

梳状谐振器的大信号等效电路宏模型*

闻飞纳 李伟华 戎 华

(东南大学微电子中心 MEMS 教育部重点实验室, 南京 210096)

摘要: 研究了梳状谐振器在大信号作用下的机电特性方程. 采用 SPICE 中的多项式受控源, 给出了其 $F-I$ 类比的大信号等效电路, 同时根据所得到的等效电路宏模型运用 SPICE 软件进行了系统级的模拟, 并采用两种方法进行了验证.

关键词: 梳状谐振器; 大信号; SPICE; 宏模型

EEACC: 2575; 8460

中图分类号: TN402

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2004)02-0185-05

1 引言

随着 MEMS 技术的快速发展, 在 MEMS 领域实现电子设计自动化(EDA)的需求变得越来越迫切. 如今大多数的 MEMS CAD 都采用了精确的数值求解器. 这样精确的求解器不仅耗时而且占用大量资源, 不适合于系统级的分析. 宏模型技术的出现就是为了减少设计周期, 降低设计成本.

宏模型的建立大致有三种方法: MEMS 器件偏微分方程的降阶方法^[1], MEMS 器件的硬件描述语言描述方法^[2]和等效电路类比的方法^[3]. 现今的一些商业软件中的 MEMS 器件宏模型大都采用了硬件描述语言的方法来描述器件的各种行为特性; 而在采用等效电路类比方法建立的宏模型中主要研究的是一些交流小信号的宏模型, 大信号作用下的 MEMS 器件由于等效分析较为困难, 所以研究得较少. 为了得到全信号域的等效电路宏模型, 本文以梳状谐振器为例, 着重研究了器件大信号作用下的机电特性, 建立了 $F-I$ 类比的等效电路宏模型结构, 并进行了 SPICE 的模拟分析.

2 大信号模型

图 1 给出了叉指换能器中的平行极板结构, 其中两极板间距为 d , 重叠长度为 l_0 , 极板的宽度为 b , 两极板间的电压为 U_c , 上极板所受到的静电力为 F_{st} . 下面对该极板结构在大信号作用下的公式进行推导.

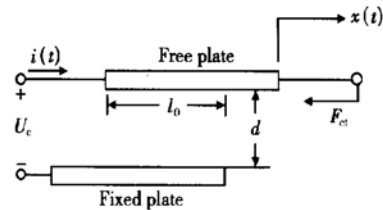


图 1 平行极板示意图

Fig. 1 Schematic diagram of parallel plates

极板电容为 $C = \epsilon h(l_0 - x(t))/d$, 这里假设上极板沿 x 轴正方向总的平动长度为 $x(t)$.

总的能量为^[4]

$$W_c = \frac{1}{2} C U_c^2 \quad (1)$$

* 国家高技术研究发展计划(课题编号: 2002AA404010)及教育部(No. 0216)资助项目

闻飞纳 男, 1978 年出生, 硕士研究生, 研究方向为 MEMS 的设计方法及系统级模拟.

戎 华 男, 1965 年出生, 博士研究生, 主要研究方向是 MEMS 器件的宏模型.

2003-03-15 收到, 2003-07-16 定稿

由能量守恒可知,极板所受到的静电力为

$$F_{\text{st}} = \frac{\partial W_e}{\partial x} = \frac{U_c^2}{2} \times \frac{\partial C}{\partial x} = - \frac{\epsilon h U_c^2}{2d} \quad (2)$$

方向为水平向左,即沿 x 轴的反方向.

瞬态电流为

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(CU_c)}{dt} = C \dot{U}_c + U_c \dot{C} \\ &= \frac{\epsilon h l_0}{d} \dot{U}_c(t) - \frac{\epsilon h}{d} x(t) \dot{U}_c(t) - \frac{\epsilon h}{d} v(t) U_c(t) \end{aligned} \quad (3)$$

这里 $x(t)$ 为总的位移; $v(t)$ 为极板运动速度; $U_c(t)$ 为叉指极板间的总电压.

由方程(2)和(3)可知,梳状谐振器左边叉指对可等效为图 2(a),其中 G_1 、 G_2 、 G_3 和 G_4 都为多项式形式的电压控制电流源,图 2(b)中的 F_1 为电流控制电流源.根据基尔霍夫电流定律,将连接结点 3 的

三个支路电流分别对应(3)式中的三项,使流过结点 3 的电流满足(3)式的要求. G_1 和 G_2 分别由电压乘积 $x(t) \frac{\epsilon h}{d} \dot{U}_c(t)$ 和 $\frac{\epsilon h}{d} v(t) U_c(t)$ 来控制; G_3 由电压平方 U_c^2 来控制,满足(2)式要求.这里采用了电压与电流($F-I$)类比的形式,即将静电力 F_{st} 类比成输出电流,而将速度 v 类比成输出电压.图 2(b)中, F_1 是由电容 C_1 上的电流来控制的,从而得到电压 \dot{U}_c 的微分形式;而结点 7 部分是一个积分电路,其中 G_4 由输出电压控制,得到上极板的位移 x ,其大小为电压值 $V(7)$,这里的位移采用了电压的形式来表示,为了方便,本文中暂且将此位移 x 称为位移电压.辅助电路中的电压 \dot{U}_c 和 x 都是为了应用于(3)式的需要.图 2 中耦合部分等效电路的具体的各种连接和控制关系可由 SPICE 语言描述如下:

```

V1 3 4 DC 0
C1 4 0 2n* E* h* L0/d
G1 0 3 POLY(2) 6 0 7 0 0 0 0 0 1
G2 0 3 POLY(2) 3 0 5 0 0 0 0 0 2n* E* h/d
G3 5 0 POLY(1) 3 0 0 0 2n* E* h/(2* d)
F1 0 6 POLY(1) V1 0 1
R1 6 0 1/L0
G4 0 7 POLY(1) 5 0 0 1
C2 7 0 1
R2 7 0 10T
    
```

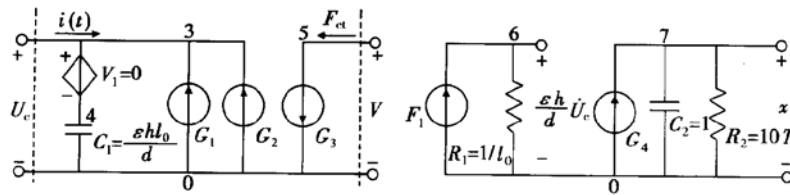


图 2 (a)为叉指极板耦合部分等效电路;(b)为相关辅助电路

Fig. 2 (a)Equivalent circuit for coupling comb plates;(b)Related auxiliary circuit

3 谐振器大信号等效电路结构建立

图 3 为梳状微机械谐振器的结构示意图^[5].从图中可以看出,此谐振器从功能上可分为 3 部分:固定叉指极板,作为电信号的输入输出的能量转换接口部分;谐振器可以发生振动位移部分(又称为“振

子”),包括结构主架和叉指可动极板;还有结构的支撑部分,也是弹性部分,包括中间的折叠梁和桁架.

在图 3 中,对振子和中间的弹性部分进行受力分析可得到:

$$m \frac{du}{dt} + cu + k \int u dt + f_1(t) - f_2(t) = 0 \quad (4)$$

式中 m 为谐振器中振子的有效质量; c 为系统阻

尼系数; k 为振子的刚度系数; $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 分别为方向相反的静电力. 在文献中梳状谐振器的阻尼通常取为常数^[6,8].

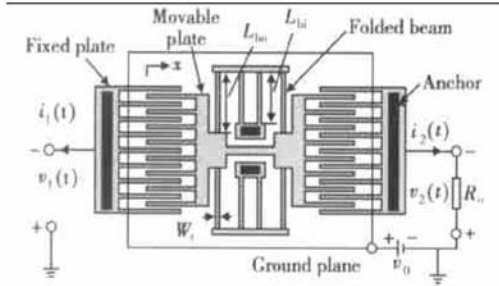


图3 梳状谐振器结构示意图

Fig. 3 Schematic diagram of structure for comb resonator

考虑到图2中采用的是 $F-I$ 类比的形式, 可采用电阻、电容和电感并联的形式来与(4)式对应(如图4中间虚线部分), 同样, 这里的 u 为速度, 类比成电压, 而振子和中间的弹性部分所受到的两个不同方向的静电力分别类比成 G_3 和 G_5 中的电流.

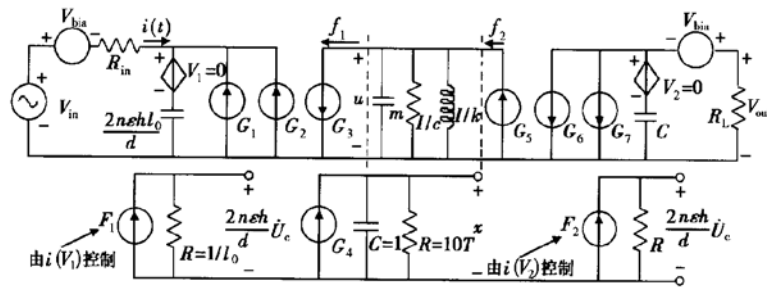


图4 n 对的叉指谐振器大信号等效电路

Fig. 4 Large-signal equivalent circuit for resonator with n pair combs

在输入端加上 $V_{in} = \sin(2\pi ft)$, 其中 $f = 457\text{kHz}$. 在不同的阻尼 $c = 3 \times 10^{-5}\text{Ns/m}$ 和 $c = 3 \times 10^{-7}\text{Ns/m}$ 条件下, 得到的大信号瞬态输出分别如图5(a)和(b)所示.

下面采用两种方法验证图4所建立的大信号等效电路结构.

(1) 两端口施加不同的直流偏置电压

由于两边的偏置电压不同, 振子所受到的左右两个方向的静电力大小也不同, 可知谐振器将沿某一位移点做减幅振荡最后趋于稳定. 假设最后振子稳定在某一位移 x 处, 根据受力分析可知:

$$kx = 2n \frac{eh(U_{c2}^2 - U_{c1}^2)}{2d} = \frac{neh(U_{c2}^2 - U_{c1}^2)}{d} \quad (5)$$

这样, 根据左右对称的关系, 具有对叉指的梳状谐振器整体的大信号等效电路结构如图4所示. 图中等效电路左右两边都加有偏置电压 V_{bia} , 我们可在左端加输入电压 V_{in} , 可通过 SPICE 软件分析得到相应的在右端的输出电压 V_{out} .

4 结果分析及验证

针对图4的梳状谐振器的大信号等效电路, 取各个物理参量如下^[7]:

取中间振子的有效质量为 $m = 8 \times 10^{-10}\text{kg}$;

折叠梁长度 $L_{bo} = 29.1\mu\text{m}$, $L_{bi} = 18.9\mu\text{m}$, 折叠梁宽度 $W_r = 2\mu\text{m}$;

阻尼系数 $c = 3 \times 10^{-5}\text{Ns/m}$, 刚度系数 $k = 6601\text{N/m}$;

又取梳状叉指重叠长度 $l_0 = 5\mu\text{m}$, 叉指厚度 $h = 2\mu\text{m}$;

梳状叉指间距 $d = 1\mu\text{m}$, 偏置电压 $v_0 = 50\text{V}$ 及 $n = 20$.

这里先假设两边的偏置电压为 50V , 然后在 $t = 10\mu\text{s}$ 时给一边施加一大信号激励, 这里取 $V_{in} = 110\text{V}$, 这样一边总的电压为 160V 而另一边为 50V . 为了清楚地观察振荡曲线, 此时设置的系统阻尼常数为 $c = 1 \times 10^{-4}\text{Ns/m}$. 图6(a)为激励信号, 图6(b)和(c)分别为在两边不同电压作用下的位移电压和速度电压的瞬态曲线. 由图6可知, 在初始两边偏置同时为 50V 时位移电压和速度电压都为零; 在一边施加激励后, 通过 SPICE 模拟大信号等效电路得到位移电压输出 $V_x = -1.240\text{nV}$, 即位移 $x = -1.240\text{nm}$, 这与通过(5)式理论计算得到的 $x = -1.239\text{nm}$ 结果极其接近. 可看到位移值大小最后趋向于某一稳定的非零值, 而速度大小最后趋于零,

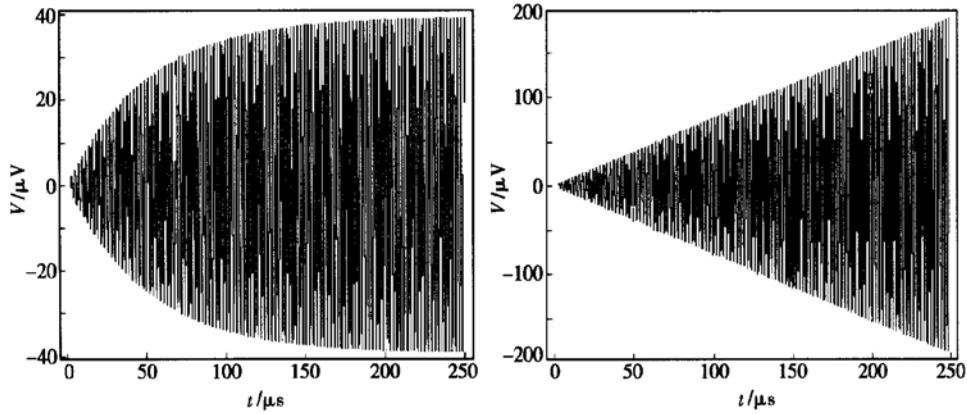


图 5 在正弦信号作用下不同阻尼的瞬态输出曲线

Fig. 5 Transient output characteristic under sinusoidal signal with different damp

即振子达到平衡位置后便不再运动。

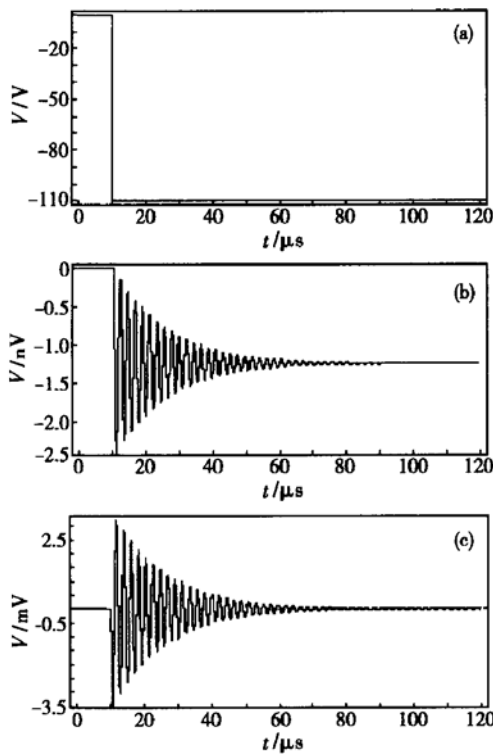


图 6 大信号激励下位移电压和速度电压的瞬态曲线

Fig. 6 Transient characteristic of displacement and velocity voltage with large-signal stimulus

(2) 端口施加交流小信号

当施加的激励为交流小信号时,图 4 的等效电路同样适用于信号输出.通过 SPICE 分析,我们可以得到如图 7 所示的交流小信号作用下的幅频传输特性曲线,此曲线的中心频率与理论计算中心谐振

频率 $f = 457.18\text{kHz}$ 相接近,并可通过图 8 所示的小信号 $F-V$ 类比的等效电路^[8]来进行验证,在相同几何参数和物理参数的条件下,通过模拟可知两者的曲线是完全一致的。

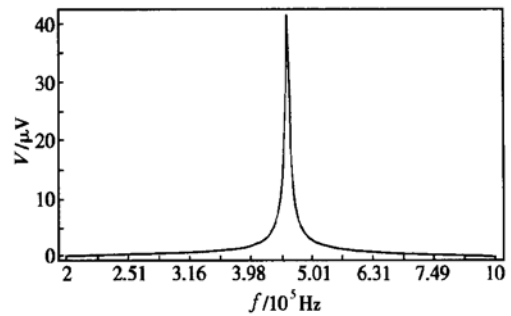


图 7 大信号等效电路在小信号作用下的幅频特性曲线

Fig. 7 Amplitude response characteristic of large-signal equivalent circuit with small-signal stimulus

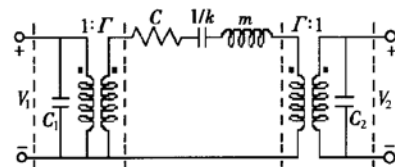


图 8 梳状谐振器的小信号 $F-V$ 类比等效电路

Fig. 8 Equivalent circuit of the comb resonator with $F-V$ analogy method

通过以上两种方法的验证,可以看到本文对梳状谐振器所建立的大信号等效电路结构是正确可行的,它同样也适用于小信号的交流分析。

5 结论

本文针对产生大信号等效电路宏模型中电路的复杂性,采用非线性多项式受控源的方式建立了梳状谐振器的大信号电路模型,并对所得到的结果进行了比较和验证.本文的方法有望推广到其它 MEMS 器件大信号等效电路宏模型的建立问题中.

参考文献

- [1] Huang E, Yang Y, Senturia S. Low-order models for fast dynamical simulation of MEMS microstructures. *Solid State Sensors and Actuators(Transducers'97)*, 1997, 2: 1101
- [2] Romanowicz B F. *Methodology for the modeling and simulation of microsystems*. Kluwer Academic Publishers, 1998: 27
- [3] Mukherjee T, Fedder K, Ramaswamy D, et al. Emerging simulation approaches for micromachined devices. *IEEE Trans Comput-Aided Des Integr Circuits Syst*, 2000, 19(12): 1572
- [4] Woodson H H, Melcher J R. *Electromechanical dynamics, Part I: discrete systems*. New York: Wiley, 1968
- [5] Tang W C, Nguyen T C H, Howe R T. Laterally driven polysilicon resonant microstructures. *Sensors Actuators*, 1989, 20(1): 25
- [6] Zhang Bin, Huang Qing'an. Influence of edge damping on quality factor of laterally-driven microstructures. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2001, 22(6): 741(in Chinese)[章彬,黄庆安.边缘阻尼对横向振动微谐振器品质因子的影响. *半导体学报*, 2001, 22(6): 741]
- [7] Nguyen C T C. Frequency-selective MEMS for miniaturized low-power communication devices. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 1999, 47: 1486
- [8] Tilmans H A C. Equivalent circuit representation of electromechanical transducers(I): lumped-parameter systems. *J Micromech Microeng*, 1996, 6: 157

Large-Signal Macromodel for Equivalent Circuits Representation of Comb Resonator*

Wen Feina, Li Weihua and Rong Hua

(Key Laboratory of MEMS of Education Ministry, Microelectronics Center, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The electromechanical characteristic equations of the comb resonator are studied. With the introduction of polynomial controlled sources, the large-signal equivalent circuits with $F-I$ analogy method are presented, system-level simulation is then carried out for the macromodel with SPICE software and two methods are adopted to verify the macromodel.

Key words: comb resonator; large-signal; SPICE; macromodel

EEACC: 2575; 8460

Article ID: 0253-4177(2004)02-0185-05

* Project supported by National High Technology Research and Development Program of China(No. 2002AA404010) and Key Program of Ministry of Education of China(No. 0216)

Wen Feina male, was born in 1978, MS candidate. He is engaged in the research on MEMS design methodology and system-level simulation.

Rong Hua male, was born in 1965, PhD candidate. He is engaged in the research on MEMS modeling and simulation.

Received 15 March 2003, revised manuscript received 16 July 2003

©2004 The Chinese Institute of Electronics