

具有 $1/ch^2$ 界面的介质光波导的模方程

马春生 刘式塘

(吉林大学, 长春)

1988年9月23日收到

运用有效折射率法和 WKB 法导出了具有 $1/ch^2$ 界面的介质光波导的近似模方程。实算表明用此模方程可方便迅速地分析和计算这类光波导的传输特性, 并能得到较为精确的结果。

主题词: 集成光学, 光波导, $1/ch^2$ 界面, 模方程, 模有效折射率

引 言

在半导体集成光学中应用的 GaAs/AlGaAs 介质光波导, 通常采用化学刻蚀的方法形成矩形或脊形截面。由于刻蚀界面不够光滑, 因此将引起较大的界面散射损耗。为了克服这一缺点, 可在沟道衬底上依次外延生长 AlGaAs 限制层和 GaAs 波导层形成如图 1 所示的中间厚而两边越来越薄的所谓两端开放式的波导。外延生长的界面一般是非常光滑的, 因此有效地减少了界面散射损耗。由于这种波导的边界条件复杂, 精确地分析其传输特性非常困难。文[1]对这种波导的界面采用了圆弧模拟, 在一定的结构参数条件下对文[2]给出的特征方程进行了简化, 并在大量的运算数据的基础上给出了计算主模有效折射率的经验公式。对于这种波导通常是运用有效折射率法^[3]和 WKB 法^[4]对其光学特性进行近似的数值分析, 具有较高的精度, 但是在分析过程中涉及到数值积分和数值逼近等计算方法, 也还比较繁琐。本文给出一种简捷的分析方法, 首先对其界面采用 $1/ch^2$ 函数进行模拟, 与文[1]的圆弧模拟相比, 此模拟界面更接近波导的真实界面。然后运用有效折射率法将其化成一个具有渐变折射率分布的等效平面光波导, 再应用 WKB 法导出一个近似模方程。与文[1]的经验公式相比, 此模方程脱离了经验公式的范畴, 不仅适用于主模而且同样适用于高阶模的计算, 应用范围较大, 普适性较强, 大大地简化了有效折射率 WKB 法的分析和计算过程, 可方便迅速地计算模传播常数或模有效折射率。对于 SiO₂/GaAs/AlGaAs 波导的实算结果表明本文给出的模方程具有较高的精度。

近似模方程的推导

在图 1 所示的波导结构中, n_1, n_2, n_3 分别为波导层, 下限制层和上包层介质的折射率。其周界曲线 $b(x)$ 可采用下述双曲函数进行数学模拟

$$b(x) = b_0 + \frac{b_1 - b_0}{\text{ch}^2(x/a_0)} \quad (1)$$

其中 b_1 为波导层中心的最大厚度, b_0 为波导层两个开放端的极限厚度, $h = b_1 - b_0$ 称为脊高, 参数 a_0 称为形状因子, 不同的 a_0 对应不同的界面形状. 图 1 中给出了 a_0 的三个不同取值的界面. 对于实际波导而言, 总可以恰当地选择 b_0 , b_1 及 a_0 的值, 对其界面进行准确地模拟. 这种波导可简称为 $1/\text{ch}^2$ 界面波导.

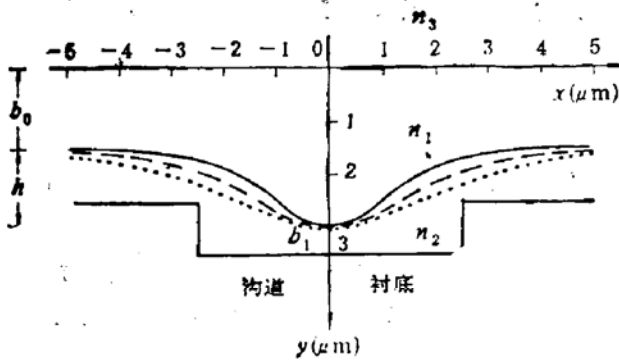


图 1 $1/\text{ch}^2$ 界面波导结构简图

$$b_1 = 3\mu\text{m}, b_0 = 1.5\mu\text{m}.$$

$$\text{--- } a_0/b_1 = 0.5; \text{---} a_0/b_1 = 0.7;$$

$$\cdots a_0/b_1 = 0.9$$

本文仅对 E_{mn}^z 模进行分析. 根据有效折射率法^[3], 图 1 所示的 $1/\text{ch}^2$ 界面波导可化成一个 x 方向具有渐变折射率分布的等效平面光波导, 其折射率分布 $n(x)$ 即为一系列的 y 方向厚度为 $b(x)$, 折射率分布为 n_2, n_1, n_3 的平板波导的

模有效折射率, 并且 $n(x)$ 满足下述平板波导的 TE 模特征方程^[5]

$$k_0[n_1^2 - n^2(x)]^{1/2}b(x) = n\pi + \text{tg}^{-1} \frac{[n^2(x) - n_2^2]^{1/2}}{[n_1^2 - n^2(x)]^{1/2}} + \text{tg}^{-1} \frac{[n^2(x) - n_3^2]^{1/2}}{[n_1^2 - n^2(x)]^{1/2}} \quad (2)$$

式中 $n = 0, 1, 2, \dots$ 为 y 方向模阶数, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 为真空中波数, λ_0 为真空中光波长. 引入量

$$V(x) = k_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}b(x) \quad (3)$$

$$P(x) = \frac{[n_1^2 - n^2(x)]^{1/2}}{(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}} \quad (4)$$

$$Q = \frac{(n_1^2 - n_3^2)^{1/2}}{(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}} \quad (5)$$

可把式(2)简化成

$$V(x)P(x) = (n+1)\pi - \sin^{-1}P(x) - \sin^{-1}QP(x) \quad (6)$$

令 $b(x)$ 足够大以致使 $P(x) \ll 1$, 则式(6)可近似为

$$V(x)P(x) = (n+1)\pi - P(x) - QP(x) \quad (7)$$

由式(7)可解出

$$P(x) = \frac{(n+1)\pi}{1+Q+V(x)} \quad (8)$$

由式(4)(8)可得到

$$n^2(x) = n_1^2 - \frac{(n+1)^2\pi^2(n_1^2 - n_2^2)}{[1+Q+V(x)]^2} \quad (9)$$

把式(1)(3)(5)代入式(9)则可得到 x 方向渐变折射率等效平面光波导的折射率分布 $n(x)$ 满足

$$n^2(x) = n_1^2 - \frac{R^2}{\left(1 - T \text{th}^2 \frac{x}{a_0}\right)^2} \quad (10)$$

式中

$$\begin{cases} R = \frac{(n+1)\pi}{(n_1^2 - n_2^2)^{-1/2} + (n_1^2 - n_2^2)^{-1/2} + k_0 b_1} \\ T = \frac{k_0(b_1 - b_0)}{(n_1^2 - n_2^2)^{-1/2} + (n_1^2 - n_2^2)^{-1/2} + k_0 b_1} \end{cases} \quad (11)$$

根据 WKB 法此 x 方向渐变折射率等效平面光波导的模有效折射率 N 满足下述积分方程^[4]

$$k_0 \int_{-x_0}^{x_0} [n^2(x) - N^2]^{1/2} dx = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (12)$$

式中 $m = 0, 1, 2, \dots$ 为 x 方向模阶数, $\pm x_0$ 为光线的两个拐点的坐标, 满足

$$n^2(\pm x_0) = N^2 \quad (13)$$

当 $n^2(x)$ 由式(10)规定时, 式(12)中的积分不能用初等函数表达, 为此做下述近似表达,

即把 $1/\left(1 - T \text{th}^2 \frac{x}{a_0}\right)^2$ 展成 Taylor 级数只取前两项, 并在第二项上乘以因子 ξ 得

$$\frac{1}{\left(1 - T \text{th}^2 \frac{x}{a_0}\right)^2} \approx 1 + \xi \cdot 2T \text{th}^2 \frac{x}{a_0} \quad (14)$$

因子 ξ 如此选择, 使得式(14)在 $x = x_0$ 处严格相等, 由此得到

$$\xi = \frac{1}{2T \text{th}^2 \frac{x_0}{a_0}} \left[\frac{1}{\left(1 - T \text{th}^2 \frac{x_0}{a_0}\right)^2} - 1 \right] \quad (15)$$

由式(10)(13)可求得

$$T \text{th}^2 \frac{x_0}{a_0} = \frac{(n_1^2 - N^2)^{1/2} - R}{(n_1^2 - N^2)^{1/2}} \quad (16)$$

式(16)代入式(15)则有

$$\xi = \frac{(n_1^2 - N^2)^{1/2} [(n_1^2 - N^2)^{1/2} + R]}{2R^2} \quad (17)$$

式(14)代入式(10) $n^2(x)$ 可表示为

$$n^2(x) = U^2 - V^2 \text{th}^2 \frac{x}{a_0} \quad (18)$$

式中

$$U^2 = n_1^2 - R^2 \quad V^2 = 2R^2 T \xi \quad (19)$$

式(18)代入式(12)得

$$4k_0 \int_0^{x_0} \left(U^2 - N^2 - V^2 \text{th}^2 \frac{x}{a_0} \right)^{1/2} dx = (2m + 1)\pi \quad (20)$$

由式(13)(18)可得

$$U^2 - N^2 = V^2 \text{th}^2 \frac{x_0}{a_0} \quad (21)$$

式(21)代入式(20)得

$$4k_0V \int_0^{x_0} \left(\text{th}^2 \frac{x_0}{a_0} - \text{th}^2 \frac{x}{a_0} \right)^{1/2} dx = (2m+1)\pi \quad (22)$$

引入新积分变量 t 及 t_0

$$t = \text{ch} \frac{x}{a_0} \quad t_0 = \text{ch} \frac{x_0}{a_0} \quad (23)$$

式(22)可变为

$$\frac{4k_0a_0V}{t_0} \int_1^{t_0} \frac{(t_0^2 - t^2)^{1/2}}{t(t^2 - 1)^{1/2}} dt = (2m+1)\pi \quad (24)$$

式(24)积分后得到

$$2k_0a_0V \frac{t_0 - 1}{t_0} = 2m + 1 \quad (25)$$

由式(21)(23)得

$$t_0 = \frac{V}{(V^2 - U^2 + N^2)^{1/2}} \quad (26)$$

式(26)代入式(25)得

$$2k_0a_0[V - (V^2 - U^2 + N^2)^{1/2}] = 2m + 1 \quad (27)$$

利用式(17)(19)可把式(27)写成

$$\begin{aligned} & 2k_0a_0 \{ T(n_1^2 - N^2)^{1/2} [(n_1^2 - N^2)^{1/2} + R] \}^{1/2} \\ & - \{ T(n_1^2 - N^2)^{1/2} [(n_1^2 - N^2)^{1/2} + R] - (n_1^2 - N^2 - R^2)^{1/2} \} \\ & = 2m + 1 \end{aligned} \quad (28)$$

上式即为具有 $1/\text{ch}^2$ 界面的介质波导 E_{mn}^* 模有效折射率 N 满足的模方程, 其中 R, T 由式(11)规定.

实算结果与讨论

作为实例我们用模方程(28)计算了半导体集成光电子电路中应用的具有 $1/\text{ch}^2$ 界面的 $\text{SiO}_2/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ 波导的 E_{mn}^* 模有效折射率 N . 选真空中光波长 $\lambda_0 = 1.06 \mu\text{m}$, 在此波长下, GaAs 波导层折射率 $n_1 = 3.48^{[6]}$, AlGaAs 下限制层折射率 $n_2 = 3.42^{[6]}$, SiO_2 上包层折射率 $n_3 = 1.45$. 有关曲线由图 2, 3 给出.

图 2 给出了 E_{00}^* 模有效折射率 N 随归一化脊高 h/b_1 的变化曲线, 分别选取 $b_1 = 1, 2, 3, 4, 5 \mu\text{m}$, $a_0/b_1 = 0.5, 0.7, 0.9$. 可以看出, 模有效折射率 N 随最大波导芯厚度 b_1 和形状因子 a_0 的增大而增大, 随脊高 h 的增大而减小, b_1 越大 N 随 a_0 和 h 的变化越小.

图 3 给出了 E_{mn}^* 模有效折射率 N 随最大波导芯厚度 b_1 的变化曲线, 分别选取 $b_0/b_1 = 0.5$, $a_0/b_1 = 0.7$, $m = 0, 1$, $n = 0, 1, 2$. 可以看出当最大波导芯厚度 $b_1 \approx 0.9 \mu\text{m}$, 相应的 $b_0 \approx 0.45 \mu\text{m}$, $a_0 \approx 0.63 \mu\text{m}$, E_{10}^* 模已基本截止, 而 E_{01}^* , E_{11}^* , E_{02}^* , E_{12}^* 已完全截止, 此时波导中只允许传输 E_{00}^* 主模. 若选择波导参量 b_1, b_0, a_0 的上述值, 波导将成为单模波导.

为了检验模方程(28)的精度, 有效折射率法及 WKB 法即方程(2)(12)的数值结果也在图 3 中给出. 由于有效折射率法和 WKB 法与精确的数值分析结果非常接近, 具有

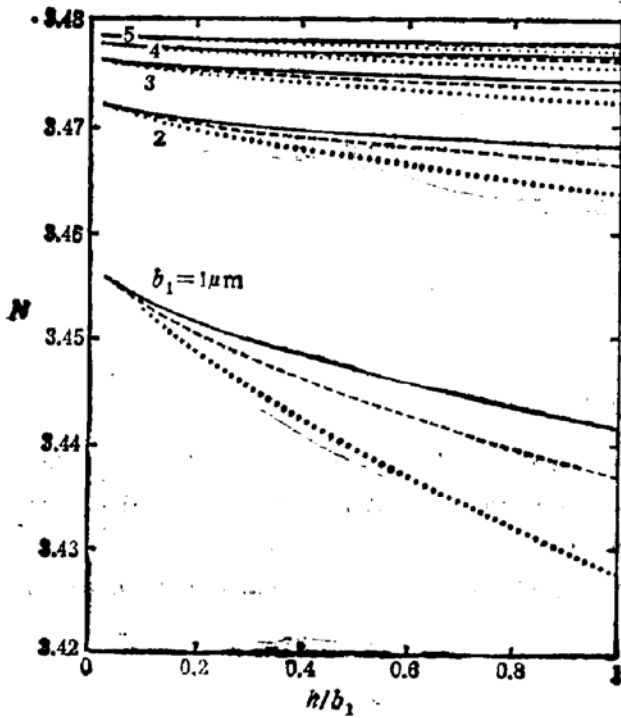


图2 E_{00} 模有效折射率 N 随归一化脊高 h/b_1 的变化曲线

..... $a_0/b_1 = 0.5$; - - - - $a_0/b_1 = 0.7$;
— $a_0/b_1 = 0.9$

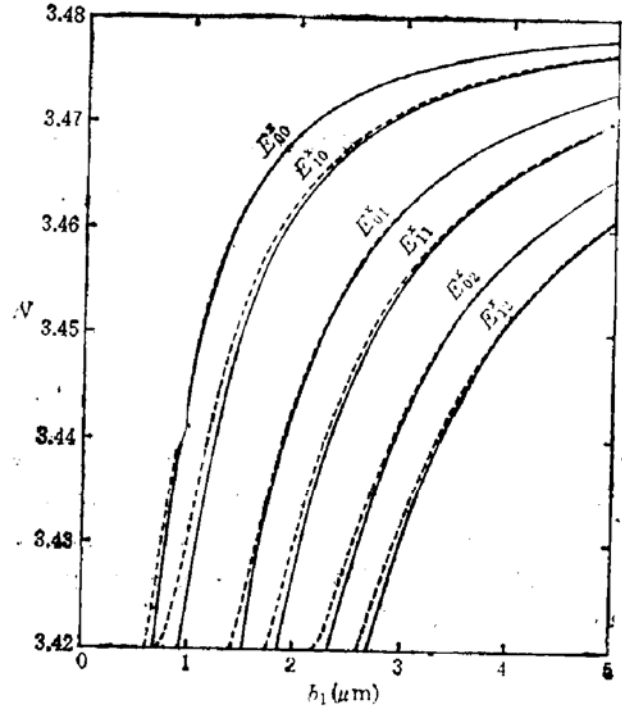


图3 E_{00} 模有效折射率 N 随最大波导芯厚度 b_1 的变化曲线

— 模方程(28)的计算结果 - - - 方程(2)(12)
即有效折射率法及 WKB 法的数值结果

很高的精度^[3,4,7], 因此上述的比较是有意义的。可以看出用模方程(28)的计算结果十分接近方程(2)(12)的数值结果, 说明模方程(28)具有较高的精度。在式(2)(12)的数值计算过程中由于进行了数值积分和数值逼近, 计算过程繁琐复杂费时费力。与之相比利用模方程(28)进行计算, 十分方便迅速并能得到较精确的结果, 节省了大量的计算时间。因此本文给出的模方程(28)在这类光波导的特性分析与计算以及结构设计中具有较高的实用价值。

参 考 文 献

- [1] 王德宁, 潘慧珍, 光学学报, 4, 126 (1984)。
- [2] P. K. Tien, R. J. Martin, and G. Smolinsky, *Appl. Opt.*, 12, 1909(1973).
- [3] T. Tamir, *Integrated Optics*, Second corrected and updated edition, Springer-Verlag, Berlin, pp. 62-66, 1979.
- [4] M. S. Sodha, and A. K. Ghatak, *Inhomogeneous Optical Waveguides*, Plenum Press, New York, p. 148, 1977.
- [5] *ibid.* [4], pp. 24-29.
- [6] H. C. Casey, and M. B. Panish, *Heterostructure Lasers*, Academic Press, New York, pp. 43-46, 1978.
- [7] A. Gedeon, *Opt. Commun.*, 12, 329(1974).

Mode Equation of Dielectric Waveguide with $1/ch^2$ Cross-Section

Ma Chunsheng and Liu Shiyong

(Jilin University, Changchun)

Abstract

The mode equation of the dielectric waveguide with $1/ch^2$ cross-section is derived for calculating the mode propagation constant or the mode effective index easily and rapidly. The computed result shows that this mode equation possesses satisfactory accuracy.

KEY WORDS: Integrated optics, Waveguide, $1/ch^2$ cross section, Mode equation, Effective index