

# MOSFET 反型层二维电子气(2DEG) 带尾区域的复值电容

赵 冷 柱

(上海科学技术大学物理系)

1984年8月30日收到

本文提出在 MOSFET 构成的 2DEG 带尾区域, 复值电容可用三个模型予以描述。一维扩散模型(1DD), 迁移率边模型(ME)和复数电导率模型( $\sigma(\omega)$ )。利用器件的分散结构参数和物理模拟推导了三种模型的表达式。理论和实验作了比较。说明了理论结果在态密度函数测量中的应用。

预期这三个模型也可应用于量子化情况自旋分裂, 谷分裂和朗道分裂的谷区电子导电边的情况。

## 一、前 言

由 MOSFET 反型层构成的 2DEG 散射作用总是态密度分布产生一个带尾。带尾的形状主要与温度和界面势的性质有关。

实验发现<sup>[1,2]</sup> F. Stern<sup>[3]</sup> 的模型对于低态密度带尾区域(迁移率边  $E_c$  以下区域)是不适用的。主要表现在两个方面: 一是测量的复值电容的实数部分  $C_{mR}$  与虚数部分  $C_{mI}$  的峰值之比  $R_0$  ( $R_0 \equiv C_{mR}/C_{mI}$ ) 明显变大。另一是实验测量的  $C_{mI}$  与频率关系产生明显的弥散。也就是说,  $C_{mI}$  的峰比 F. Stern 的理论曲线平坦。

本文主要观点是:

(1) F. Stern 模型的局限性是因为它只考虑电子呈扩展态输运的情况。而在带尾的低态密度区域, 电子却呈定域态输运。对于 MOSFET 反型层构成的 2DEG, 定域态输运主要有二种过程, 一是电子向迁移率边热激发输运过程, 另一是电子作可变程跳跃输运过程。

(2) 为了建立一个普遍模型和导出普遍公式, 反型层的电容除了扩展态电容外, 还必须考虑定域态电容, 其形式呈:  $C_L(\omega) = C_p(\omega) - jC_Q(\omega)$ 。沟道电阻也需用复值形式描述:  $R(\omega) = R_1(\omega) + jR_2(\omega)$ 。

(3) 在定域情况下, 沟道电阻将变得非常大(通常为几十到几百千欧), 这时集中参数的等效电路与实际物理过程将产生很大偏离。分布参数的等效电路是必须的。

(4) 本文虽然重点描述带尾区域, 预期这一理论也适用于磁量子化情况下, 朗道分裂, 自旋分裂和谷分裂的低态密度区的电子边的情况。所谓电子边的定义是指上述三种分裂谷的上半部电子导电区域<sup>[4]</sup>。对于谷的下半部的所谓空穴边, 虽然 M. Pepper 等人<sup>[4]</sup>

实验发现它的导电行为与电子边十分不同,但至今还不清楚原由。看来需要用不同模型来描述空穴边的情况。

## 二、模 型

图1是MOSFET反型层2DEG用分散参数描述的普遍形式的等效电路。

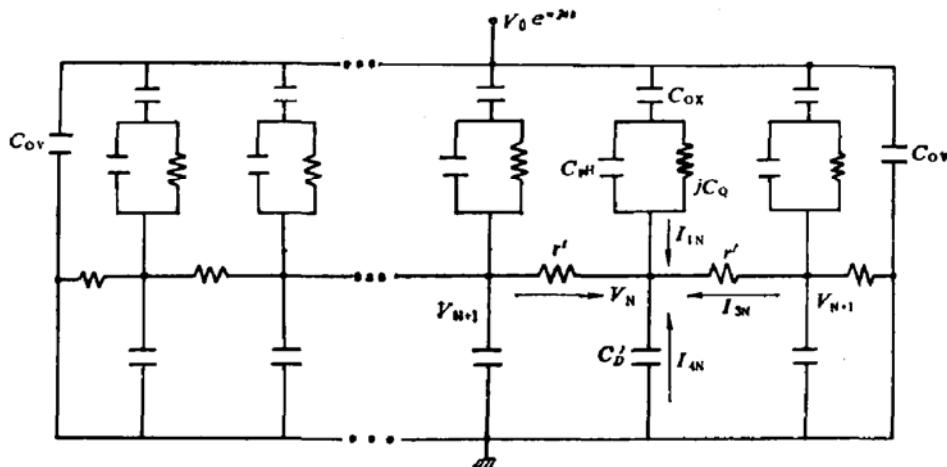


图1 MOS 反型层 2DEG 等效电路

图1中:  $C_{ov}$  表示栅源, 栅漏极的重叠电容。小心制作样品, 可使  $C_{ov}$  很小。把整个反型层平行于源漏电极分成  $m$  等分, 每一小狭条的二氧化硅电容, 扩展态电容(高频电容), 定域态电容, 耗尽层电容, 沟通电阻分别用  $C'_{ox}$ ,  $C'_H$ ,  $C'_L$ ,  $C'_D$  和  $r'$  表示。

具体地说,由前面所述,在任何情况下,  $r'$  总可以写成:

$$r' = r'_1(\omega) + j r'_2(\omega). \quad (1)$$

当在栅极加一测量信号时,半导体表面能带产生相应弯曲。 $E_c$  边以上的电子分布和总电荷数也发生相应的变化。因为这些电子呈扩展态,电子运输的弛豫时间非常短,本文称之为扩展态电容(高频电容)。它可直接写成:

$$C'_H = dA \cdot q^2 \cdot \int_{E_c}^{\infty} \rho(E) \cdot f(E) dE. \quad (2)$$

其中:  $dA$  表示每一小狭条反型层面积。 $\rho(E)$  表示态密度分布函数。 $f(E)$  表示电子占据几率函数。

当偏置在定域态区域, 定域态上电子与  $E_c$  边附近能级进行热激活交换。用 SHR 理论, 很容易计算小信号情况下, 这种交换过程相当于一个电容  $C'_p$  和电导  $G'_Q$  并联。为了处理方便, 写成电容的复值形式有:

$$C'_p = dA \cdot \frac{q^2 \rho(E_F)}{\omega \tau_n} \tan^{-1}(\omega \tau_n), \quad (3)$$

$$C'_Q \equiv \frac{G'_Q}{\omega} = dA \cdot \frac{q^2 \rho(E_F)}{2 \omega \tau_n} \ln(1 + \omega^2 \tau_n^2), \quad (4)$$

$$\tau_n \equiv (\Gamma_n n_{SO})^{-1}.$$

其中:  $\Gamma_0$  表示电子俘获系数。 $n_{SO}$  表示半导体表面呈扩展态电子浓度。

由于  $C'_P$  和  $C'_Q$  相差  $90^\circ$  相位, 所以有

$$C'_L = C'_P - jC'_Q, \text{ 并令}$$

$$C'_{PH} \equiv C'_P + C'_H.$$

将  $C'_{PH}$ ,  $C'_{ox}$  和  $jC'_Q$  合并成一个等效复值电容  $C'_s$  时, 有

$$C'_s = C'_s - jC'_T,$$

$$C'_s = \frac{C'^2_{ox} \cdot C'_{PH} + C'^2_{ox} \cdot C'^2_{PH} + C'^2_{ox} C'^2_Q}{(C'^2_{ox} + C'^2_{PH})^2 + C'^2_Q}. \quad (5)$$

$$C'_T = \frac{C'^2_{ox} \cdot C'_Q}{(C'^2_{ox} + C'^2_{PH})^2 + C'^2_Q}. \quad (6)$$

令测量信号为:  $v = V_0 \exp(-j\omega t)$ , 且  $V_0 \ll V_0$ . 考虑第N个节点, 由电流连续方程有:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r'} (V_{N+1} - 2V_N + V_{N-1}) + j\omega V_N (C'_D + C'_s - jC'_T) \\ - j\omega V_0 (C'_s - jC'_T) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

当  $m \rightarrow \infty$  时, (7) 式化成:

$$\begin{aligned} \frac{d^2V(x)}{dx^2} + j\omega R(C'_D + C'_s - jC'_T) \cdot V(x)/L^2 \\ - j\omega R(C'_s - jC'_T)V_0/L^2 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

其中:  $L$  表示沟道长度,  $R = R_1(\omega) + jR_2(\omega)$  为整个沟道的复值电阻。 $C_D$  为整个样品的半导体耗尽层电容。 $C_s$  和  $C_T$  的表达式在形式上与 (5), (6) 式相同。但式中的  $C'_s$  变成  $C_s$ ,  $C'_T$  变成  $C_T$ ,  $C'_{ox}$  变成  $C_{ox}$ ,  $C'_{PH}$  变成  $C_{PH}$ ,  $C'_Q$  变成  $C_Q$ 。 $C_{ox}$  表示整个样品的二氧化硅电容。 $C_Q$  表示整个样品的定域态复值电容的虚部。 $C_{PH}$  表示整个样品的扩展态电容  $C_H$  和定域态复值电容的实部之和。为了避免重述, 不再一一罗列上面的公式。

测量时, 栅极加信号。源漏极与衬底一起接地。所以边界条件是:

$$V(x)|_{x=0} = V(x)|_{x=L} = 0.$$

方程式 (8) 的解为:

$$\begin{aligned} V(x) = \frac{V_0(C_s - jC_T)}{C_s + C_D - jC_T} \left[ 1 - \cos \frac{ax}{L} - \tan \left( \frac{a}{2} \right) \sin \frac{ax}{L} \right], \\ a \equiv j\omega R(C_s + C_D - jC_T). \end{aligned} \quad (9)$$

测量电容  $C_m$  为:

$$\begin{aligned} C_m &= \sum_{n=1}^m i_n / -j\omega V_0 = \sum_{n=1}^m \frac{-j\omega(C_s - jC_T)(V_0 - V_N)}{-j\omega V_0} \\ &= (C_s - jC_T) - \frac{C_s - jC_T}{V_0 L} \cdot 2 \int_0^{L/2} V(x) dx. \end{aligned}$$

代入式 (9) 后, 经过运算得:

$$C_m = \frac{(C_s - jC_T)C_D}{C_s + C_D - jC_T} \left[ 1 + \frac{C_s - jC_T}{C_D} \cdot \frac{2}{a} \tan \left( \frac{a}{2} \right) \right]. \quad (10)$$

在低温情况下,  $C_D \ll (C_s - jC_T)$ , 于是(10)式简化为:

$$C_m = (C_s - jC_T) \frac{2}{\alpha} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (11)$$

### (1) 1DD 模型

这时电子完全呈扩展态输运,  $R$  与  $\omega$  无关, 令  $R = R_{SD}$ ,  $C_P = 0$ ,  $C_Q = 0$ .  $C_s$  为反型层的高频电容  $C_H$  与  $C_{ox}$  串联。令  $C_1^* = C_{ox} \cdot C_H / (C_{ox} + C_H)$ , 有理化(11)式, 并令  $C_m \equiv C_{mR} - jC_{ml}$ , 则有

$$C_{mR} = C_1^* \frac{\tan \xi + \tanh \xi + \tan \xi \cdot \tanh \xi (\tan \xi - \tanh \xi)}{2\xi (1 + \tan^2 \xi \cdot \tanh^2 \xi)}, \quad (12)$$

$$C_{ml} = C_1^* \frac{\tanh \xi - \tan \xi + \tanh \xi \cdot \tan \xi (\tanh \xi + \tanh \xi)}{2\xi (1 + \tan^2 \xi \cdot \tanh^2 \xi)}. \quad (13)$$

$$\xi \equiv \left( \frac{\omega R_{SD} C_1^*}{8} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

$C_{mR}$  和  $C_{ml}$  是外电路测量的电容实部和虚部。

### (2) ME 模型

如上面讨论, ME 模型的中心思想是电子输运过程为: 定域态上电子向迁移率边  $E_c$  以上能级激发和重新被定域态俘获, 呈扩展态在沟道中输运。所以,  $R$  与  $\omega$  无关, 同样用  $R = R_{SD}$  表示。这时,  $C_P$ ,  $C_H$  和  $C_Q$  均不为零。有理化(11)式后, 得:

$$C_{mR} = \frac{4}{\omega R_{SD}} \cdot \frac{A \tan B + B \tanh A + \tan B \cdot \tanh A (B \tan B - A \tanh A)}{1 + \tan^2 B \cdot \tanh^2 A}, \quad (14)$$

$$C_{ml} = \frac{4}{\omega R_{SD}} \cdot \frac{A \tanh A - B \tan B + \tan B \cdot \tanh A (A \tan A + B \tanh B)}{1 + \tan^2 B \cdot \tanh^2 A}. \quad (15)$$

其中

$$A \equiv \sqrt{\frac{\omega R_{SD}}{8}} (C_s^2 + C_T^2)^{\frac{1}{2}} \left( \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \right)$$

$$B \equiv \sqrt{\frac{\omega R_{SD}}{8}} (C_s^2 + C_T^2)^{\frac{1}{2}} \left( \cos \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \right),$$

$$\phi \equiv \tan^{-1}(C_T/C_s),$$

$$C_s = \frac{C_{ox}^2 C_{PH} + C_{ox} C_{PH}^2 + C_{ox} C_Q^2}{(C_{ox} + C_{PH})^2 + C_Q^2},$$

$$C_T = \frac{C_{ox}^2 C_Q}{(C_{ox} + C_{PH})^2 + C_Q^2},$$

$$C_{PH} = C_H + \frac{q^2 \rho(E_F)}{\omega \tau_n} \tan^{-1}(\omega \tau_n),$$

$$C_Q = \frac{q^2 \rho(E_F)}{2 \omega \tau_n} \ln(1 + \omega' \tau_n^2).$$

### (3) $R(\omega)$ 模型

$R(\omega)$  模型是用来描述温度很低, 或者偏置在低态密度区域的情况(相对 1DD 和 ME 模型而言). 这时,  $E_c$  附近的能级基本上是空态. 电子向  $E_c$  附近能级激发可以忽略. 所以  $C_p = C_q = C_h \approx 0$ . 这时电子在沟道中主要以可变程跳跃方式进行输运. 通过简单计算可知, 电导率  $\sigma$  可写成:

$$\begin{aligned}\sigma &= D \frac{1}{1 + j\omega\tau_v} \\ D &\equiv \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi q^2 v_p \rho(E_p)}{[\alpha\pi K T \rho(E_p)]^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{3\alpha^{\frac{1}{3}}}{[\pi K T \rho(E_p)]^{\frac{1}{3}}} \right], \\ \tau_v &\equiv \frac{1}{\frac{\Gamma_n n_{SO}}{f_0(E_v)} + \frac{\Gamma_p p_{SO}}{1 - f_0(E_v)}}.\end{aligned}\quad (16)$$

可知,  $D$  是一个与频率无关的系数. 另外符号为:  $v_p$  表示电子与声子相互作用频率.  $\rho(E_p)$  表示  $E_p$  处态密度.  $\alpha$  表示定域态电子波函数的因子,  $\phi \sim e^{-\alpha r}$ .  $f_0(E_v)$  表示平衡条件下可变程跳跃能级  $E_v$  的电子占据几率函数.  $\Gamma_n$ ,  $\Gamma_p$  表示  $E_v$  能级的电子与空穴的俘获系数.  $n_{SO}$  和  $p_{SO}$  表示  $E_c$  边的电子浓度和  $E_p$  边空穴浓度.

由上式可知:  $R(\omega)$  可写成  $R(\omega) = R_1(\omega) + jR_2(\omega)$  形式,  $R_1(\omega)$  和  $R_2(\omega)$  分别表示沟道电阻的实数部分和虚数部分.

反型层电容可直接写  $C_1 = q^2 \rho(E_p)$  形式.

$$\text{令 } C_2^* \equiv \frac{C_{ox} \cdot C_1}{C_{ox} + C_1},$$

由(11)式得:

$$C_{mR} = \frac{4}{\omega C_2^* \sqrt{R_1 + R_2}} \cdot \frac{B \tan B + A \tanh A + \tan B \cdot \tanh A (A \tan B - B \tanh A)}{1 + \tan^2 B \cdot \tanh^2 A}, \quad (17)$$

$$C_{ml} = \frac{4}{\omega C_2^* \sqrt{R_1 + R_2}} \cdot \frac{B \tanh A - A \tan B + \tan B \cdot \tanh A (A \tanh A + B \tan B)}{1 + \tan^2 B \cdot \tanh^2 A}. \quad (18)$$

式中:

$$A \equiv \frac{\sqrt{\omega C_2^*} (R_1^2 + R_2^2)^{\frac{1}{4}}}{2\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \right),$$

$$B \equiv \frac{\sqrt{\omega C_2^*} (R_1^2 + R_2^2)^{\frac{1}{4}}}{2\sqrt{2}} \left( \cos \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \right),$$

$$\phi \equiv \tan^{-1} \left( \frac{R_1}{R_2} \right).$$

对  $C_{mR}$  和  $C_{ml}$  进行测量, 并结合对沟道电阻的测量, 可定出  $R_1(\omega)$ ,  $R_2(\omega)$  和  $\rho(E)$ .

### 三、实验与讨论

图 2 给出了不加磁场时带尾区域的  $C_{mR}$  和  $C_{ml}$  随栅偏压变化曲线. 测量时用固定

频率  $f = 20\text{kHz}$ , 可见: 在栅偏压  $V_G \leq 2.5$  伏区域, 存在一个明显的滞后。这个滞后给我们一个重要的启示: 在  $V_G \leq 2.5\text{V}$  区域, 电子处于定域态。为了研究这个区域的复值电容与频率的关系, 将栅偏压分别固定在 2.5V 附近若干点, 测量  $C_{mR}$  和  $C_{ml}$  与频率关系。结果如图 3 所示。

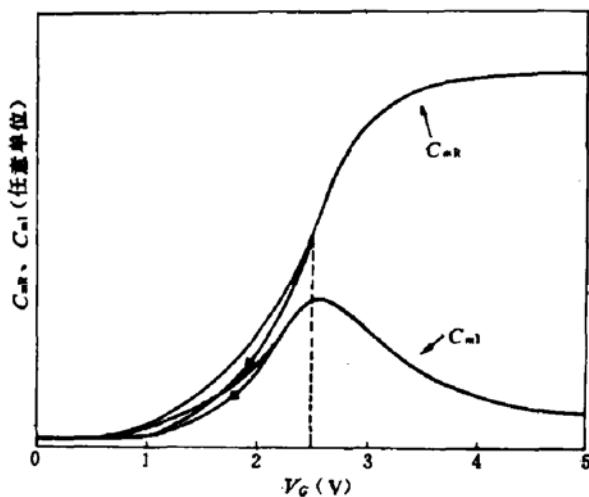


图 2 带尾区域的  $C_{mR}$  和  $C_{ml}$  与栅压  $V_G$  关系

固定测量频率  $f = 20\text{kHz}$ ,  $T = 4.2\text{K}$ , P 型 Si-MOSFET,  $600 \times 600\mu\text{m}^2$ ,  $d_{\text{ox}} = 660\text{\AA}$

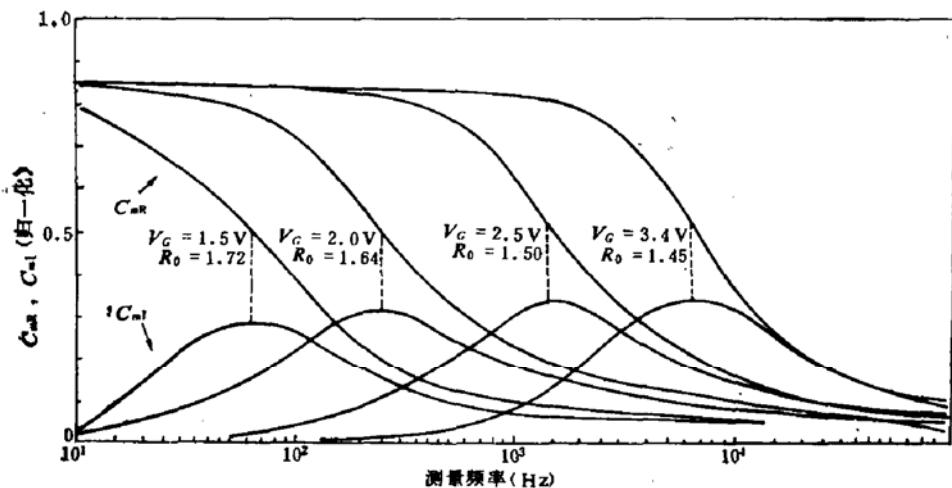


图 3 在子能带带尾区域, 不同偏压  $V_G$  时,  $C_{mR}$  和  $C_{ml}$  与频率  $f$  的关系

$T = 4.2\text{K}$ , 磁场  $B = 0$ , 样品同图 2 所示

由图 3 可见: 当  $V_G = 3.4$  伏时,  $R_0 = 1.45$ 。当  $V_G$  趋向带尾,  $R_0$  逐渐变大。当  $V_G = 1.5$  伏时,  $R_0 = 1.72$ 。另外实验还发现<sup>[5]</sup>: 磁场大小不改变  $C_{mR}-\omega$  和  $C_{ml}-\omega$  曲线形状和  $R_0$  值大小, 而只使曲线沿着  $\omega$  轴产生平移。这说明磁场只改变沟道电阻大小, 而不影响向反型层充放电物理过程。虽然目前人们还知道磁场影响定域态电子输运的微观过程, 但如果把这一影响归结为只对复值电阻  $R_1(\omega)$ ,  $R_2(\omega)$  加以修正时, 由于我们模型本身并没有考虑微观过程, 而且  $R_1(\omega)$  和  $R_2(\omega)$  将均由实验测定, 所以关于带尾区域的复值电容的模型对于磁量子化情况下各个谷底电子边也是适用的。

图 4 给出一组 ME 模型的计算曲线。调整参数  $\tau_n$  和  $C_{it}$  (当  $\rho(E)$  用  $\text{cm}^{-2}\text{eV}^{-1}$  为单

位时, 低温时,  $C_{it} = q\rho(E)$ ) 可改变曲线形状和  $R_0$  的大小, 从而使理论曲线与实验吻合。

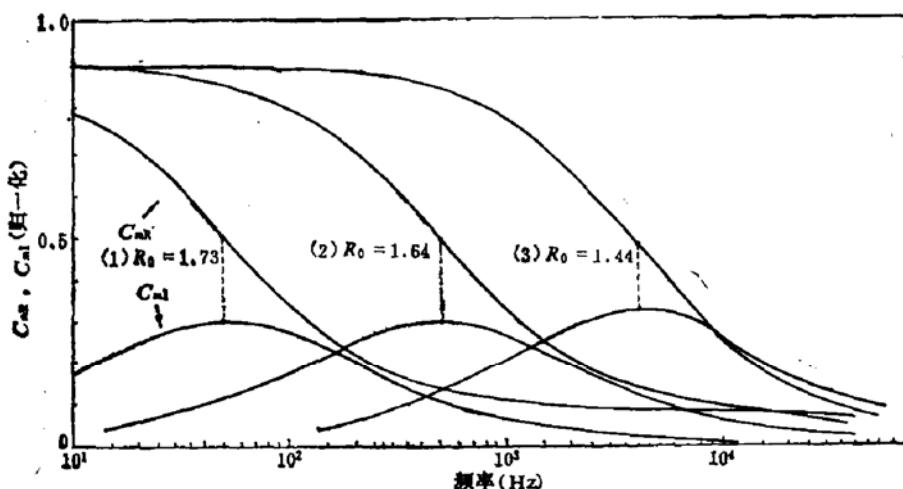


图 4 ME 模型理论计算曲线

$$R_{SD} = 10^3 \Omega, C_{OX} = 0.026 \mu F/cm^2, C_{it} = 0.5 \mu F/cm^2$$

- ①  $C_{HF} = 100 \text{ pF } \tau_a = 0.01 \text{ s}$
- ②  $C_{HF} = 100 \text{ pF } \tau_a = 0.001 \text{ s}$
- ③  $C_{HF} = 100 \text{ pF } \tau_a = 0.0001 \text{ s}$

关于 1DD 模型, 文章 [6] 已给出详细讨论。

关于 MOSFET 反型层 2DEG 态密度分布, 理论上文献 [6,7] 已有所论述。问题是迄今还没有一个可行的测试方法。尤其是低态密度区域。主要困难是: 任何测量都将涉及到电子在沟道中运输过程。一旦电子在沟道中运输过程(扩展态运输, 向迁移率  $E_c$  激发运输, 可变程跳跃运输)与反型层电容(扩展态电容, 定域态电容)搅和在一起, 模型将变得非常复杂。无论如何, 复值电容是与态密度分布最直接相关的一个物理量。建立一个合理的模型, 根据实验测量的  $C_{mR}$  和  $C_{ml}$  来提取态密度分布将是一个十分有意义的工作。本文给出的只是一个初步结果。当用这些模型研究态密度分布时, 首先固定偏置位置, 测量  $C_{mR}$  和  $C_{ml}$  与  $\omega$  关系, 如果  $R_0$  满足条件  $R_0 = 1.43$  左右。此时 1DD 模型适用。当  $R_0$  大于这个值 ME 模型适用。当偏置使  $E_c - E_F$  比  $KT$  大的多, 即在谷底和接近带尾的末端, 建议用  $\sigma(\omega)$  模型。这种判据是非常粗糙的, 但它却给出一个范围。最后最好用数值拟合(总体最优化方法)选出最佳精度模型和物理参数, 例如  $\tau_a$ ,  $\rho(E)$  等。

最后应指出, 文章所描述的模型是建立在样品存在一个迁移边  $E_c$  的假设上。所以它只适用于界面势呈微观不均匀的样品。对于宏观不均匀情况, 由于不存在一个明确的迁移率边, 预期本文描述的模型不会得到好的结果。

作者对 P. J. Stiles 教授在讨论中给予帮助表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] L. C. Zhao and P. J. Stiles, Presented at the Meeting of the American Physical Society, March, 1983, Los Angeles, C. A.
- [2] L. C. Zhao, D. A. Syphre and P. J. Stiles, Presented at 5th Int. Conf. On Electronic Properties

- of 2DEG, Sept. 1983, Oxford, England. *Surface Science*, 142, 332, 1984.  
[3] F. Stern, unpublished IBM internal report, 1972.  
[4] J. Wakabayashi and M. Pepper, Presented at 4th Int. Conf. On 2DEG Properties, 1981, New Hampshire, U. S. A.  
[5] L. C. Zhao, D. A. Syphre, B. B. Goldberg and P. J. Stiles, *Solid State Commu.*, 49, 859, (1984).  
[6] R. R. Gerhartts, *Z. Phys.*, B21, 285(1975). *Surf. Sci.*, 58, 579(1976).  
[7] T. Ando and F. Stern, *Rev. of Mod. Phys.*, 54, (1982).

## Complex Capacitance of MOSFET Inversion Layer 2DEG in Subband Tail Region

Zhao Lengchu

(Shanghai University of Science and Technology)

### Abstract

The paper presents three models to describe the complex capacitance of MOSFET inversion layer 2DEG in subband tail region: one dimension model (1DD), mobility edge model (ME), and complex conductance model ( $R(\omega)$ ). The expressions are derived. The measurement results are compared with the models. The application of the results in state density investigation of 2DEG is discussed briefly. It is predicted that these models can be also used to the electron edge of valley region of Landau splitting, spin splitting and valley splitting.