

外腔半导体激光器小信号调制性能的理论分析

李 龙 勤

(邮电部武汉邮电科学研究院, 武汉市)

杨 恩 泽

(天津大学电子系)

1989年6月9日收到

本文从速率方程出发, 考虑光反馈的相位和载流子引起的折射率变化的影响, 研究了外腔半导体激光器的小信号强度调制性能和频率扫动性能。

主题词 外腔半导体激光器, 强度调制性能, 频率扫动

一、引言

外部光反馈对改善半导体激光器的性能有很大作用。它能够对多模激光器进行选模, 实现单模运转和大范围频率调谐^[1], 并能压缩线宽, 抑制频率抖动^[2]。在过去几年中, 人们对它进行了一系列研究, 并在此基础上研制成功了 DFB 和 C³ 等性能优良的动态单纵模激光器, 为实现长距离, 大容量的光通信系统创造了条件。

已往的文献主要集中在对外腔半导体激光器静态特性的分析上。至今还没有看到在考虑反馈相位和载流子引起的折射率变化 (Carrier-induced index variation) 的情况下对外腔半导体激光器动态特性的完整理论分析。

本文考虑了光反馈相位和载流子引起的折射率变化的影响, 系统地分析了外腔半导体激光器的小信号强度调制性能和频率扫动, 得到了一些重要结论。

二、理论分析

我们从复合腔理论的电场方程^[3]出发, 分离光场的强度和相位并考虑载流子引起的折射率变化^[4], 做适当的等量变换, 可以推出外腔半导体激光器的单模速率方程为:

$$\begin{cases} \frac{ds(t)}{dt} = \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] s(t) + \beta \frac{N(t)}{\tau_s} + 2K[s(t)s(t-\tau)]^{\frac{1}{2}} \cos \Delta(t) \\ \frac{d\phi(t)}{dt} = -Q + \omega_0 + \frac{1}{2} \alpha \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] - \frac{K}{a} \sqrt{\frac{s(t-\tau)}{s(t)}} \sin \Delta(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{N(t)}{\tau_p} - G(N)s(t) + \frac{J(t)}{ed}$$

其中 $s(t)$ 为光子密度, $N(t)$ 为载流子密度, $\phi(t)$ 为光场相位, $G(N)$ 为增益系数, τ_p 为光子寿命, $J(t)$ 为注入电流密度, τ_s 为载流子寿命, e 为电子电量, d 为有源区厚度, a 为与载流子引起的折射率变化相应的线宽增强因子, α 为相速与群速之比, Ω 为激光振荡频率, ω_0 为无光反馈时本征腔的振荡频率, β 为自发发射系数, 且:

$$\begin{cases} \Delta(t) = \Omega t + \phi_m + \phi(t) - \phi(t - \tau) \\ K = \rho/\tau_s \end{cases} \quad (2)$$

ϕ_m 为光反馈元件产生的相变, τ 为反馈延迟, τ_s 为光在内腔中传播一周所需的时间, ρ 为反馈率。

我们假定激光器偏置在阈值以上, 且调制后最低电流值也略高于阈值, 则在整个调制过程中受激发射总是占主导地位。从而我们可以忽略(1)中含 β 的项。

令

$$\begin{cases} J(t) = \bar{J} + \Delta J e^{j\omega t} \\ N(t) = \bar{N} + \Delta N e^{j\omega t} \\ s(t) = \bar{s} + \Delta s e^{j\omega t} \\ \phi(t) = \bar{\phi} + \Delta \phi e^{j\omega t} \end{cases} \quad (3)$$

且设 $|\Delta J| \ll \bar{J}$, $|\Delta N| \ll \bar{N}$, $|\Delta s| \ll \bar{s}$, $|\Delta \phi| \ll \bar{\phi}$ (小信号近似条件) 及

$$G(N) = G(\bar{N}) + G_N \Delta N e^{j\omega t} \quad (4)$$

其中 \bar{X} 为稳态值, ΔX 为小信号微扰幅度, G_N 为 $G(N)$ 对 N 的导数。将(3)和(4)代入(1), 并利用小信号近似条件, 可以分离出稳态及小信号动态方程, 求解小信号方程并利用稳态方程和近似式 $1 - e^{-j\omega t} \approx j\omega t^*$, 可得:

$$\frac{\Delta s}{\Delta J/ed} = \frac{1}{T(j\omega)} \left(1 + \frac{a_1}{a} - b_1 \alpha \right) G_N \bar{s} \quad (5)$$

$$\frac{\Delta \Omega}{\Delta J/ed} = \frac{1}{T(j\omega)} [j\omega(a\alpha(1 + a_1) + b_1) G_N / 2] \quad (6)$$

其中

$$T(j\omega) = (j\omega)^2 \left[(1 + a_1) \left(1 + \frac{a_1}{a} \right) + b_1^2 \right] + j\omega \left[(1 + a_1) \left(1 + \frac{a_1}{a} \right) + b_1^2 \right] \cdot \left(\frac{1}{\tau_s} + G_N \bar{s} \right) + \left(1 + \frac{a_1}{a} - b_1 \alpha \right) G_N \bar{s} G(\bar{N})$$

且 $\Delta \Omega = j\omega \Delta \phi$, $a_1 = K\tau \cos \bar{\phi}$, $b_1 = K\tau \sin \bar{\phi}$, $\bar{\phi} = \Omega t + \phi_m$ 。

由(5)和(6), 我们可以分析光反馈对小信号强度调制特性(由 $\Delta s/\Delta J/ed$ 表征) 和频率扫动(由 $\Delta \Omega/\Delta J/ed$ 表征) 的影响。

(1) 强度调制性能

由(5), 利用稳态方程 $G(\bar{N}) = \frac{1}{\tau_p} - 2K \cos \bar{\phi}$, 并为简单起见设 $a = 1$, 我们可以

* 为满足此条件, 在 τ 一定时, ω 必须在小于某一值的范围内使 $\omega\tau \ll 1$ 。对于中等腔长 $L = 5\text{mm}$, 则 $\omega \leq 2 \times 10^{10}$ 的范围内均能满足要求。

导出外腔半导体激光器的小信号调制响应幅度 $H(\omega)$ 与调制频率 ω 的关系如下式所示：

$$H(\omega) = \left| \frac{\Delta S}{\Delta I / ed} \right| = \frac{G_N \bar{S}}{\sqrt{\left[\left(\frac{1}{\tau_p} - 2K \cos \phi \right) G_N \bar{S} - Q \omega^2 \right]^2 + \omega^2 Q^2 \left(\frac{1}{\tau_p} + G_N \bar{S} \right)^2}} \quad (7)$$

其中反馈带来的因子

$$Q = \frac{1 + (K\tau)^2 + 2K\tau \cos \phi}{1 + K\tau \cos \phi - \alpha K\tau \sin \phi} \quad (8)$$

显然，无反馈时 $K\tau = 0$, $Q = 1$. (7) 代表的曲线形状如图 1 所示。

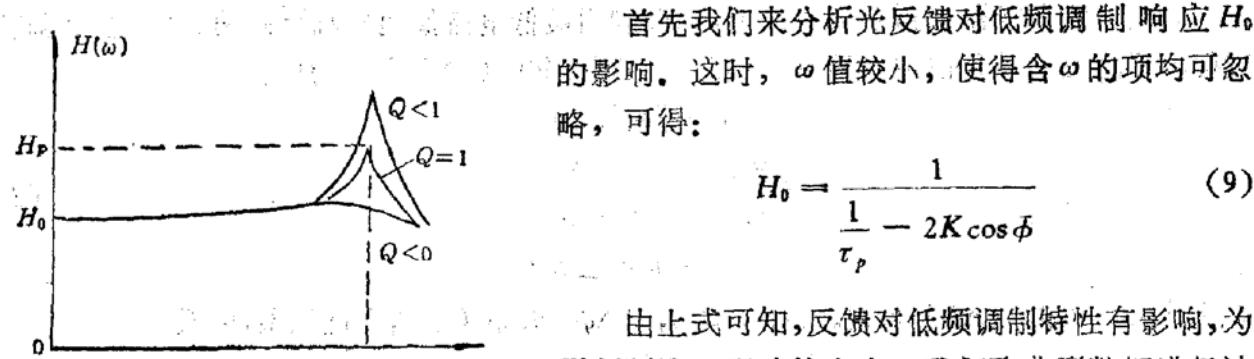


图 1 强度调制响应与调制频率的关系曲线

首先我们来分析光反馈对低频调制响应 H_0 的影响。这时， ω 值较小，使得含 ω 的项均可忽略，可得：

$$H_0 = \frac{1}{\frac{1}{\tau_p} - 2K \cos \phi} \quad (9)$$

由上式可知，反馈对低频调制特性有影响，为了判断这一影响的大小，我们取典型数据进行计算。设介质损耗系数 $\alpha_0 = 4000 \text{ m}^{-1}$, $l = 300 \mu\text{m}$, $R_1 = R_2 = 32\%$, 利用 $\tau_p = \tau_i / (2\alpha_0 l + \ln \frac{1}{R_1 R_2})$, 不难算出，当反馈率 ρ 高达 30% 时，仍有 $\frac{1}{\tau_p} \gg 2K \cos \phi$ 成立。这时 H_0 的变化仅为 0.56dB。因此，光反馈对激光器低频调制性能的影响可以忽略。

下面我们对有光反馈情况下的张驰振荡和调制带宽加以分析。

由(7)和图 1 可得，当 $Q > 0$ 时，激光器的调制响应存在张驰振荡峰。由(7)易得，张驰振荡频率 ω_p 及张驰峰 H_p 满足

$$\begin{cases} \omega_p = \omega_{p_0} / \sqrt{Q} \\ H_p = H_{p_0} / \sqrt{Q} \end{cases} \quad (10)$$

其中 ω_{p_0} 和 H_{p_0} 为无光反馈的张驰频率及张驰峰。显然，由(10), $Q > 1$ 时，张驰频率下降，张驰峰降低。由于 H_p 的大小对应于时域中张驰振荡包络衰减的时间常数，所以，张驰振荡变慢，而其衰减加快。张驰振荡被抑制。 $Q < 1$ 的情况正相反。

3dB 带宽 ω_B 的表达式也可以从(7)中推出。在 ω_{p_0} 较大，使得 $2\omega_p^2 \gg \left(\frac{1}{\tau_p} + G_N \bar{S} \right)^2$

(从下面的数例知，该条件通常容易满足)时，可以近似得出：

$$\omega_B = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{Q}} \omega_{p_0} \quad (11)$$

与(10)比较，易见，抑制张驰振荡必然使带宽变窄。所以在 $Q > 1$ 的情况下，抑制

张驰振荡必须根据实际情况与带宽的要求结合起来考虑。

值得注意的是 $Q < 0$ 的情况。这时由(7)和图 1 知, 张驰振荡完全消失。在同前的假设下, 我们得出 3dB 带宽

$$\omega_B = \frac{1}{\sqrt{|Q|}} \omega_{p_0} \quad (12)$$

显然, 这时的带宽 ω_B 不一定小于无反馈时的带宽 $\sqrt{3} \omega_{p_0}$ (参看(11))。实际上, 当 $|Q| < \frac{1}{3}$, 即 $Q > -\frac{1}{3}$ 时, 带宽反而比无反馈时要宽。外部光反馈能完全消除张驰振荡, 并能同时展宽调制带宽。无疑这是最有利的工作状态。

上述分析结果综合于表 1 中。

表 1 调制性能与 Q 的关系

$1/Q$	$\frac{1}{Q} < -3$	$-3 < \frac{1}{Q} < 0$	$0 < \frac{1}{Q} < 1$	$1 < \frac{1}{Q} < 3$	$\frac{1}{Q} > 3$
张驰振荡	完全抑制	完全抑制	受抑制	加强	加强
调制带宽	增加	减小	减小	减小	增加

表 2 给出了一个数例。所取参数为: 阈值电流 $I_{th} = 20\text{mA}$, 激光器有源区尺寸 $4 \times 300 \times 0.8\mu\text{m}^3$, $G_N = 2 \times 10^{-12}\text{m}^3/\text{s}$, $\tau_p = 5 \times 10^{-12}\text{s}$, $\tau_s = 2 \times 10^{-9}\text{s}$ 。由稳态方程易得 $S = 6.525 \times 10^{18}/\text{m}^3$ 。从而 $\omega_{p_0} = 5 \times 10^9\text{s}^{-1}$, $H_0 = \tau_p = 5 \times 10^{-12}\text{s}$ 。不难验证 $2\omega_p^2 \gg \left(\frac{1}{\tau_s} + G_N S\right)^2$ 成立。

表 2 数例计算

$1/Q$	-5	-2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1	2	5
$\omega_p(10^9/\text{s})$	1	1	1	1	1	1.58	2.24	3.54	5	7.07	11.2
$H_p(10^{-9}\text{s})$	1	1	1	1	1	0.013	0.018	0.028	0.04	0.057	0.09
$\omega_B(10^{-9}/\text{s})$	11.2	7.06	3.52	2.21	1.35	2.68	3.84	6.10	8.64	12.2	19.4

我们对腔长 $L = 5\text{mm}$, 反馈率为 5%, 10%, 30% 情况下 Q 与反馈相位 ϕ 的关系曲线进行了计算, 结果示于图 2 中。计算中设波导折射率 n 为 3.7, 线宽增强因子为 5.4。图中还画出了 $K\tau = 4.053$ 的曲线。可以看出, 在 $K\tau = 1$ 附近, $1/Q$ 随 ϕ 有较大范围的变化。在反馈率为 30% ($K\tau = 1.351$) 时, 表 2 中所列各种情况均可通过调整反馈相位得到, 满足 $1/Q < -3$ 的相位区域在 110° — 170° 之间。当 $K\tau \ll 1$ 时, $1/Q$ 曲线在 1 附近变化。而当 $K\tau \gg 1$ 时, $1/Q$ 曲线在 0 附近变化。在这两种情况下均有 $1/Q > -3$ 成立, 所以不再有能抑制张驰振荡并同时展宽频带的工作状态。

(2) 频率扫动性能

由(6), 利用稳态方程 $G(\bar{N}) = \frac{1}{\tau_p} - 2K \cos \phi$ 及 $\frac{1}{\tau_p} \gg 2K \cos \phi$ (参看对(9)的讨

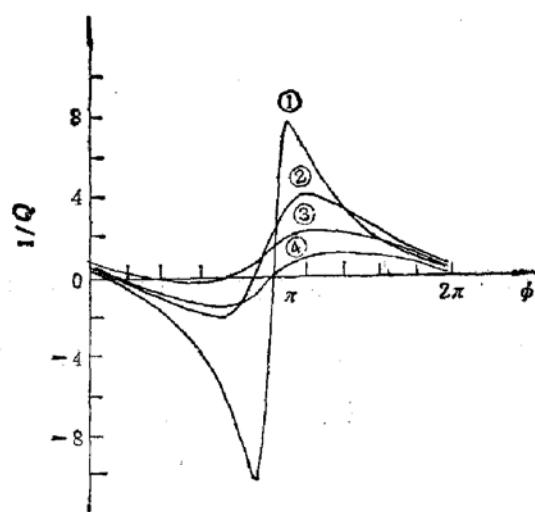


图 2. $1/Q$ 与反馈相位 ϕ 的关系曲线 ($\eta = 3.7$, $\alpha = 5.4$)
 ① $K_r = 1.351$ ($\rho = 30\%$) ② $K_r = 0.450$ ($\rho = 10\%$)
 ③ $K_r = 0.225$ ($\rho = 5\%$) ④ $K_r = 4.053$

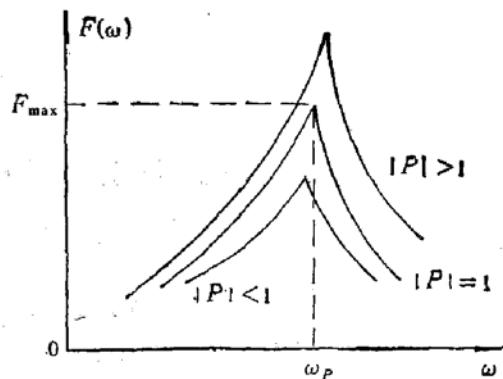


图 3. 频率扫动与调制频率的关系曲线

论), 不难导出, 频率扫动的幅度 $F(\omega)$ 与调制频率 ω 有如下关系:

$$F(\omega) = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta J/ed} \right| = |P| \frac{\omega \alpha G_N / 2}{\sqrt{\left(\frac{1}{\tau_p} G_N S \frac{1}{Q} - \omega^2 \right)^2 + \omega^2 \left(\frac{1}{\tau_s} + G_N S \right)^2}} \quad (13)$$

其中 Q 定义同前,

$$P = \frac{1 + K\tau \cos \phi + K\tau \sin \phi / \alpha}{1 + (K\tau)^2 + 2K\tau \cos \phi} \quad (14)$$

为光反馈带来的附加因子。无光反馈时, $K = 0$, $P = 1$. (13) 代表的曲线形状如图 3 所示。其峰值频率与张驰频率 ω_p 相同。

在峰值频率 ω_p 处, 有最大频率扫动:

$$F_{\max} = |P| \frac{\alpha G_N}{2 \left(\frac{1}{\tau_s} + G_N S \right)} \quad (15)$$

在 $\omega \gg \omega_p$ 处, 忽略分母中不含 ω 的项, 有:

$$F_H(\omega) = |P| \frac{\alpha G_N}{2 \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{1}{\tau_s} + G_N S \right)^2}} \quad (16)$$

因此, 在调制频率 ω 较高的区域, 有光反馈时的频率扫动幅度等于无光反馈时的频率扫动幅度倍乘 $|P|$. 显然, 当 $|P| > 1$ 时, 光反馈加强高频扫动, 当 $|P| < 1$ 时, 光反馈抑制高频扫动。

在 $\omega \ll \omega_p$ 的低频区, 分母中的 ω 项可忽略, 频率扫动为:

$$F_L(\omega) = |PQ| \frac{\omega \alpha}{2S/\tau_p} \quad (17)$$

其中反馈倍乘因子

$$|PQ| = \frac{1 + K\tau \cos \bar{\phi} + K\tau \sin \bar{\phi}/\alpha}{1 + K\tau \cos \bar{\phi} - \alpha K\tau \sin \bar{\phi}} \quad (18)$$

无光反馈时, $|PQ| = 1$, 所以当 $|PQ| > 1$ 时, 光反馈加强低频扫动, 反之, 若 $|PQ| < 1$, 则光反馈抑制低频扫动。

在强度调制时, 对高、低频频率扫动都要尽可能抑制。由于低频扫动较小, 所以我们在调整反馈相位时只要避开 PQ 的极点即可, 无需考虑对它的最佳压缩。一般在实践中主要使 $|P|$ 尽可能小, 所以外腔工作状态应选在 $|P| = 0$ 附近。数例计算将表明, $|P|$ 的零点与 PQ 的极点是错开的。在 $|P|$ 的零点附近 PQ 的值实际上也不大。因此, 抑制高频频扫动并不会严重恶化低频扫动。

我们仍采用前面数例的参数计算了 $\rho = 5\%、10\%、30\%$ 及 $K\tau = 4.053$ 时的 P 值, 示于图 4 中。由图中看出, 在 $K\tau < 1$ 时, P 没有零点, 且 $|P| > \frac{1}{2}$, 因此几乎无改善作用。在 $K\tau > 1$ 时, $|P|$ 出现零点, 但在两个零点之间有一负的极值。 $K\tau$ 在 1 附近时, 该极值绝对值较大, 使 $|P|$ 在零点附近变化剧烈, 随着 $K\tau$ 的增大, 两零点拉开, 极值绝对值减小。当 $K\tau = 4.053$ 时, 在 $0-360^\circ$ 全范围内均有 $|P| < 0.5$ 成立。这时在零点附近 P 值变化缓慢, 容易获得对扫动的最佳抑制。因此, $K\tau$ 越大, 对抑制频率扫动越有利。

在对半导体激光器进行直接频率调制时, 要利用它的频率扫动性能。这时, 通过选择合适的反馈相位和反馈幅度控制 P 和 PQ 的值, 可以适当提高低频扫动, 抑制高频扫动, 得到较平坦的调制响应与调制频率关系曲线。

与图 2 综合起来考虑知, 在进行小信号强度调制时, 恰当的反馈条件应当是 $K\tau$ 略大于 1, 且反馈相位 $\bar{\phi}$ 在 P 的第一个零点处。这时频率扫动被抑制, 也没有张驰振荡, 同时调制带宽也得到展宽。

图 5 给出了线宽抑制因子的倒数

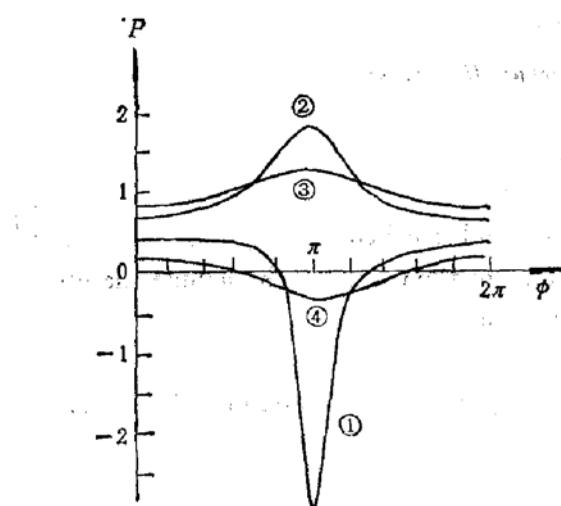


图 4 P 与 $\bar{\phi}$ 的关系 ($\eta = 3.7$)

- ① $K\tau = 1.351 (\rho = 30\%)$
- ② $K\tau = 0.45 (\rho = 10\%)$
- ③ $K\tau = 0.225 (\rho = 5\%)$
- ④ $K\tau = 4.035$

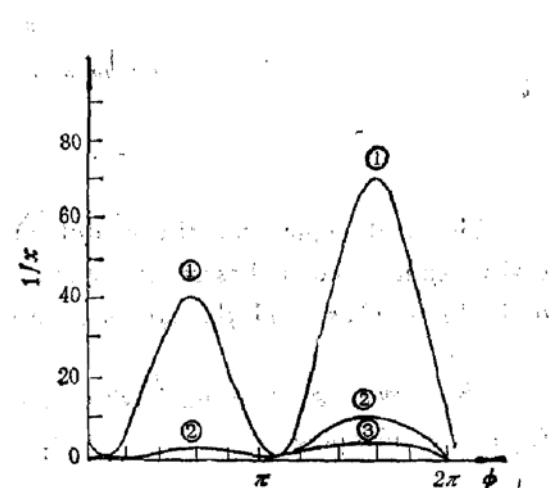


图 5 $1/X$ 与反馈相位 $\bar{\phi}$ 的关系曲线

- ① $K\tau = 1.351 (\rho = 30\%)$
- ② $K\tau = 0.45 (\rho = 10\%)$
- ③ $K\tau = 0.225 (\rho = 5\%)$

$$1/X = (1 + K\tau \cos \phi - \alpha K\tau \sin \phi)^2 \quad (19)$$

与反馈相位的关系曲线^[4]。可见在上述工作状态下，线宽也受到一定的压缩。因此这种工作条件是比较理想的。这与前人在没有考虑反馈相位和 α 的情况下分析的同相反馈状态有较大区别。

需要指出的是，本文的结果不仅完全适用于现有的实用化外腔半导体激光器，而且对分析 DFB 和 C³ 激光器的调制性能也有一定参考价值。

三、结 论

外腔可以改善半导体激光器的动态强度调制性能。它在基本上不影响低频调制响应的情况下，可以抑制或消除张驰振荡及频率扫动。在适当的工作条件下能同时展宽频带和压缩线宽。考虑反馈相位和载流子引起的折射率变化与否对分析结果有重要影响。

参 考 文 献

- [1] 徐承材、许知止、周炳琨,中国激光, 11(2), 83(1984).
- [2] Lew Goldberg, Henry F. Taylor, Anthony Dandridge, Joseph F. Weller and Ronald O. Miles, *IEEE. J. Quantum Electron*, QE-18, 555 (1982).
- [3] Roy Lang and Kohroh Kobayashi, *IEEE. J. Quantum Electron*, QE-16, 347 (1980).
- [4] Govin P. Agrawal, *IEEE. J. Quantum Electron*, QE-20, 468 (1984).

Theoretical Analysis of Small-Signal Modulation Characteristics of External-Cavity Semiconductor Lasers

Li Longqin

(Wuhan Research Institute of Posts & Telecommunications)

and Yang Enze

(Department of Electronics, Tianjin University)

Abstract

The small-signal intensity modulation performance and frequency chirping of external-cavity semiconductor lasers are studied using the rate equation set, which include the effects of feedback phase and the carrier-induced index variation.

Key words External-cavity semiconductor lasers, intensity modulation characteristics, frequency chirping