第7卷 第5期 半导体学报 Vol.7, No.5
1986年9月 CHINESE JOURNAL OF SEMICONDUCTORS Sept., 1986

最优化方法分析 GaAs MESFET 串联电阻

程兆年 杨悦非
(中国科学院上海冶金研究所)
张友渝
(河北半导体研究所)
1985年6月6日收到

提出了由实测数据采用最优化分析技术给出 GaAs MESFET 串联电阻的新方法. 在数据处理中，考虑了部份沟道电阻贡献与栅电流有关. 使用本方法计算程序的机助测试系统可迅速正确地给出结果.

一、引 言

GaAs MESFET 的源电阻 R_s、漏电阻 R_d 和栅电阻 R_g 是影响 GaAs MESFET 高频性能的重要参数. 随着 GaAs MESFET 制作工艺水平的提高，源栅间距和漏栅间距可达亚微米量级，R_s 和 R_g 已可做得很小. 为提高测报精度，在可供考虑的途径中有两个方面甚为重要：一是对栅下沟道电阻的部份贡献作较为严格的扣除，另一是利用计算机辅助测试技术对数据进行在线优化处理. 本文是在此两个方面的尝试.

二、线性区电阻的最优化方法处理

Horwer 和 Bechtel[1] 使用不同栅偏压 V_{gs} 下的线性区电阻 R_{ds} 测得源漏电阻之和 (R_s+R_d) 及栅下沟道电阻 R_{ch}. 方法是作 $R_{ds}(V_{gs})\sim\eta(V_{gs})$ 直线:

$$R_{ds}(V_{gs})=(R_s+R_d)+R_{ch}\eta(V_{gs}), \tag{1}$$

$$\eta(V_{gs})=\frac{1}{1-\sqrt{\dfrac{V_b-V_{gs}}{V_b+V_p}}}. \tag{2}$$

截距给出 (R_s+R_d)，斜率给出 R_{ch}. 上式中，V_b 是自建电压，取为 0.75V，V_p 是夹断电压.

由于 V_p 不容易测准，Fukui[2] 提出尝试作图法联合确定 V_p、(R_s+R_d)、R_{ch}. 即试用不同 V_p 计算 $\eta(V_{gs})$ 并作 $R_{ds}\sim\eta$ 图，寻找能使 $R_{ds}\sim\eta$ 直线最好的 V_p. 虽然目前使用 Fukui 法较为普遍，但 Fukui 的尝试作图系人工处理，甚为费时. 我们提出在计算机上使用最优化方法实现 Fukui 的尝试作图.

最优化方法可参见文献[3]，可归之为计算所谓目标函数的极值问题. 设待定参数为

$x_1, x_2, \cdots x_n$. 若干实测值 F_i 所对应的计算值 f_i 可以通过 $f_i(x_1, x_2, \cdots x_n)$ 算得. 于是,任给一组 $x_1, x_2, \cdots x_n$ 均可算得 f_i, 它与实测值 F_i 的相对误差为 $(f_i - F_i)/F_i$. 我们取引入一定权重因子 λ_i 的相对误差平方和为目标函数 Y:

$$Y(x_1, x_2, \cdots x_n) \equiv \sum_i \left[\lambda_i \left(\frac{f_i(x_1, x_2, \cdots x_n) - F_i}{F_i}\right)^2\right]. \tag{3}$$

确定目标函数后便可计算极值. 亦即寻找一组估计值 $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \cdots \hat{x}_n$, 使 $x_1 = \hat{x}_1$, $x_2 = \hat{x}_2$, $\cdots x_n = \hat{x}_n$ 时目标函数 Y 达到极小. 采用单纯形调优法(亦可参见文献[3])解此极值问题. 向自编的单纯形调优子程序送入目标函数形式(3)式,程序循环一次形成一个新的单纯形. 经多次循环最后在给定精度下收敛给出 $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \cdots \hat{x}_n$ 值. 同时给出各 $f_i(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \cdots \hat{x}_n)$ 计算值和相对误差并打印.

处理线性区电阻,取 $n = 3$, $x_1 = R_s + R_d$, $x_2 = R_{ch}$, $x_3 = V_p$. F_i 为不同 V_{gs} 下的 R_{ds} 值. 各 $f_i(x_1, x_2, x_3)$ 函数形式相同, 均取用(1)式,不同的是式中参数 V_{gs}. 因各 R_{ds} 测量精度相同,表式精度相同(同一表式),故 λ_i 均取为 1. Y 达极小下估计确定的 $(R_s + R_d)$、R_{ch}、V_p 可实现与线性关系式(1)有最小的方差和,亦即得到最好的直线.

在我们自行研制的直流特性计算机辅助测试系统[4]上送入一组线性区电阻测试指令,即可实现不同 V_{gs} 下线性区 $I \sim V$ 特性的自动测量. 在优化处理前进行数据预处理,按最小二乘法给出不同 V_{gs} 下的 R_{ds} 实测值. 最优化处理给出 $(R_s + R_d)$、R_{ch}、V_p 的估计值.

三、与电流有关的部份沟道电阻贡献

栅置正偏压,源接地、漏悬空时测二极管特性,微分电阻可表示为

$$r_{sg} \equiv \frac{dV_{gs}}{dI_g} = R_s + R_g + \alpha_i R_{ch} + \frac{n^* kT}{qI_g}. \tag{4}$$

式中 n^* 是理想因子, kT/q 是热电势. 早先曾在大电流下取 $\alpha_i = 0$ 并略去 n^*kT/qI_g 而简单地得到 $(R_s + R_g)$[5]. 也曾在小电流下取 $\alpha_i = 1/3$ 并扣去 n^*kT/qI_g 得 $(R_s + R_g)$[6,7]. 近年还曾有人在微小电流下取 $\alpha_i = 1/2$ 作 $dV_{gs}/dI_g \sim 1/I_g$ 图定直线外推得截距 $(R_s + R_g)$[8]. 但大电流时取 $\alpha_i = 0$ 误差太大,电流微小时 n^*kT/qI_g 项甚大又带来相当误差. 因此, R_g 较小(如 2Ω 左右)时, 不进一步研究部份沟道电阻贡献 $\alpha_i R_{ch}$ 随栅电流的变化,已难以满足测量精度要求.

同时, 在栅源漏上述接法下测源漏间开路电压 V_{ds}(以下称此时测得的 $I_g \sim V_{ds}$ 为开路电压特性),其与栅电流之比可表示为

$$R_{st} \equiv \frac{V_{ds}}{I_g} = R_s + \alpha_D R_{ch} \tag{5}$$

K. Lee 等人[8]指出,在微小电流下 $\alpha_D = 1/2$, R_{ch} 已知时便可知 R_s. 显见,使用(5)式对 $\alpha_D R_{ch}$ 的准确性要求更高. 否则,由于 R_{ch} 可以比 R_s 大若干倍, 有可能严重损失测报 R_s 的精度.

新近, S. Chaudhuri 和 M. B. Das[9] 讨论了任意栅电流下沟道电阻的贡献, 计算了

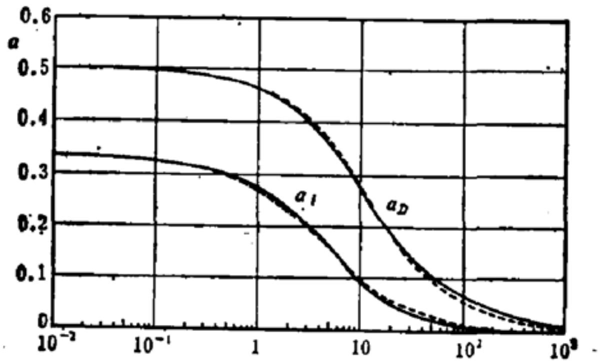

图 1　拟合式结果和数值结果的比较

——数值结果，取自[9]　……拟合式结果，本文

α_i, α_D 随栅电流的变化，并做了模拟实验加以验证．他们引入无量纲电流 $\xi = I_g/I_T$ ($I_T \equiv n^*kT/qR_{ch}$)，给出了 α_i, α_D 随 ξ 变化的普适数值结果．为在机助测试的数据处理程序中使用他们的数值结果，我们将其拟合为以下两个解析式：

$$\alpha_i = \frac{1}{3 + 0.72\xi}, \tag{6}$$

$$\alpha_D = \frac{1}{2 + 0.17\xi}. \tag{7}$$

图 1 给出了拟合式结果和数值结果的比较，表明吻合甚好．使用(6)、(7)式，在 n、R_{ch} 已知时可望由(4)、(5)式自 r_{sg} 和 R_{st} 得到较好的 R_d、R_g.

漏接地、源悬空时情形类同．亦可望自 r_{dg} 和 R_{dt} 得到较好的 R_d、R_g.

四、第二次最优化处理

第二次最优化是将开路电压特性、两极管特性和线性区特性一起再作一次优化处理．因此，除测取一组(m 条)不同栅偏压下线性区特性 ($I_{ds} \sim V_{ds}$) 外，还测取两条开路电压特性 (栅源：$I_g \sim V_{ds}$，记为曲线 1；栅漏：$I_g \sim V_{sd}$，记为曲线 2) 和两条二极管特性 (栅源：$I_g \sim V_{gs}$，记为曲线 3；栅漏：$I_g \sim V_{gd}$，记为曲线 4)．实际测试曲线条数要多一些，因对二极管特性作微分处理要求有较高的测量精度，多次测量迭加可消除随机误差，显著提高测试精度．

第二次最优化不对 R_g 进行优化估计．确定 R_g 在第二次优化以后进行 (见下节)．作第二次优化处理前，先对曲线 1—4 进行数据预处理．计算不同 I_g 下的 α_D 时，取 R_{ch} 为第一次(线性区)优化给出的估计值，取 $n^* = 1.2$ (因 α_D 是 ξ 的缓变函数，n^* 常规误差对结果的影响已可忽略．下节中计算 α_i 亦然)．预处理步骤如下：

(a) 处理曲线 1：各 I_g 下分别由实测数据按(5)式得到 R_{ts} 和按(7)式得到 α_D．由 $R_s = R_{ts} - \alpha_D R_{ch}$ 得不同 I_g 下的 R_s．平均得 R_s.

(b) 处理曲线 2：各 I_g 下分别得 R_{td} 和 α_D．由 $R_d = R_{td} - \alpha_D R_{ch}$ 得不同 I_g 下的

R_d. 平均得 R_d.

(c) 联合处理曲线 1 和 2: 由 $R_d - R_s = R_{td} - R_{ts}$, 得到不同 I_g 下(选同 I_g 下的值相减)的 $(R_d - R_s)$. 平均得 $(R_d - R_s)$.

(d) 联合处理曲线 3 和 4: 各 I_g 下分别由实测数据差分得到 $(\Delta V_{gs}/\Delta I_g)$、$(\Delta V_{gd}/\Delta I_g)$, 由

$$R_d - R_s = \left(\frac{\Delta V_{gd}}{\Delta I_g}\right) - \left(\frac{\Delta V_{ds}}{\Delta I_g}\right)$$

得到不同 I_g 下(选同 I_g 下的值相减)的 $(R_d - R_s)$. 平均得 $(R_d - R_s)$.

预处理后进行第二次优化. 目标函数形式仍是(3)式. 取 $n = 4$, $x_1 = R_s$, $x_2 = R_d$, $x_3 = R_{ch}$, $x_4 = V_p$. $i = 1, 2, \cdots (4 + m)$. F_1 为 (a) 项得到的平均 R_s, $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1$. F_2 为 (b) 项之平均 R_d, $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2$. F_3 为 (c) 项之平均 $(R_d - R_s)$, $f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 - x_1$. F_4 为(d) 项之平均 $(R_d - R_s)$, $f_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 - x_1$. F_5 至 $F_{(4+m)}$ 为各 V_{gs} 下 R_s, $f_5(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 + x_3/[1 - \sqrt{(V_b - V_{gs})/(V_b + x_4)}]$, $f_6(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 至 $f_{(4+m)}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 的函数形式均同 $f_5(x_1,x_2,x_3,x_4)$,但 V_{gs} 不同. 因(a)、(b)最可信(测量精度和表式精度均好. 而(c)、(d)因要作微分处理损失精度),故取 $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 2$,其余 λ_i 均取为 1.

表 1 给出了五个器件(低噪声 GaAs MESFET) 的最优化估计结果. 表 2 给出了其中

表 1 GaAs MESFET 串联电阻最优化估计结果(五个器件)

器件		A	B	C	D	E
第一次最优化	$(R_s + R_d)(\Omega)$	7.51	4.79	4.18	6.24	4.87
	R_{ch} (Ω)	7.61	5.60	5.78	3.44	2.65
	V_p (V)	1.11	1.26	1.51	1.82	2.14
第二次最优化	$R_s(\Omega)$	1.27	3.21	3.28	1.47	1.76
	$R_d(\Omega)$	8.05	2.88	3.43	5.33	3.90
	$R_{ch}(\Omega)$	7.16	5.47	5.40	3.14	2.43
	V_p(V)	1.10	1.27	1.57	1.75	2.13
栅串联电阻	$R_g^{(1)}(\Omega)$	2.71	2.99	13.37	0.87	1.24
	$R_g^{(2)}(\Omega)$	2.88	3.20	13.50	0.95	1.74
	$R_g^{(3)}$ (Ω)	2.52	2.90	9.60	1.00	1.53
	平均 $R_g(\Omega)$	2.70	3.03	12.15	0.94	1.50

器件 A 第二次最优化的实测值、最优估计计算值、计算值与实测值的相对误差. 由表可见,相对误差均很小, 说明不同测试途径已可以相互一致,相互印证. 经第二次最优化后可以给出较可信的 R_s 和 R_d. 并且, 第二次最优化给出的 R_{ch} 亦与第一次给出的 R_{ch} 很接近. 如果两次给出的 R_{ch} 差值未达允许小,则可重新处理曲线 1—4, 再行循环,直至达到允许小. 多数情形无此必要.

表 2　第二次最优化结果一例(表 1 器件 A)

i	名　称	F_i	$f_i(\hat{x}_1,\hat{x}_2,\hat{x}_3,\hat{x}_4)$	$\frac{F_i - f_i(\hat{x}_1,\hat{x}_2,\hat{x}_3,\hat{x}_4)}{F_i}$
1	R_s	1.265	1.267	0.14%
2	R_d	8.150	8.053	−1.20%
3	$(R_d - R_s)$由曲线 1,2	6.711	6.786	1.11%
4	$(R_d - R_s)$由曲线 3,4	6.762	6.786	0.34%
5	R_{ds}, $V_{gs} = 0$V	28.52	29.00	1.67%
6	R_{ds}, $V_{gs} = -0.2$V	34.38	34.52	0.43%
7	R_{ds}, $V_{gs} = -0.4$V	42.62	43.04	0.99%
8	R_{ds}, $V_{gs} = -0.6$V	57.53	58.15	1.07%
9	R_{ds}, $V_{gs} = -0.8$V	97.87	92.93	−5.05%
10	R_{ds}, $V_{gs} = -1.0$V	258.42	260.93	0.97%

五、栅串联电阻

确定 R_s、R_d 后，R_g 可由曲线 3 和 4 得到．步骤如下：

(1) 处理曲线 3．上节数据予处理 (d) 已得各 I_g 下 $(\Delta V_{gs}/\Delta I_g)$． 按(6)式计算各 I_g 下 α_i． 由

$$\left(\frac{\Delta V_{gs}}{\Delta I_g}\right) - \alpha_i R_{ch} = (R_s + R_g) + \frac{n^* kT}{qI_g}.$$

最小二乘定直线得截距为 $(R_s + R_g)$． 减去 R_s 得 $R_g^{(1)}$．

(2) 处理曲线 4．已得各 I_g 下 $(\Delta V_{gd}/\Delta I_g)$． 计算各 I_g 下 α_i． 由

$$\left(\frac{\Delta V_{gd}}{\Delta I_g}\right) - \alpha_i R_{ch} = (R_d + R_g) + \frac{n^* kT}{qI_g}.$$

最小二乘定直线得截距为 $(R_d + R_g)$． 减去 R_d 得 $R_g^{(2)}$．

此外，再加测一条栅置正偏压、源漏并接地时的二极管特性．将其微分电阻写成

$$r_{sdg} = \frac{dV_{gsd}}{dI_g} = R_g + \frac{(R_s + \alpha_{is}R_{ch})(R_d + \alpha_{id}R_{ch})}{(R_s + \alpha_{is}R_{ch}) + (R_d + \alpha_{id}R_{ch})} + \frac{n^* kT}{qI_g} \tag{8}$$

总的栅流 I_g 分流为 I_{gs}(s 分路) 和 I_{gd}(d 分路)． α_{is} 和 α_{id} 分别是 s、d 两个分路的 α_i． 从图 2 的等效电路可以看出，R_s、R_d 相差很大时，I_{gs} 和 I_{gd} 亦会相差很大，使 α_{is} 和 α_{id} 不等．

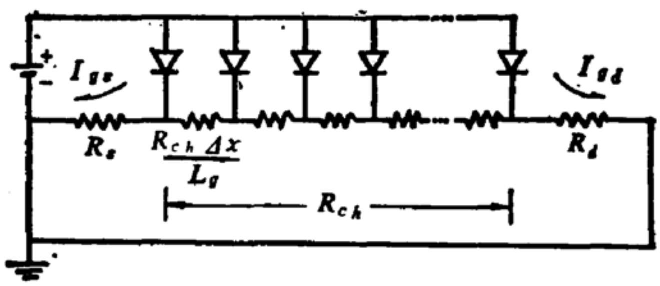

图 2　栅置正偏压，源漏并接地时的等效电路

由于 (8) 式右边第二项已经不大 (并接地使总的电阻减小)，故简化处理 I_g 为按 $\left(R_s+\frac{1}{6}R_{ch}\right)$，$\left(R_d+\frac{1}{6}R_{ch}\right)$ 分流，系数 $\frac{1}{6}$ 系取 $\alpha_i=0\sim\frac{1}{3}$ 的中间值. 亦即

$$I_{gs}=\frac{R_d+\frac{1}{6}R_{ch}}{R_s+R_d+\frac{1}{3}R_{ch}},\quad I_{gd}=\frac{R_s+\frac{1}{6}R_{ch}}{R_s+R_d+\frac{1}{3}R_{ch}}. \tag{9}$$

$$\alpha_{is}=\alpha_i(I_{gs}),\quad \alpha_{id}=\alpha_i(I_{gd}). \tag{10}$$

各 I_g 下分别得到 $(\Delta V_{gsd}/\Delta I_g)$ 和 α_{is}，α_{id}，由

$$\left(\frac{\Delta V_{gsd}}{\Delta I_g}\right)-\frac{(R_s+\alpha_{is}R_{ch})(R_d+\alpha_{id}R_{ch})}{(R_s+\alpha_{is}R_{ch})+(R_d+\alpha_{id}R_{ch})}=R_g+\frac{n^*kT}{qI_g}.$$

最小二乘定直线得截距为 $R_g^{(3)}$.

如此得到的三个 R_g 值 $R_g^{(1)}$、$R_g^{(2)}$、$R_g^{(3)}$ 平均得 R_g. 表 1 中五个器件的三个 R_g 值均很接近，表明测报的 R_g 可信.

以上测试与数据处理方法已编成计算机程序(测试控制程序和数据处理程序)存入机助测试系统. 系统启动后即自动工作. 首先完成所需全部特性的测试，然后通过联机绘图仪画出各特性，最后进行数据处理，打印给出结果. 测试分析方便迅速，结果可信度甚高，已可用于常规测试.

六、讨 论

(1) 通常研究一种测试方法，需将其结果与其他测试方法相比较，如相合则旁证可行. 而最优化分析则是本身包括各种测试方法，如果各种测试方法结果相合则体现在各项相对误差应该都比较小. 因此，从打印给出的各相对误差可看出估计结果的可信度. 表 2 给出的结果各项相对误差均小，表明测报的串联电阻甚为可信.

(2) 关于权重因子：造成实测值与计算值出现误差的原因一是由于测量存在误差，二是由于任何 $f_i(x_1, x_2, \cdots x_n)$ 表式都是在一定精度之内反映各估计参量与实测值之间的关系. 各表式需存在内在的一致性，使各物理量的测量误差和表式误差具有随机性，此时效果最好. 但实际上，各物理量不仅会有不同的测量误差，而且也会有不同的表式误差，此时会带来非随机性，等于造成不合理的平均. 通过选择适当的权重因子 λ_i 可以消除各物理量误差大小不同带来的非随机性. 确定目标函数时，对较可信的物理量(测量和表式均较可信)可赋以较大的权重，使之成为主要依据；对误差较大、但舍之可惜的物理量也可赋以很小的权重，使之仅占参考地位. 出于上述考虑，我们选定第二次最优化中的权重因子. 比较开路电压特性和二极管特性，对二极管特性先作差分处理相当于测量误差升级，故取 $\lambda_1=\lambda_2=2$，$\lambda_3=\lambda_4=1$. 而线性区电阻的直线关系只是在有源区浓度完全均匀下才严格成立，实际器件与理论表式会有一定差距，故权重因子取得比开路电压特性小，亦取为 1.

(3) 本文工作表明最优化方法处理实验数据可以行之有效. 最优化方法有可能依靠

大量实验数据从一群信息中提取出所需要的参数，在机助测试的数据处理中应予重视。

张俊岳同志协助进行了大量的测试工作，王渭源同志多次给予指导，谨此致谢。

参　考　文　献

[1] P. L. Hower and N. G. Bechtel, *IEEE Trans. Electron Devices*, **ED-20**, 213(1973).
[2] H. Fukui, *Bell System Technical Journal*, **58**, 771(1979).
[3] 南京大学数学系计算数学专业编，最优化方法，科学出版社(1978).
[4] 张俊岳等，通用于四端器件测试的计算机读人设备，科技通讯（中国科学院上海冶金研究所），1984 年 3 期，48 页.
[5] R. Legros and J. Lepaisant, *Inter électronique*, **25**, 54(1970).
[6] P. Wolf, *IBM J. Res. Develop.*, **14**, 125(1970).
[7] 丁奎章，半导体情报(河北半导体研究所)，1981 年 2 期，23 页.
[8] K. Lee, M. Shur, K. W. Lee, T. Vu, P. Roberts and M. Helix, *IEEE Electron Device Letters*, **EDL-5**, 5(1984).
[9] S. Chaudhuri and M. B. Das, *IEEE Electron Device Letters*, **EDL-5**, 244(1984).

Determination of Series Resistances of GaAs MESFET by Optimization Technique

Cheng Zhaonian, Yang Yuefei

(Shanghai Institute of Matallurgy, Academia Sinica)

Zhang Youyu

(Hebei Institute of Semiconductors)

Abstract

Based on optimization technique, a new method to determine the series resistance of GaAs MESFET from experimental data is proposed. In the data processing, it is considered that the contribution of the partial channel resistance is related to the gate current. The computer-aided measurement system, which has been equiped with analytic program of this method, is capable of providing fast and correct results.