

# 发射极电流集边效应理论的 SPICE 模拟验证\*

石林初 杜行尧 吕文生 吴毅 吴敏

(中国华晶电子集团公司双极设计所, 无锡 214061)

**摘要:** 发射极电流集边效应是由晶体管基极电阻的自偏压引起的, 描述该效应的微分方程早已建立, 这里设计了一种用 SPICE 验证精确解/近似解的新方法。结果表明: 近似解是在  $V(x) \ll V_T$  的前提条件下求得的, 仅在弱注入区和中等注入区适用, 不能给出在强注入区和极强注入区的归一化电位和电流密度的分布函数; 相反, 基于精确解的理论却能给出从弱注入区到极强注入区的归一化电位和电流密度的分布函数, 且与用 SPICE 模拟得到的结果吻合。结论是: 从整体来看, 精确解的理论比近似解的理论描述该效应要稍好一些, 因为前者的适用范围比后者宽。应当强调指出, 该效应正是发生在强注入区和极强注入区。

**关键词:** 发射极电流; 集边效应; 精确解; SPICE 验证

**EEACC:** 5275R; 8160C; 8230

**中图分类号:** TN 304. 07    **文献标识码:** A    **文章编号:** 0253-4177(2000) 11-1139-06

## Verification on Theory of Edge-Crowding-Effect of Emitter Current with SPICE Simulation\*

SHI Lin-chu, DU Xing-yao, LU Wen-sheng, WU Yi and WU Min

(China Huajiang Electronics Group Corporation, Wuxi 214061, China)

Received 3 June 1999

**Abstract:** The edge-crowding-effect of emitter current is due to the self-bias of base resistor in a transistor. The differential equation describing the effect has already been set up, with the approximate solution being found, while the precise solution also been solved by separation of variables. A new method is presented to verify the precise/approximate solutions by SPICE simulation. The result shows that the approximate solution is obtained under the condition of  $V(x) \ll V_T$ , so it applies only in the range from weak injection to moderate injection, i. e. it is impossible to give the distribution of normalised voltage and current

\* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 69776024) [Project Supported by National Natural Science Foundation of China Under Grant No. 69776024].

石林初 男, 1940年出生, 教授级高级工程师。曾在中国科学院半导体研究所工作。现从事 ICCAD 研究。  
1999-06-03收到

density in the range from strong injection to super-strong injection. On the contrary, on the basis of precise solutions theory it is possible to do so in the whole range, from weak injection to super-strong injection, which are coincident with the result of SPICE simulation. A conclusion is drawn that the theory of precise solution is better than the approximate one in describing the effects because the suitable range the former is wider than that of the latter. It should be emphasised that the effect occurs mainly in the range from strong injection to super-strong injection.

**Key words:** emitter current; edge-crowding-effect; precise solution; SPICE; verification

EEACC: 5275R; 8160C; 8230

**Article ID:** 0253-4177(2000)11-1139-06

## 1 引言

许多人研究了发射极电流集边效应<sup>[1-5]</sup>。考虑图1所示的晶体管，注入的基极电流在基区中从左右边缘向其中心流去。由于基极电阻的自偏压，发射极电流密度在边缘较大，中心较小。发射极电流集边效应理论解出了电位和电流的分布函数。但要用实验方法验证处于晶体管内部的分布函数是极其困难的。本文设计了一种SPICE模拟的新方法，可以验证该分布函数的正确性。结果表明：无论是近似解<sup>[1,3]</sup>，还是精确解<sup>[4,6]</sup>，在弱注入区和中等注入区都与模拟结果吻合。由于近似解是在 $V(x) \ll V_T$ 的前提下得到的，无法给出 $V(x) > V_T$ 的强注入区和极强注入区的分布函数，而发射极电流集边效应正是发生在强注入区和极强注入区；精确解则不然，不受 $V(x) \ll V_T$ 条件的约束，能给出电位和电流的分布函数，且与模拟结果仍能精确地吻合。

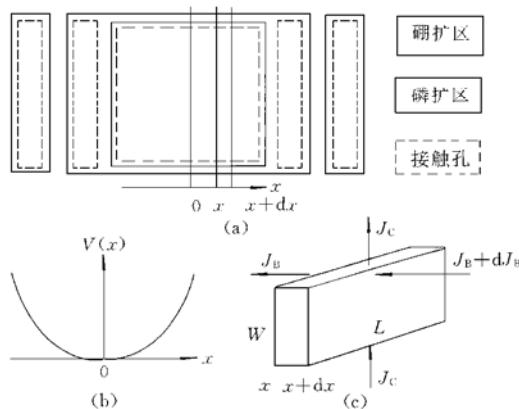


图1 (a) NPN 晶体管的版图 (b) 基区电位分布  
(c)  $x$  到  $x+dx$  之间的微分晶体管

FIG. 1 (a) Layout of NPN Transistor (b) Potential Distribution in Base Region (c) Differential Transistors Located for  $x$  to  $x+dx$

(3) 一维假设，认为电位和电流的分布与 $y, z$ 无关，仅与 $x$ 有关；(4) 对称性假设，认为电流和电位分布是 $x$ 的偶函数。其中假设(2)是指流经微分晶体管基区的三种电流除了满足电流守恒 $J_E = J_C + dJ_B$ 外，还满足理想晶体管方程： $dJ_B = (1-\alpha)J_E$ ，且 $J_C$ 和 $J_E$ 都正比于 $\left[\exp(qV_{BE}/kT) - 1\right]$ ，设晶体管的发射结饱和电流为 $J_s$ ，当发射结正向偏置时有

$$J_E(x) = J_s \left| \exp \left[ \frac{qV_{BE}(x)}{kT} \right] - 1 \right| \approx J_s \exp \left[ \frac{qV_{BE}(x)}{kT} \right] = J_s \exp \left[ \frac{q[V(x) - V_E]}{kT} \right] \quad (1)$$

在这些假设下，基于电流守恒定律和欧姆定律，可建立描述该效应的二阶常微分方程及边界条件<sup>[4]</sup>：

## 2 发射极电流集边效应理论

对图1所示的晶体管，发射极电流集边效应理论<sup>[1,3,4,6]</sup>都作了如下四个假设：(1) 发射区等电位(以 $V_E$ 表示)假设；(2) 理想微分晶体管假设；

$$\left. \begin{aligned} \text{基区电位 } V(x) \text{ 函数应满足: } \frac{d^2V(x)}{dx^2} = C \exp\left[\frac{V(x)}{V_T}\right] \\ V_T \text{ 是热电势, } C \text{ 是常数: } V_T = \frac{kT}{q}, C = \frac{\rho(1-\alpha)J_E(0)}{W} \\ \text{边界条件为: } V(0) = 0, \frac{dV(0)}{dx} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中  $\rho$  是基区的平均体电阻率;  $W$  是基区宽度,  $\rho/W$  即基区的薄层电阻率, 以  $\Omega/\square$  为单位;  $\alpha$  是晶体管共基极电流放大系数;  $J_E(0)$  是  $x=0$  处的发射极电流密度, 由下式表示:

$$J_E(0) = J_s \exp\left[\frac{qV_B - qV_E}{kT}\right] = J_s \exp\left[\frac{qV(0) - qV_E}{kT}\right] = J_s \exp\left[-\frac{qV_E}{kT}\right] \quad (3)$$

定义: 满足  $V=V_T$  时的  $x$  值称为有效发射区宽度, 记为  $S_{\text{eff}}$ , 其物理意义是: 在  $S_{\text{eff}}$  处, 基区电位刚好比发射区中心  $x=0$  处高出一个热电势, 依(1)式, 发射极电流密度为中心处的  $e$  倍,  $e$  为自然对数的底. 文献[1, 3]对该二阶常微分方程的指数项作 Taylor 展开, 取前两项, 解常微分方程, 得到近似解:

$$\left. \begin{aligned} \frac{V(x)}{V_T} &= \operatorname{ch}\left[\sqrt{\frac{\rho(1-\alpha)J_E(0)}{V_T W}} x\right] - 1 = \operatorname{ch}\left[1.32 \frac{x}{S_{\text{eff}}}\right] - 1 \\ S_{\text{eff}} &= 1.32 \sqrt{\frac{V_T W}{\rho(1-\alpha)J_E(0)}} \\ \frac{J_E(x)}{J_E(S_{\text{eff}})} &= \frac{J_C(x)}{J_C(S_{\text{eff}})} = \exp\left[\frac{V(x)}{V_T} - 1\right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

文献[4, 6]对(2)式中的二阶常微分方程求解时, 不作任何近似, 采用分离变量法, 得到精确解:

$$\left. \begin{aligned} \frac{V(x)}{V_T} &= -2 \ln \left[ \cos \left[ 0.919 \times \frac{x}{S_{\text{eff}}} \right] \right] \\ S_{\text{eff}} &= 1.30 \sqrt{\frac{V_T W}{\rho(1-\alpha)J_E(0)}} \\ \frac{J_E(x)}{J_E(S_{\text{eff}})} &= \frac{J_C(x)}{J_C(S_{\text{eff}})} = \exp\left[\frac{V(x)}{V_T} - 1\right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中的  $x/S_{\text{eff}}$ ,  $V(x)/V_T$ ,  $J_E(x)/J_E(S_{\text{eff}})$  和  $J_C(x)/J_C(S_{\text{eff}})$  均为归一化变量, 依次称为归一化坐标, 归一化电位, 归一化发射极电流密度和归一化集电极电流密度. 当  $x=S_{\text{eff}}$  时, 以上所有归一化变量都成为1. 采用归一化处理的好处是使各个变量成为无量纲的变量, 且统一了作比较的基准.

### 3 设计 SPICE 模拟的方法

通用电路分析程序 SPICE, 已广泛应用于电子线路的设计和分析. 对于双极型晶体管, 要作正向工作区的静态分析时, 至少需要两个模型参数<sup>[7]</sup>, 即正向电流增益  $B_F$  和饱和电流  $I_S$ . 现均取其隐含值:  $B_F=100$ ,  $I_S=10^{-16}\text{A}$ . 基区薄层电阻率一般在几十  $\text{k}\Omega/\square$  的量级, 设它为  $10\text{k}\Omega/\square$ . 设想如图1(a)所示的晶体管, 沿  $x$  方向发射区的总宽度为  $20\mu\text{m}$ , 沿  $y$  方向发射区的总长度为  $20\mu\text{m}$ , 从  $x=0$  的中心点开始, 直到沿  $x$  方向发射区的边缘的左右两个区域, 各平均划分成100个微分晶体管, 两个相邻的微分晶体管基极之间会有一个电阻  $R_B$  存在:

$$R_B = 10000 \times [(20/200)/20] = 50(\Omega)$$

于是我们得到了如图2所示的电路图. 调节基极偏置电源  $V_{bb}$  的大小, 使得边缘  $T^#=99$  处的基极电位比中心  $T^#=0$  处的电位高出4个热电势以上, 以便比较明显地观察到该效应. 在我们设定的参数条件下,  $V_{bb}$  取  $0.8\text{V}$  即可. 模拟结果表明: 左右两边的电流和电位的分布完全对称, 即  $T^#=0$  和  $T^#=100$  的电流和电位分别相等,  $T^#=99$  和  $T^#=199$  的电流和电位分别相等. 所以我们只记录右面100个微分晶体管的基极电位和集电极电流的值. 已给定  $B_F=100$ , 有  $J_B=0.01J_C$  和  $J_E=1.01J_C$ , 虽然只记录了基极电位和集电极电流, 实际上所有的微分晶体管的电位和电流都是确定的.

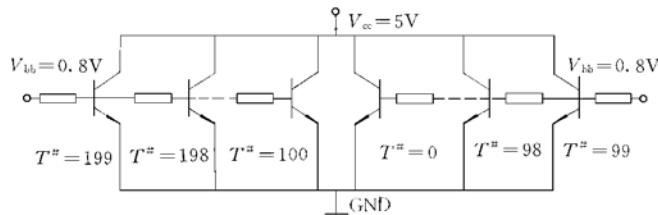


图2 模拟发射极电流集边效应的电路图

FIG. 2 Circuit Diagram for Simulation of Edgen-Crowding-Effect of Emitter Current

## 4 模拟结果和理论计算结果的比较

### 4.1 模拟结果

表1左面三列是从100组数据选出的7组原始数据。为了与归一化表达式(5)或(4)进行比较,首先要找出基区电位比中心高出一个热电势(26mV)的位置,中心的基区电位是676.0mV,  $676.0 + 26 = 702$ (mV),  $T^# = 62$ 的晶体管的基区电位正好是702mV。按定义,它所在的位置就是 $S_{\text{eff}}$ 。用类似的方法,找出基区电位分别比中心高出2个、3个和4个热电势的位置:与它们最接近的是 $T^# = 81$ ,  $T^# = 91$ ,  $T^# = 97$ 。显然,微分晶体管的序号 $T^#$ 与 $x$ 成正比,所以 $(T^# / 62)$ 就是该晶体管的归一化坐标。从100个微分晶体管的模拟结果中,列出 $T^# = 0, 31, 62, 81, 91, 97$ 和99共7组数据。我们将用它们来验证理论。由于已选择了中心点的基区电位等于零,所以应该将每个晶体管的基极电位减去中心点处的晶体管的基极电位(676.0mV),再将差值除以26mV,才是该晶体管的归一化电位。 $S_{\text{eff}}$ 处的集电极电流是61.19μA,将每个晶体管的集电极电流除以它,就是归一化电流密度。将7组模拟得到的归一化坐标,归一化电位和归一化电流密度填入表1相应的模拟结果的栏目中去。

### 4.2 精确解理论计算结果

前面已给出晶体管的正向电流增益 $B_F = 100$ ,即 $1/(1 - \alpha) = 100$ ,  $\rho/w = 10k\Omega/\square$ ,将中心的电流值(22.44μA)除了微分晶体管的发射结面积,就是中心处的发射极电流密度。

$$J_E(0) = (22.44 \times 10^{-6}) / (20 \times 10^{-4} \times 0.1 \times 10^{-4}) = 1122(\text{A}/\text{cm}^2)$$

将以上各计算得到的值代入公式(5)的 $S_{\text{eff}}$ 表达式中去,得到它的精确解理论计算值为

$$S_{\text{eff}} = 1.30 \sqrt{\frac{V_T W}{\rho(1 - \alpha) J_E(0)}} = 1.30 \sqrt{\frac{25.87 \times 10^{-3} \times 100}{10000 \times 1122}} = 6.2(\mu\text{m})$$

因每个微分晶体管的 $x$ 方向的宽度为0.1μm, $S_{\text{eff}}$ 的位置在 $T^# = 62$ 处就意味着模拟得到的 $S_{\text{eff}} = 6.2\mu\text{m}$ ,它与精确解理论计算值 $S_{\text{eff}} = 6.2\mu\text{m}$ 符合得很好。每个微分晶体管的 $x$ 方向的宽度为0.1μm,那么,0, 0, 3, 1, 6.2, 8.1, 9.1, 9.7和9.9就分别是对应晶体管的坐标,除以6.2,就得到归一化坐标 $(x/S_{\text{eff}})$ ,再依据公式(5),计算出归一化电位 $V/V_T$ 和归一化电流密度 $J_C/J_C(S_{\text{eff}})$ 。

### 4.3 近似解理论计算结果

采用与上节相似的方法计算,只是不用(5)式,而是用(4)式计算,结果为 $S_{\text{eff}} = 6.3\mu\text{m}$ ,且注意到只要计算到 $x/S_{\text{eff}} = 1$ 时为止。将精确解和近似解理论计算结果录入表1。

表1 模拟结果和精确解、近似解理论计算结果的比较

Table 1 Comparison Between Simulation Results, Accurate Solution and Approximation Calculation Results

模拟结果的 原始数据			归一化坐标 $x/S_{\text{eff}}$ 的比较			归一化电位 $V/V_T$ 的比较			归一化电流密度 $J_C/J_C(S_{\text{eff}})$ 的比较		
序号 $T^{\#}$	基区电位 /mV	集电极电 流/ $\mu\text{A}$	模拟 结果	精确解的 计算结果	近似解的 计算结果	模拟 结果	精确解的 计算结果	近似解的 计算结果	模拟 结果	精确解的 计算结果	近似解的 计算结果
0	676.0	22.44	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.367	0.368	0.368
31	681.8	28.05	0.500	0.500	0.492	0.223	0.219	0.218	0.458	0.458	0.457
62	702.0	61.19	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000	0.969	1.000	1.000	0.969
81	728.5	171.0	1.306	1.306	—	2.019	2.031	—	2.795	2.804	—
91	753.9	456.9	1.468	1.468	—	2.996	3.029	—	7.467	7.606	—
97	779.7	1235	1.565	1.565	—	3.988	4.047	—	20.18	21.05	—
99	792.3	2012	1.597	1.597	—	4.473	4.547	—	32.88	34.71	—
$(x/S_{\text{eff}}) \leq 1$ 时的最大 相对误差/%			精确解: 0.0 近似解: — 1.6			精确解: - 1.8 近似解: — 3.1			精确解: 0.27 近似解: — 3.1		
$(x/S_{\text{eff}}) > 1$ 时的 最大相对误差/%			精确解: 0.0 近似解: —			精确解: 1.7 近似解: —			精确解: 5.6 近似解: —		

#### 4.4 模拟结果和理论计算结果的比较

**4.4.1 弱注入区和中等注入区** 归一化坐标( $x/S_{\text{eff}}$ ) $\leq 1$ , 无论是近似解还是精确解, 都与模拟结果吻合得很好.

**4.4.2 强注入区和极强注入区** 归一化坐标( $x/S_{\text{eff}}$ ) $> 1$ , 由于此时的  $V(x) > V_T$ , 已经超出了近似解所能描述的范围, 所以近似解不能给出其理论计算结果; 精确解不受  $V(x) < V_T$  这一条件的限制, 仍可以计算出各晶体管的归一化电位和归一化电流密度, 且在归一化坐标和归一化电位的计算中均有满意的精度. 对于归一化电流密度, 对应  $T^{\#}$  为 81, 91, 97 和 99 的晶体管, 精确解与模拟结果的相对误差(%)分别为: 0.32, 1.9, 4.3 和 5.6. 为什么归一化电流密度比归一化电位的相对误差大很多呢? 这与晶体管的放大原理有关: 它将电位的微小变化转换成电流的指数变化. 为了进一步提高模拟精度, 我们把  $T^{\#}$  为 80—99 这 20 个晶体管再细分成 200 个晶体管, 使得每个晶体管在  $x$  方向的宽度只有  $0.01\mu\text{m}$ , 重新运行 SPICE. 结果表明: 即使在强注入区和极强注入区, 精确解与模拟结果的相对误差也在 3.0% 以内.

## 5 结论

1. SPICE 验证表明, 描述发射极电流集边效应二阶常微分方程的精确解和近似解, 在弱注入区和中等注入区(即  $V(x) \leq V_T$ )都能给出满意的结果, 且与 SPICE 模拟结果吻合得很好.

2. 在强注入区和极强注入区, 由于违反了近似解的前提条件  $V(x) \leq V_T$ , 近似解理论无能为力, 不能给出发射极电流集边效应的分布函数. 但是, 精确解理论仍能给出发射极电流集边效应的归一化的分布函数, 且与 SPICE 模拟结果吻合得很好.

3. 由于发射极电流集边效应正是发生在强注入区和极强注入区, 应该说, 精确解理论比近似解理论更能全面地描述该效应.

致谢 华晶公司各级领导对本项目的研究一直很关心、支持, 作者对此表示感谢. 中国科学技术大学物理

系和浙江大学半导体教研室的几位老师曾给予鼓励和帮助,作者深表谢意。

### 参 考 文 献

- [1] 宋南辛,徐义刚,晶体管原理,北京:国防工业出版社,1980,210—214[SONG Nanxin and XU Yigang, Principles on Transistors, Beijing, National Defence Industry Publishing House, 1980, 210—214(in Chinese)].
- [2] 陈星弼,唐茂成,晶体管原理,北京:国防工业出版社,1981,217—221[CHEN Xinbi and TANG Maocheng, Principle on Transistors, Beijing, National Defence Industry Publishing House, 1981, 217—221(in Chinese)].
- [3] 张屏英,周佑谋,晶体管原理,上海:上海科学出版社,1984,138—140[ZHANG Pinying and ZHOU Youmo, Principle on Transistors, Shanghai, Science Press of Shanghai, 1984, 138—140(in Chinese)].
- [4] 石林初,江南半导体通讯,1988,(3):38—44[SHI Linchu, Semiconductor Letters in South of Yang Zi River, 1988, (3): 38—44(in Chinese)].
- [5] SHI Linchu and YING Xiaoguang, on the Effect of 3 Factors upon Reliability with Bipolar IC, ICMPC (International Conference on Materials & Processing Characteristics of IC), Shanghai, 1991, 414—416.
- [6] 石林初,半导体技术,1999,24(3):14—18[SHI Linchu, Semiconductor Technology, 1999, 24(3): 14—18 (in Chinese)].
- [7] 汪蕙,王志华,电子电路的计算机辅助分析与设计方法,北京:清华大学出版社,1996,57—67[WANG Hui and WANG Zhihua, Computer-Aided Analysis and Design Methods on Electrons Circuits, Beijing, Publishing House of Tsinghua University, 1996, 57—67(in Chinese)].