

边缘阻尼对横向振动微谐振器品质因子的影响

章 彬 黄庆安

(东南大学微电子中心, 南京 210096)

摘要: 对微结构而言, 空气表面层阻尼计算模型一般用库特模式 (Couette-type) 和斯托克斯模式 (Stocks-type), 但是已报道的模型计算所得到 Q 值最小误差范围只能达到 10%—20%. 论文考虑了边缘效应的影响, 建立了一个分析模型, 对已知的几种横向振动谐振器的 Q 值进行了计算, 并将其与实测值比较. 结果表明此模型所得 Q 值的平均误差小于 10%.

关键词: 谐振器; Q 值; 振动; 空气阻尼; 功耗

EEACC: 2575; 8340; 1320; 5240D

中图分类号: TN43

文献标识码: A

文章编号: 0253-4177(2001)06-0741-05

1 前言

单片系统(System on Chip) 的发展要求通信设备中的无源器件能够和集成电路(IC) 集成在一块芯片上. 采用表面加工技术制作的 MEMS(微电子机械系统) 谐振器、滤波器, 不仅工艺可以和 IC 兼容, 而且还具有很小的噪声、良好的热稳定性(可以达到 -10ppm/K) 及抗老化等优点^[1]. 谐振类无源器件的一个重要参数是 Q 值, 它可以表明器件能量损耗. 若不考虑空气阻尼, 用表面微机械加工技术制备的 MEMS 谐振器、滤波器的 Q 值会非常大. 例如在高真空中, 器件 Q 值可达到 10^4 以上, 而在常压下, 它的 Q 值只有数百量级^[1,2]. 这一方面说明微机械谐振器有很大的研发应用潜势, 但同时也表明空气阻尼是制约 Q 值的主要因素, 尤其是振动方向平行于衬底的横向振动微结构在高频谐振时, 弥漫其周围的空气粘滞阻尼是最大的能量耗散者, 基本决定了 Q 值.

虽然此类谐振器件在真空中测试的 Q 值很大, 但它一般仅用来证明结构和制作工艺的合理性. 利用真空封装技术^[3] 可提高器件工作时的 Q 值, 但同时却带来频率漂移、倍频效应、器件可靠性降低以

及成本提高等负面效应, 并且不能确保真空封装后, 每一只谐振器所处的微真空腔的真空度相同. 因此从实用出发, 较精确地估计空气阻尼对 Q 值的影响非常重要. Tang 用库特模式计算了振动体和衬底之间以及叉指间的空气粘滞阻尼对 Q 值造成的影响^[4]. Cho 则在比较库特和斯托克斯模式的基础上, 又考虑了振动体上平面阻尼功耗后, 建立了一个阻尼功耗模型^[5,6]. 但是, 两者都没有计入边缘效应的影响, 因此误差都大于 10%.

本文首先对库特和斯托克斯阻尼理论作了简单介绍, 然后建立了计入边缘效应对 Q 值影响的空气粘滞阻尼模型. 对已知尺寸的几个横向振动谐振器的 Q 值进行了计算, 并将计算所得的 Q 值与已报道的值进行了比较, 结果表明考虑了边缘效应后的模型明显地提高了 Q 值的计算精度.

2 理论模型的建立

2.1 库特和斯托克斯理论的介绍

表面微加工的谐振器件, 其振动方向平行于衬底, 几何尺寸在微米量级, 远大于空气分子的自由程, 满足库特和斯托克斯方程条件. 根据理论模式的

章 彬 男, 1972 年出生, 博士研究生, 主要从事无线通讯 MEMS 器件研制.

黄庆安 男, 1963 年出生, 教授, 博士生导师, 主要从事微电子技术教学和 MEMS 研究工作.

2000-04-13 收到, 2000-08-30 定稿

©2001 中国电子学会

特点^[7], 下面对图 1 所示谐振器中的可动质量块与衬底之间的空气阻尼层, 叉指间的空气阻尼以及可动质量块上部的空气阻尼作一简介和比较.

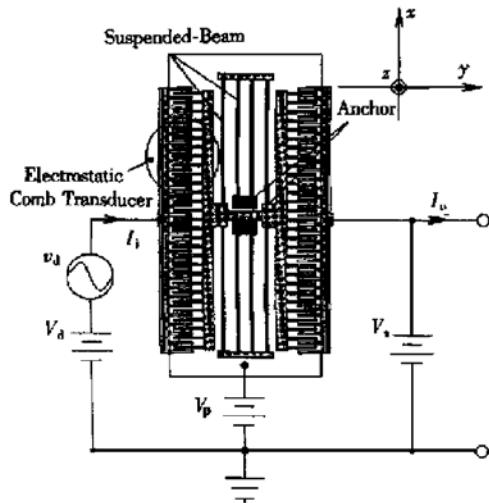


图 1 横向振动的叉指谐振器^[1] V_d, V_s 是输入输出电极上的直流偏压; v_d 是信号电压; I_i, I_o 是输入输出电流; V_p 是加在谐振器及其底部衬底上的直流偏压.

FIG. 1 Top View Schematic of Laterally-Driven Comb Resonator V_d, V_s : dc-Bias Applied to the Input and the Output Electrodes; V_d : Excitation Voltage; I_i, I_o : Input Output Currents; V_p : ac-Bias Applied to Resonator and its Underlying Ground Plane

鉴于振动体表面层流体的运动形式, 在两种模型中均将受牵引做周期运动的粘滞流体视为波的传播介质. 由图 2(a)可见, 库特模型中匀质流体的受迫运动状态不发生相延迟, 即只有振幅变化, 没有相位的变化. 这里, 振动主体上部流线方程为 $u = U_0 \cos \omega t$, 与振动主体相同, 而下部为 $u(y, t) = U_0 \frac{d-y}{d} \cos \omega t$. 式中, U_0 是振幅; ω 是振动角频率; d 是平板与衬底之间的距离. 在一个周期内, 振动主体下部单位面积的阻尼功耗是 $D_{cd} = \frac{\pi}{\omega} U_0^2 \left| \frac{\mu}{d} \right|$, 式中 μ 是粘性系数. 此模型的最大优点在于计算简便, 但是因为忽略了上表面空气的阻尼功耗, 造成 Q 值估算值偏高.

图 2(b)所示为理想状态下的斯托克斯模型中, 平板振动引起的粘滞流体运动的模式. 此流体受迫振动的流线速度方程可表示为:

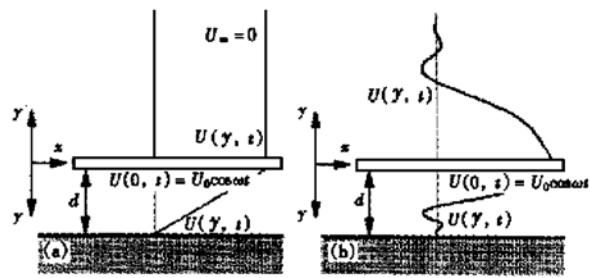


图 2 两种阻尼模型流体牵引运动的形式 (a) 库特模型; (b) 斯托克斯模型

FIG. 2 Velocity Profiles of the Fluid Layers Around Laterally Oscillating Infinite Plates in Two Slide Film Damping Models (a) Couette-Type Damper; (b) Stokes-Type Damper

$$\frac{\partial u(y, t)}{\partial t} = v \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial y^2} \quad (1)$$

式中 v 是运动粘滞率, 本文中取 $0.15 \text{ cm}^2/\text{s}$. 由图也可见两种运动模式都假定在流体与衬底接触处的速度为零, 即 $u(d, t) = 0$. 根据牛顿定理知振动主体所受的阻尼力正比于流体的运动速度梯度:

$$f(0, t) = -\mu \frac{\partial u(0, t)}{\partial y} \quad (2)$$

于是得到了振动主体在一个周期内, 单位面积上粘滞阻尼的功耗是:

$$D = \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} f(0, \omega t) u(0, \omega t) d(\omega t) \quad (3)$$

振动主体下部一个周期内单位面积的功耗是^[5, 6]:

$$D_{sd} = \frac{\pi}{\omega} \mu k U_0^2 \frac{\sinh 2kd + \sin 2kd}{\cosh 2kd - \cos 2kd} \quad (4)$$

式中 $k = \sqrt{\frac{\omega}{2v}}$. 以斯托克斯和库特模型计算得到的振动平板下表面的功耗比值 D_{sd}/D_{cd} 为纵坐标, ω 为横坐标, 间距 d 做参变量, 模拟得到图 3 的曲线^[5, 6]. 从图中可以看出当频率较低时, 库特和斯托克斯模型的计算结果差异不大, 只有频率很高时, 间距 d 的影响才显著. 由以上得知在高频、大间距条件下, 库特模型功耗数值小于斯托克斯模型得到的功耗数值. 因此, 可以根据实际情况选择计算适用的模式.

2.2 考虑边缘效应的模型

如图 1 所示, 谐振器在低频时, 虽然不同部位采用不同的功耗计算模型, 但其总和构成了振动系统的功耗. 这样总的系统功耗在一个周期内为

$$W = D_{s\infty} A_{up} + D_{cd} A_{d\downarrow} + D_{ce} A_e + W_b \quad (5)$$

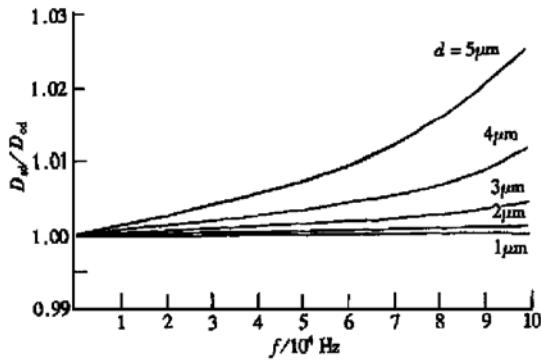


图 3 两种空气阻尼模型的功耗比与频率的关系 D_{sd} 是用斯托克斯模型计算得到的功耗; D_{cd} 是用库特模型计算得到的功耗; d 是计算所用流体的厚度.

FIG. 3 Energy Dissipation Ratio, D_{sd}/D_{cd} vs Oscillating Frequency D_{sd} : Energy Loss due to Stokes-Type Damper; D_{cd} : Energy Loss due to Couette-Type Damper; d : Thickness of the Fluid Film

其中 $D_{s\infty}$ 表示斯托克斯模型计算所得的谐振器上部单位面积的阻尼功耗; D_{cd} 是用库特模型估算的叉指间单位面积的阻尼功耗; A_{up} 和 A_d 分别是振动体上下表面的面积; A_c 是指间的交叠面积; W_b 是本文边缘效应造成的系统功耗. Cho 等人通过对 $D_{s\infty}$ 、 D_{cd} 、 D_{sd} 的比较建立了较为精确的计算模型^[5,6], 使 Q 值的估算误差由原来的 45% 减小到 20% 以内. 但是没有考虑边缘效应所造成的系统功耗. 为了进一步提高精度, 本文考虑了边缘效应造成的功耗对系统品质因子的影响, 建立了如下模型.

图 4 所示是图 1 谐振器 A-A' 的截面图, 图中的谐振器主体沿 y 轴振动. 本文模型中, 考虑到 $D_{s\infty}$ 以及 D_{sd}/D_{cd} 比较的结果, 图 4 中的 $u_{x_0^+}(x, t)$ 、 $u_{z_0^+}(z, t)$ 、 $u_{x_0^-}(x, t)$ 、 $u_{z_0^-}(z, t)$ 采用库特方程, $u_{z_0^+}(z, t)$ 采用斯托克斯方程. 假设阴影区的流体构成了这四种运动形式流体的表面层. 例如 1# 阴影区流体受 $u_{x_0^+}(x, t)$ 和 $u_{z_0^+}(z, t)$ 运动形式流体的共同牵引而产生的一种运动模式, 成为 $u_{x_0^+}(x, t)$ 和 $u_{z_0^+}(z, t)$ 的表面层. 这样阴影区的流体就会对 $u_{x_0^+}(x, t)$ 、 $u_{z_0^+}(z, t)$ 运动形式的流体产生粘滞阻尼, 进而损耗系统能量. 这样假设的前提是 $u_{x_0^+}(x, t)$ 、 $u_{x_0^-}(x, t)$ 在 z 方向上振幅没有变化, 运动形式的 $u_{z_0^+}(z, t)$ 、 $u_{z_0^-}(z, t)$ 流体在 x 方向上振幅也没有变化, 即将表面层流体的运动分离成互不影响的、有各自运动形式的模型.

图 4 的 1# 阴影区受 $u_{z_0^+}(z, t)$ 运动模式流体作用产生运动 $u_{x_0^{+x^+}}(z, x, t)$, 因为其传播方向上距离较远, 远大于粘性侵入度, 故其采用斯托克斯模

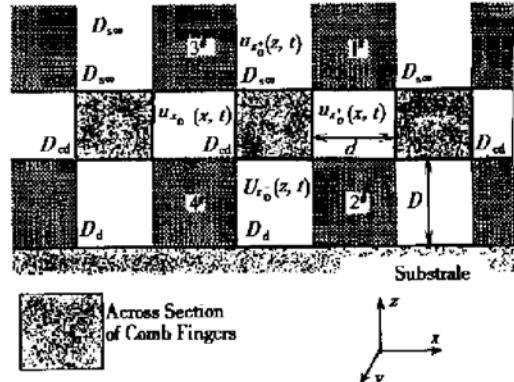


图 4 静电转换部分的截面图 D_s 是用斯托克斯模型计算得到的功耗; D_{cd} 、 D_d 由库特模型计算得到的功耗; u 是叉指周围的流体运动模式.

FIG. 4 Cross Section Schematic of the Comb Transducer D_s : Energy Loss due to Stokes-Type Damper; D_{cd} , D_d : Energy Loss due to Couette-Type Damper; u : Velocity Profile of the Fluid Layers Around the Comb Fingers

型, 形式如下:

$$u_{z_0^{+x^+}}(z, x, t) = U_0 e^{-kx - kz} e^{i(kx + kz - \omega t)} \quad (7)$$

对受 $u_{z_0^{+x^+}}(z, x, t)$ 形式运动的流体的牵引而对 $u_{z_0^+}(z, t)$ 流体形成的阻尼力为:

$$f_{z_0^{+x^+}}(z, 0, t) = -\mu \frac{\partial u_{z_0^{+x^+}}(z, 0, t)}{\partial x} \quad (8)$$

本文中下标的第一个标注表示垂直于振动体某个面的边界层, 第二个标注表示受振动物体表面边界层影响而在阴影区产生的边界层. 根据式(3), 得到功耗表达式:

$$\begin{aligned} W_{z_0^{+x^+}}(z, 0, t) &= \frac{1}{w} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} u_{z_0^+}(z, 0, t) f_{z_0^{+x^+}}(z, 0, t) dz d(\omega t) \\ &= \frac{l\pi\mu}{3w} U_0^2 \end{aligned} \quad (9)$$

式中 l 是振动主体 y 方向交叠部分的长, 没有计入非交叠部分. 再通过对 z 从 0 到 ∞ 的积分从而得到具有 $u_{z_0^+}(z, t)$ 运动方式流体在 xy 平面上每周期的功耗. 1# 阴影区中流体因为 $u_{x_0^+}$ 流体运动作用而具有的 z 正方向运动, 对 $u_{x_0^+}(x, t)$ 流体的运动形式, 阻尼以及功耗公式为:

$$u_{x_0^{+z^+}}(x, z, t) = U_0 \frac{w - x}{w} e^{-kz} e^{i(kz - \omega t)} \quad (10)$$

$$f_{x_0^{+z^+}}(x, 0, t) = -\mu \frac{\partial u_{x_0^{+z^+}}(x, 0, t)}{\partial z} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} W_{x_0^{+z^+}}(x, 0, t) &= \frac{1}{w} \int_0^w \int_0^{2\pi} u_{x_0^{+z^+}}(x, 0, t) f_{x_0^{+z^+}}(x, 0, t) dx dt \\ &= \frac{l\pi\mu}{w} U_0^2 \left[\frac{kw}{3} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

同样在 2# 阴影区根据库特和斯托克斯的特点得

到^(12-14, 15-17):

$$u_{x_0^+ z^-}(x, z, t) = U_0 \frac{w - x}{w} \times \frac{d - z}{d} e^{-iat} \quad (13)$$

$$f_{x_0^+ z^-}(x, 0, t) = -\mu \frac{\partial u_{x_0^+ z^-}(x, 0, t)}{\partial z} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} W_{x_0^+ z^-}(x, 0, t) &= \frac{l}{w} \int_0^w \int_0^{2\pi} u_{x_0^+ z^-}(x, 0, t) f_{x_0^+ z^-}(x, 0, t) dx dt \\ &= \frac{l\pi\mu}{w} U_0^2 \left[\frac{w}{3d} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$u_{z_0^- x^+}(z, x, t) = U_0 \frac{d - z}{d} e^{-kx} e^{i(kx - \omega t)} \quad (16)$$

$$f_{z_0^- x^+}(z, 0, t) = -\mu \frac{\partial u_{z_0^- x^+}(z, 0, t)}{\partial x} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} W_{z_0^- x^+}(z, 0, t) &= \frac{l}{w} \int_0^d \int_0^{2\pi} u_{z_0^- x^+}(z, 0, t) f_{z_0^- x^+}(z, 0, t) dz dt \\ &= \frac{l\pi\mu}{w} U_0^2 \left[\frac{kd}{3} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

其中 w 是叉指间的距离. 从图 4 可以看出 1# 和 3# 阴影区的流体运动形式关于叉指对称, 2# 和 4# 阴影区的流体运动形式也关于叉指对称, 而且所有的叉指几何尺寸相同, 所以谐振器叉指部分因为边缘效应而造成的功耗可以表示为:

$$\begin{aligned} W_b &= (W_{x_0^+ z^+} + W_{x_0^+ z^-} + W_{z_0^- x^+} + W_{z_0^- x^-} + \\ &\quad W_{x_0^- z^+} + W_{x_0^- z^-} + W_{z_0^+ x^+} + W_{z_0^+ x^-}) N \\ &= 2(W_{x_0^+ z^+} + W_{x_0^+ z^-} + W_{z_0^- x^+} + W_{z_0^- x^-}) N \end{aligned} \quad (19)$$

式中 N 是谐振器可动部分的叉指数目. 将式(9)、(12)、(15)、(18)积分后的结果带入(19), 最后得到

$$W_b = \left[\frac{1}{2} + \frac{kd}{3} + \frac{kw}{3} + \frac{w}{3d} \right] \frac{u^2 \pi \mu A_c}{\omega h} \quad (20)$$

式中 h 是谐振器的厚度.

2.3 计算结果及比较

通过以上分析以及 Q 值的定义, 得到图 1 所示叉指状滤波器的 Q 值:

$$Q = 2\pi E(D_{\infty} A_{up} + D_{cd} A_d + D_{cc} A_c + W_b)^{-1} \quad (21)$$

式中 E 是系统的总能量. 为了说明本文模型的适用性, 我们将考虑边缘效应后得到的 Q 值与实测值进行了比较. 以 Cho^[5, 6] 文献中的谐振器作为验证本模型的实体, 其中所用的参数列在表 1 中. 结果如图 5 所示, 图中, Q_d 是仅考虑下表面阻尼的值, Q_p 是考虑了上下表面阻尼的值, Q_y 是考虑了上下表面及叉指间阻尼的值, Q 是同时考虑上下表面、叉指间空气粘滞阻尼和边缘效应的值. 通过计算得知, 图 5 所示

的对 Cho^[5, 6] 文献中的谐振器 Q 值估算的最大误差小于 16%, 平均误差约 8.5%. 同样, 用此模型对 Tang^[4] 的谐振器进行了计算. 其结果也在期望的误差范围以内.

表 1 谐振器的尺寸参数

Table 1 Dimensions of the Test Resonator

质量(M)	0.123 μg
硬度(K)	$3.08 \times 10^7 N/\mu m$
谐振器的厚度(h)	1.8 μm
谐振频率(f)	7.98 kHz
叉指间距(w)	2.0 μm
叉指与衬底之间的距离(d)	2.0 μm
叉指的宽度(w_e)	4.0 μm
谐振器的上下表面积(A_{up}, A_d)	$2.93 \times 10^4 \mu m^2$
叉指间的交叠面积(A_c)	$5.40 \times 10^3 \mu m^2$

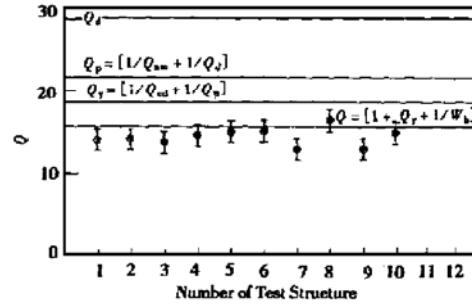


图 5 品质因数的测量值与考虑边缘效应后 Q 估算值

FIG. 5 Measured and Estimated Value

3 讨论

虽然本文考虑了边缘效应, 提高了 Q 值的估算精度, 较之原有模型更适用, 但是实测得到的 Q 值与模型还有一定差异, 这是由于模型是建立在一定的假设简化基础之上, 可能是以下几种因素没有考虑.

首先, 假设叉指间交叠部分的长度远大于没有交叠部分的长度, 从而指间的流体运动方程均作了库特模型处理, 却没有考虑非交叠部分粘滞阻尼功耗, 导致 $D_{cc} A_c + W_b$ 的计算值偏小.

其次, 假设空气为不可压缩的气体, 没有考虑振动主体周围的空气压力在振动时是有梯度变化的, 即图 4 中 y 方向的压力梯度, 这个假设导致式(5)中的能量诸项都偏小.

再次, 只考虑了平行与振动方向上的面所受的粘滞阻尼, 而没有计入垂直于振动方向的面所受的压力阻尼影响, 这样就使式(5)少了一项功耗因子.

最后,这个边缘效应模型建立的基点是假设 u_{x_0}, u_{z_0} 的流体是满足无限大平板表面层的流体运动形式,而没有考虑在微结构中,图4所示的阴影区流体会有振幅衰减,从而垂直于振动主体的表面层流体运动形式就不能简单地满足一维的纳维尔-斯托克斯方程。

4 结论

本文介绍的 Q 值计算模型考虑了边缘效应的影响,以间接计算损耗振动物体能量的方法建立模型,提高了 Q 值的估算精度。这个模型物理概念清晰,采用分离计算不同运动形式的流体,根据具体情况引用库特和斯托克斯计算模型的方法简化了计算过程。对几种微结构谐振器的验算表明,该模型明显地提高了 Q 值的估算精度。对谐振器件结构的设计有一定的参考价值。

参考文献

- [1] C. T-C. Nguyen, Frequency-Selective MEMS for Miniaturized Communication Devices, In Proc. 1998 IEEE Aerospace Conf., Snow Mass, 1998, 445—460.
- [2] K. Wang and C. T-C. Nguyen, Journal of Microelectromechanical System, 1999, 8(4): 534—557.
- [3] L-W. Lin, A. P. Pisano and R. T. Howe, Journal of Microelectromechanical System, 1998, 7(3): 286—294.
- [4] W. C. Tang, C. T-C. Nguyen and R. T. Howe, Sensors and Actuators, 1990, A(21)—A(23): 328—331.
- [5] Y-H. Cho, B. M. Kwak, A. P. Pisano and R. T. Howe, Sensors and Actuators, 1994, A(40): 31—39.
- [6] Y-H. Cho, A. P. Pisano and R. T. Howe, Journal of Microelectromechanical System, 1994, 3(2): 81—87.
- [7] Liu Mingjie, Li Guojun, Huang Xing, Yang Xuantang et al., Viscous Hydromechanics, China Higher Education Press, 1987[刘明杰, 李国钧, 黄性, 杨宣堂, 等, 粘性流体力学, 高等教育出版社, 1987].

Influence of Edge Damping on Quality Factor of Laterally-Driven Microstructures

ZHANG Bin and HUANG Qing-an

(Microelectronics Center, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Generally, the Couette-type model and Stocks-type model are used to estimate the slide-film damping of microstructures, but by which the discrepancies in the simulated Q are given only to be 10%—20%. The edge-effect was investigated and an analytical model developed. With which Q of some available laterally-driven microresonators has been calculated. The result is compared to that taints by the present model. It is found that the average discrepancies have been reduced below 10%.

Key words: resonators; Q value; vibrating; air viscous-damping; dissipation

EEACC: 2575; 8340; 1320; 5240D

Article ID: 0253-4177(2001)06-0741-05

ZHANG Bin male, born in 1972, Ph. D candidate. He is engaged in the research on MEMS communication devices.

HUANG Qing-an, male, born in 1963, professor. He is engaged in teaching and research on microelectronics and MEMS.

Received 13 April 2000, revised manuscript received 30 August 2000

© 2001 The Chinese Institute of Electronics