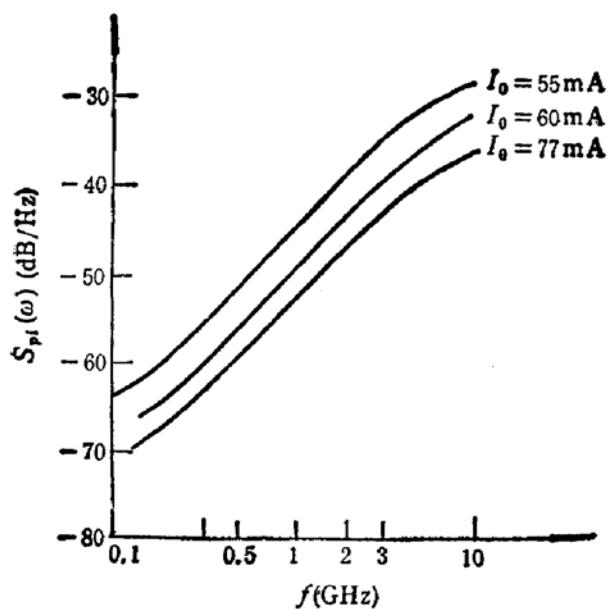


图 5 LD 等效输入噪声功率谱

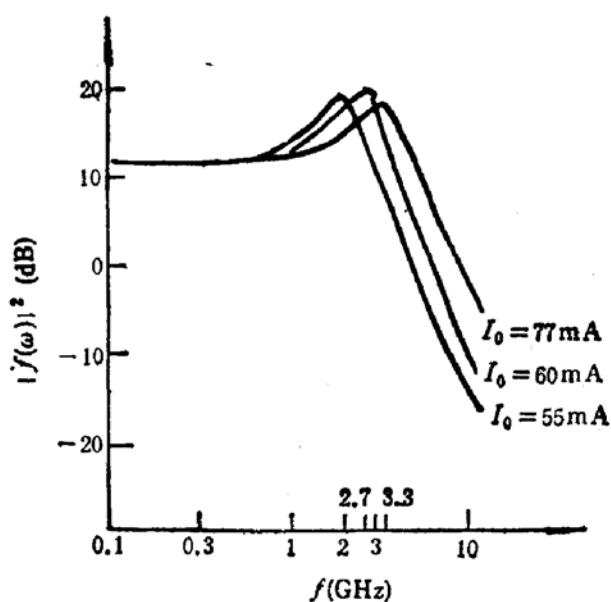


图 6 LD 的小信号频率响应幅值平方

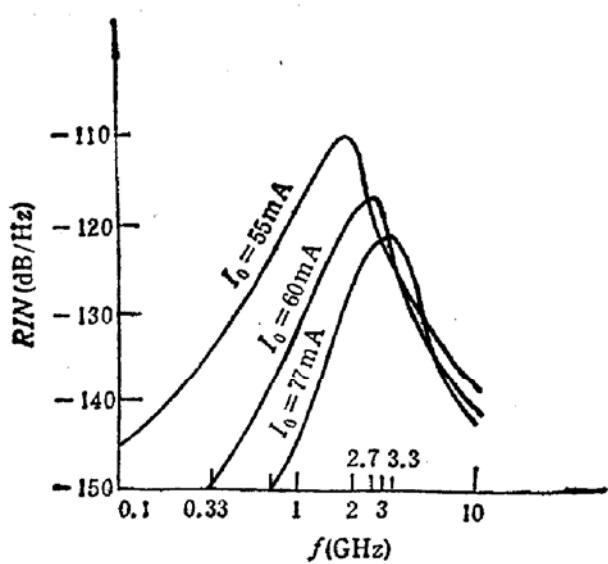


图 7 LD 的相对强度噪声谱 RIN

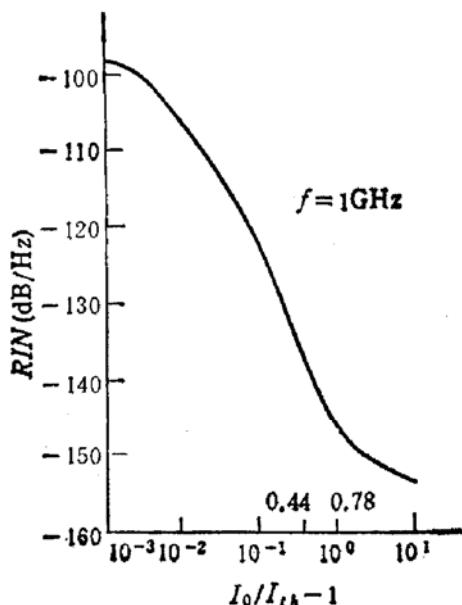


图 8 LD 相对强度噪声 RIN 随偏置的变化曲线

影响，分析本身比 C. Harder 更全面、更完善。另外，这个方法特别适合于分析 LD 的漏电流以及光纤端口反射光对其噪声特性的影响，只要适当修正 R. S. Tucker 的 LD 模型即可，目前，这些工作正在进行中。

#### 4 结论

本文在分析半导体激光器的噪声特性时，引入电子放大器的噪声处理方法，提出了 LD 的等效输入噪声的概念，然后在 R. S. Tucker 的 LD 大信号电路模型的基础上，建立了 LD 的噪声等效电路模型，这个模型使 LD 的相对强度噪声的分析可以完全由电路分析软件如 SPICE 完成，不需任何专门分析软件。对一个典型的激光器的噪声分析结

果有力地证明了方法的正确性。

### 参 考 文 献

- [1] R. S. Tucker, IEE Proceedings-I, 1981, 128: 180.
- [2] 李维旦, 严志新, 王晨, 潘慧珍, 电子学报, 1989, 17(2): 105.
- [3] Lee, T. P., J. Appl. Phys., 1979, 50:4591.
- [4] J. Katz *et al.*, IEEE J. Quantum Electron., 1981, QE-17:4.
- [5] W. I. Way, J. Lightwave Technology, 1987, LT-5:305.
- [6] C. Harder *et al.*, IEEE J. Quantum Electron., 1982, QE-18(3):333.
- [7] G. Arnold and K. Petermann, Optical and Quantum Electron., 1980, 12:207.
- [8] G. P. Agrawal, Long-wavelength Semiconductor Lasers, Chapter 6, New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1986, 221—286.
- [9] R. S. Tucker *et al.*, J. Lightwave Technol., 1984, LT-2:385.
- [10] Y. Yamamoto, IEEE J. Quantum Electron., 1983, QE-19(1):47.

## Circuit Modelling of Noise Characteristics of Semiconductor Laser Diode

Ren Xingen, Xu Guoping and Dong Tianlin

(Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430037)

**Abstract** The method used to analyze the noise of electrical amplifier is applied to analyze the intrinsic noise of semiconductor laser diode (LD). A noise equivalent circuit is established based on the LD large signal circuit model developed by R. S. Tucker. The equivalent circuit model allows a straightforward calculation of the relative intensity noise using circuit analysis programme.

**EEACC:** 4320J, 2560B, 6140, 1130B