

B样条函数在短沟道MOS器件直流特性模拟中的应用

严志新

(上海科技大学物理系)

1984年5月14日收到

本文提出了采用B样条函数模拟MOS器件直流特性的新方法。基于“张量积”原理和重结点技巧，推导出满足MOS器件边界约束条件的三维二次B样条函数最小二乘法的数学模型，并开发了相应的SMDC程序(Simulation for MOS DC Characteristics)。

该程序对沟道长度分别为8、5、3和 $0.39\mu m$ 的MOS器件直流特性的模拟结果表明，所有器件的计算值与测量值相符得很好，在器件的工作范围内，全部数据的平均相对误差只有2%左右。在IBM370/148机器上运行SMDC程序时，计算一个 I_{DS} 数据的CPU时间为0.1秒。

与集成电路通用模拟程序SPICE中的MOS解析模型相比较，SMDC程序在模拟短沟道MOS器件、尤其是沟道长度小于 $1\mu m$ 的亚微米器件的直流特性的精度方面，具有明显的优越性。

一、引言

随着构成大规模集成电路主要器件的MOS晶体管沟道长度 L 大幅度减小，使原来基于一维模型的经典理论已远远不能适用^[1]。在一维模型的基础上，考虑了短沟道MOS器件的各种二级效应修正，不仅使模型方程变得愈来愈复杂，而且随着 L 进一步缩短，模型的精度也愈来愈差^[2]。从基本的器件物理模型出发，借助于计算机对短沟道MOS器件特性进行二维以至三维的数值分析，又往往需要长达数小时的CPU计算时间，无法直接应用于电路模拟^[3]。因此，如何对短沟道MOS器件特性进行精确而又有效的模拟，已经成为当前应用计算机模拟大规模集成电路性能所必须解决的重要课题。

我们知道，解决这类问题的途径之一，可以采用数学上的函数逼近原理。即基于描述MOS器件端特性的测量数据，或器件模拟的数值解，根据函数逼近原理和优化算法，找出满足最佳逼近器件特性的数学方程，应用于计算机辅助大规模集成电路特性分析。这种所谓的“查表法”，由于其模拟的精度高，又充分发挥了计算机大容量贮存和高速运算的特点，已成为目前计算机辅助设计领域中十分活跃的一个分支，得到了广泛的应用。

本文第一次提出了采用三维二次B样条函数模拟MOS器件直流特性的新方法，给出了相应的数学模型和SMDC程序。对 $L = 8\mu m, 5\mu m, 3\mu m$ 和 $0.39\mu m$ 的MOS器件模拟计算表明，所有器件的计算值与测量值相符得很好，在器件的工作范围内，全部测量数据与SMDC程序计算值的平均相对误差只有2%左右。在IBM370/148机器上运行

SMDC 程序时, 平均计算一个 I_{DS} 数据的 CPU 时间为 0.1 秒。

与目前国际上广泛应用的集成电路通用模拟程序 SPICE 中的 MOS 解析模型相比较, SMDC 程序在模拟短沟道 MOS 器件, 尤其是沟道长度 $L < 1 \mu\text{m}$ 的下一代超大规模集成电路器件的直流特性精度方面, 具有明显的优越性。

二、三维二次B样条函数最小二乘法

多项式样条函数的基本思想是采用表示成光滑连接的分段低次多项式的函数形式。B 样条函数又进一步使样条基具有局部支撑的性质。这种分段的低次方的局部支撑的函数特点, 对于提高函数拟合的精度, 减少 CPU 计算时间, 加快优化收敛速度, 保证最终解的稳定性都是十分有利的。

1. 采用二次 B 样条函数的理由

目前得到广泛应用的 B 样条函数有二次 B 样条和三次 B 样条两种。三次 B 样条函数, 由于其样条基采用了三次多项式, 且在结点处满足一阶和二阶导数连续, 故拟合的灵活性强, 特别适宜于拟合曲率变化大, 拐点严重的任意形状函数。而二次 B 样条函数, 其样条基采用了二次多项式, 在结点处满足一阶导数连续, 由于样条基最高为二次, 可大大减少 CPU 计算时间, 对于那些曲线比较光顺的函数拟合, 尤为适宜。

考虑到 MOS 器件的直流 $I-V$ 特性曲线, 通常具有光滑连接, 无拐点, 接近抛物线形状等特点, 为此, 采用二次 B 样条函数, 既可以保证足够的拟合精度, 又可缩短计算时间。

2. 三维的二次 B 样条函数基本原理

由于 MOS 器件的漏源电流 I_{DS} 同时与端电压 V_{BS} , V_{GS} 和 V_{DS} 三个自变量有关, 为了建立适用于三维情况下的二次 B 样条函数, 我们首先从一维的二次 B 样条函数出发^[4], 假定在一维区间 $[a, b]$ 内划分为 $N + 1$ 个结点(可以不等距):

$$a = X_0 < X_1 < X_2 < \cdots < X_{N-1} < X_N = b. \quad (1)$$

这里采用大写字母 X_i 表示结点值, 以区别后面的自变量 x 和测量数据 x_i 。为建立二次 B 样条基, 在边界处采用向外虚设二个结点的方法, 先将区间扩充到 $[a, b]$ 之外成为:

$$X_{-3} < X_{-2} < X_{-1} (-a) < X_0 < \cdots < X_N (-b) < X_{N+1} < X_{N+2} \quad (2)$$

二次 B 样条基定义为:

$$SP_I(x) = \sum_{I=-3}^{N+3} \omega_{II}(x - X_I)_+^2. \quad (I = -2, -1, 0, \dots, N-1). \quad (3)$$

其中

$$\omega_{II} = \prod_{\substack{j=I \\ j \neq I}}^{I+3} \left(\frac{1}{X_I - X_j} \right), \quad (4)$$

$$(x - X_I)_+^2 = \begin{cases} (x - X_I)^2 & (x \geq X_I) \\ 0 & (x < X_I) \end{cases} \quad (5)$$

则一维的二次B样条函数可以由上述B样条基线性组合而构成：

$$F(x) = \sum_{I=-2}^{N-1} \alpha_I \cdot SP_I(x). \quad (6)$$

为了推广到三维情况，我们采用“张量积”原理^[5]。设 $SPX_I(x)$, $SPY_J(y)$ 和 $SPZ_K(z)$ 分别对应于自变量为 x 、 y 和 z 的一维二次B样条基，其中 $I = -2, -1, \dots, (NX - 1)$; $J = -2, -1, \dots, (NY - 1)$; $K = -2, -1, \dots, (NZ - 1)$. NX 、 NY 、 NZ 分别表示自变量 x 、 y 、 z 的结点数。则根据张量积原理，三维的二次B样条基可以定义为分别对应于每一个自变量的一维二次B样条基的各种可能组合的乘积：

$$SP_{IJK}(x, y, z) = SPX_I(x) \cdot SPY_J(y) \cdot SPZ_K(z). \quad (7)$$

而三维的二次B样条函数就可以表示成上述B样条基的线性组合：

$$F(x, y, z) = \sum_{I=-2}^{NX-1} \sum_{J=-2}^{NY-1} \sum_{K=-2}^{NZ-1} \alpha_{IJK} \cdot SPX_I(x) \cdot SPY_J(y) \cdot SPZ_K(z). \quad (8)$$

式中 α_{IJK} 为一组任意待定系数。

3. 计入 MOS 器件的边界约束条件

由公式(3)定义的二次B样条基由于在边界处采用向外虚设二个结点的方法，使边界结点 X_0 、 X_N 和内部结点 X_1 、 X_2 、 \dots X_{N-1} 完全相同，从而可以非常灵活地拟合在边界处具有任意数值和斜率的函数，例如MOS器件的 $I_{DS} \sim V_{GS}$ 和 $I_{DS} \sim V_{BS}$ 特性的边界条件就属于这种情况。但是，对于 $I_{DS} \sim V_{DS}$ 特性，在边界 $V_{DS} = 0V$ 处，不论 V_{GS} 和 V_{BS} 为何值， I_{DS} 恒为零。为满足这一边界约束条件，我们对 $V_{DS} = 0V$ 的边界结点 Z_0 采用重结点技巧^[6]。考虑到在 $V_{DS} = 0V$ 处的约束条件是：函数值 I_{DS} 恒为零，但其一阶导数不为零。在边界结点 Z_0 处，不采用向外虚设二个结点 Z_{-1} 和 Z_{-2} 来构造由公式(3)定义的边界样条基 $SPZ_{-1}(z)$ 和 $SPZ_{-2}(z)$ ，而是假定边界结点 Z_0 的重复度为 2 来构造边界样条基 $SPZ_{-1}(z)$ ，它定义为：

$$SPZ_{-1}(z) = \begin{cases} l(z - Z_0)^2 + m(z - Z_0) & (Z_0 \leq z < Z_1) \\ n(z - Z_2)^2 & (Z_1 \leq z \leq Z_2) \\ 0 & (z > Z_2) \end{cases} \quad (9)$$

式中的系数 l 、 m 、 n 可由函数 $SPZ_{-1}(z)$ 及其一阶导数连续求得：

$$\begin{aligned} l &= -\frac{Z_2 + Z_1 - 2Z_0}{(Z_1 - Z_0)^2(Z_2 - Z_0)^2}, \\ m &= \frac{2}{(Z_1 - Z_0) \cdot (Z_2 - Z_0)}, \\ n &= \frac{1}{(Z_2 - Z_1)(Z_2 - Z_0)^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

引入样条基 $SPZ_{-1}(z)$ 后，满足 MOS 器件边界约束条件的三维二次B样条函数应重新定义为：

$$F(x, y, z) = \sum_{I=-2}^{NX-1} \sum_{J=-2}^{NY-1} \sum_{K=-1}^{NZ-1} a_{IJK} \cdot SPX_I(x) \cdot SPY_J(y) \cdot SPZ_K(z). \quad (11)$$

式中除了 $SPZ_{-1}(z)$ 由公式(9)定义外, 其余所有的样条基均由公式(3)定义。

4. 由最小二乘法确定系数 a_{IJK}

众所周知, 最小二乘法是一种对大量测试数据进行拟合处理十分有效的算法。对于公式(11)所示的三维二次 B 样条函数, 假定需要拟合的测试数据为 $\{(x_i, y_j, z_k), D_{ijk}\}$, 这里 $i = 1, \dots, NB; j = 1, \dots, NG; k = 1, \dots, ND$. 根据最小二乘法原理, 取目标函数为差方和:

$$\phi(a_{IJK}) = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{j=1}^{NG} \sum_{k=1}^{ND} [F(x_i, y_j, z_k) - D_{ijk}]^2, \quad (12)$$

则通过解满足差方和为极小值的正则方程组可以求得待定系数 a_{IJK} :

$$a_{IJK} = \sum_{L=-2}^{NX-1} \sum_{M=-2}^{NY-1} \sum_{N=-1}^{NZ-1} A_L^{-1} B_M^{-1} C_{NK}^{-1} \cdot V_{LMN}. \quad (13)$$

式中 A_L^{-1}, B_M^{-1} 和 C_{NK}^{-1} 分别表示矩阵 A, B, C 的逆矩阵元。矩阵 A 与自变量 x 有关, 相应的矩阵元定义为:

$$A_{LI} = \sum_{i=1}^{NI} SPX_L(x_i) \cdot SPX_I(x_i). \quad (14)$$

矩阵 B 与自变量 y 有关, 相应的矩阵元定义为:

$$B_{MJ} = \sum_{j=1}^{NG} SPY_M(y_j) \cdot SPY_J(y_j). \quad (15)$$

矩阵 C 与自变量 z 有关, 相应的矩阵元定义为:

$$C_{NK} = \sum_{k=1}^{ND} SPZ_N(z_k) \cdot SPZ_K(z_k). \quad (16)$$

公式(13)中的 V_{LMN} (亦称右端项)定义为:

$$V_{LMN} = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{j=1}^{NG} \sum_{k=1}^{ND} D_{ijk} \cdot SPX_L(x_i) \cdot SPY_M(y_j) \cdot SPZ_N(z_k). \quad (17)$$

如果令 $x = V_{BS}$, $y = V_{GS}$, $z = V_{DS}$, $F = I_{DS}$, 将公式(13)代入(11), 就可以最后得到适用于模拟 MOS 器件直流特性的三维二次 B 样条函数最小二乘法的数学模型:

$$I_{DS}(V_{BS}, V_{GS}, V_{DS}) = \sum_{I=-2}^{NX-1} \sum_{J=-2}^{NY-1} \sum_{K=-1}^{NZ-1} \sum_{L=-2}^{NX-1} \sum_{M=-2}^{NY-1} \sum_{N=-1}^{NZ-1} \cdot A_L^{-1} \cdot B_M^{-1} \cdot C_{NK}^{-1} \cdot V_{LMN} \cdot SPX_I(V_{BS}) \cdot SPY_J(V_{GS}) \cdot SPZ_K(V_{DS}). \quad (18)$$

三、SMDC 程序流程框图

模拟 MOS 器件直流特性的三维二次 B 样条函数公式(18)虽然不是一个简单的数

学解析式,但是采用计算机进行矩阵运算和累加求和却是十分方便有效。我们根据公式(18)编制了适用于拟合MOS器件直流特性的SMDC程序。图1示出了该程序的流程框图。程序采用Fortran语言编写,总共只有197条语句,其中主程序92条,另外还包括六个子程序,分别用于建立二次B样条基和求逆矩阵。

需要指出的是,由于二次B样条基 $SP_2(x)$ 的构成完全取决于结点值 $\{X_0, X_1, \dots, X_N\}$,这里结点的数目及其在区间 $[a, b]$ 中的位置分布,正如下节所述,对于拟合数据的精度和CPU计算时间有很大影响,必须仔细加以考虑。

通常,结点位置的选取可以根据被拟合的函数形状采用优化算法加以处理。但是,考虑到本文所讨论的MOS器件直流特性的曲线形状通常具有一定的规律,一般无拐点出现,所以为减少计算时间,在程序中我们采用了固定结点位置的方法。首先根据器件端电压的变化范围和漏源电流的变化规律进行结点初选,然后根据拟合的结果通过人工干预加以调整,作为最后确定的固定结点位置在程序中使用。

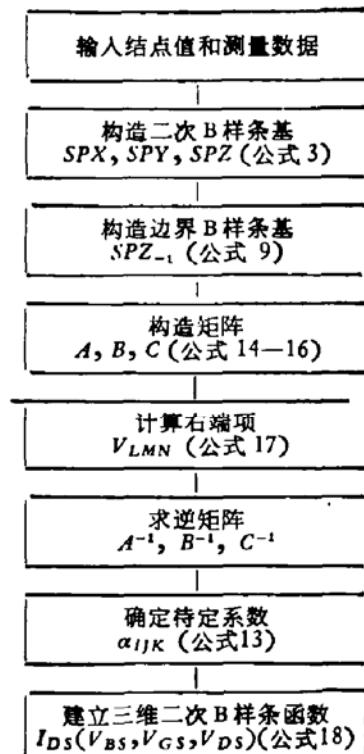


图1 SMDC 程序流程框图

四、拟合结果与讨论

1. 拟合精度

为了检验SMDC程序用于模拟MOS器件直流特性的拟合精度,我们分别选取沟道长度为 $8\mu\text{m}$, $5\mu\text{m}$ 和 $3\mu\text{m}$ 的MOS器件样管,测量这些器件在整个工作电压范围内的漏源电流 I_{DS} (实验测量时,取 $V_{DS}(\text{V}) = 0.05, 0.1, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0$; $V_{BS}(\text{V}) = 0.0, -2.0, -4.0, -6.0$;而 V_{GS} 视器件开启电压而定,取8个栅压值),

表1 SMDC 程序拟合不同沟道长度 MOS 器件的相对误差

相对误差	$L = 8\mu\text{m}$	$L = 5\mu\text{m}$	$L = 3\mu\text{m}$
平均相对误差(%)	1.71	2.59	1.88
相对误差小于1%的比例(%)	44.37	55.31	53.13
相对误差在1~5%的比例(%)	51.87	34.38	38.80
相对误差在5~10%的比例(%)	2.19	3.75	5.21
相对误差大于10%的比例(%)	1.56	6.56	2.86
最大的相对误差(%)	66.59	53.82	39.21

并选取 V_{BS} 的结点数 $NX = 2$, V_{GS} 的结点数 $NY = 4$, V_{DS} 的结点数 $NZ = 6$, 经 SMDC 程序计算, 可以得到如图 2 所示的拟合曲线, 在表 1 中进一步给出了每一个样管的全部实验测量数据与 SMDC 程序计算值的相对误差分析。从图 2 和表 1 可以看出, 无论是对于不同沟道长度的 MOS 器件, 还是器件工作在线性区或饱和区, 所有测量数据的拟合精度均十分满意, 平均相对误差只有 2% 左右。而且当 $V_{DS} = 0V$ 时计算的 I_{DS} 值恒为零。它清楚地表明, 为了模拟 MOS 器件的直流特性, 在 SMDC 程序中选取二次 B 样条函数作为逼近函数是合理的, 根据“张量积”原理建立的三维数学模型是正确的, 采用重结点技巧满足边界约束条件是可行的, 按照最小二乘法进行优化处理是恰当的。

对表 1 所示的拟合结果进一步分析表明, 相对误差大于 10% 的数据主要来自较小的 I_{DS} 值, 当 I_{DS} 较大时, 拟合精度就显著地提高, 绝大部分数据的相对误差在 1% 左右。这主要是由于在 SMDC 程序的数学模型中, 作为优化的目标函数是取公式(12)所示的差方和的缘故。另外, 当 I_{DS} 较小时, 测量本身引起的误差也会相应地增大。如果在某些应用场合, 对小电流的拟合精度提出特殊要求的话, 可以在目标函数公式(12)中引入“权重”因子, 通过提高小电流的“权重”, 进一步改善小电流的拟合精度。

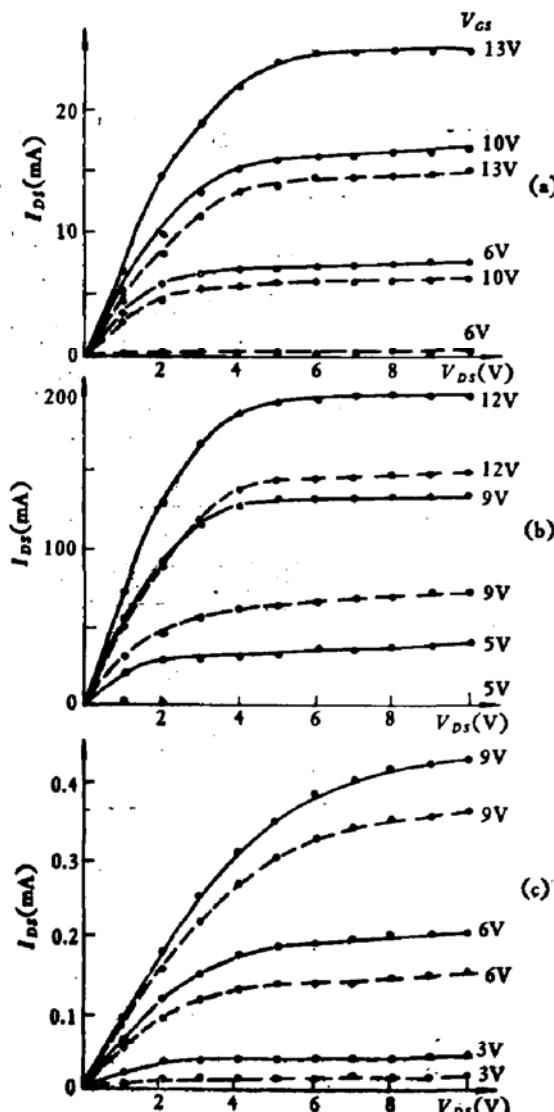


图 2 MOS 管的测量值与 SMDC 计算值的比较

图中实线为 $V_{BS} = 0V$ 的测量值

虚线为 $V_{BS} = -6V$ 的测量值

· 为 SMDC 计算值

$$(a) L = 8\mu m, \frac{W}{L} = 30$$

$$(b) L = 5\mu m, \frac{W}{L} = 1000$$

$$(c) L = 3\mu m, \frac{W}{L} = 1$$

2. 计算速度

由公式(18)可知, 采用 SMDC 程序计算 I_{DS} 值时, 其运行速度主要取决于结点的数目。在 IBM370/148 机器上运行 SMDC 程序对图 2 所示的 MOS

样管进行拟合计算时, 如果选取结点数为 $NX = 2$, $NY = 4$, $NZ = 6$, 则建立三维二次 B 样条函数公式(18)所需的 CPU 时间为 12.6 秒, 由该模型方程计算一个 I_{DS} 值的 CPU 时间为 0.1 秒, 故模拟一条 $I_{DS} \sim V_{DS}$ 实验曲线所需的 CPU 时间为 1 秒左右。

在 SMDC 程序的计算过程中, 实验测量数据的数目 (NB 、 NG 和 ND) 仅与建立模型方程的 CPU 时间有关。一旦模型方程确定后, 作为拟合应用时, 计算 I_{DS} 所需要的时间就与 NB 、 NG 和 ND 无关。

3. 结点的选取

正如前面已经提到, 由于在 SMDC 程序中作为逼近函数的 B 样条是分段二次多项式, 这里的“分段”就是由结点的位置来决定, 所以结点的数目和位置分布对拟合的性能关系很大。一般说, 结点的数目愈多, 拟合的精度也愈高, 然而计算时间也会相应增加, 所以必须折衷考虑。另一方面, 在结点数目一定的情况下, 结点位置的分布也会对拟合结果产生显著影响。通常, 对于任意变化的函数拟合, 结点位置可以采用等距分布。但是, 当被拟合的函数变化范围内存在着明显地接近直线或抛物线的区域, 因而用二次多项式就能很好描述时, 则在该区域中就可不必设置结点; 反之, 对于函数变化比较复杂、需要用高于二次的多项式才能描述的区域, 则应该多设结点。显然, 在这种情况下采用不等距的结点分布可以在不增加计算时间的条件下显著地提高拟合精度。例如 MOS 器件直流特性中 $I_{DS} \sim V_{DS}$ 的函数变化 (如图 2 所示) 就属于这种情况。表 2 具体给出了 $L = 3\mu m$ 的 MOS 器件在固定 V_{BS} 和 V_{GS} 的结点位置时, 改变 V_{DS} 的结点数目和位置分布对拟合性能的影响。从中可以看出, V_{DS} 的结点位置分布对于提高拟合精度起着决定性的作用。

表 2 改变 V_{DS} 的结点数和位置分布对 $L = 3\mu m$ MOS 管拟合精度和 CPU 时间的影响
(固定 V_{BS} 的结点为 0, -6V; V_{GS} 的结点为 0, 3, 6, 9V)

V_{DS} 的结点数和位置分布 相对误差 和 CPU 时间	$NZ = 3$	$NZ = 4$	$NZ = 5$	$NZ = 6$	$NZ = 6$	$NZ = 6$	$NZ = 6$
	0 5 10 (V)	0 3.3 6.6 10	0 2.5 5 7.5 10	0 2 4 6 8 10	0 1 3 5 7.5 10	0 5 1.5 3 6 10	0 .5 1 2 5 10
平均相对误差 (%)	34.79	27.65	23.04	20.67	8.76	2.40	1.88
相对误差小于 1% 的比例 (%)	1.04	6.77	14.06	16.41	46.88	49.22	53.13
相对误差在 1—5% 的比例 (%)	9.90	32.03	32.81	36.72	28.39	34.11	38.80
相对误差在 5—10% 的比例 (%)	19.79	12.76	19.79	16.93	5.21	9.90	5.21
相对误差大于 10% 的比例 (%)	69.27	48.44	33.33	29.95	19.53	6.77	2.86
最大的相对误差 (%)	99.99	100.14	101.05	106.35	82.48	41.35	39.21
建立模型方程的 CPU 时间 (s)	5.50	7.66	10.12	12.55	12.41	12.25	12.63
计算一个 I_{DS} 值的 CPU 时间 (s)	0.055	0.071	0.086	0.102	0.102	0.099	0.100

五、与 SPICE 中短沟道 MOS 模型的比较

为了进一步说明本文提出的三维二次 B 样条函数用于模拟短沟道 MOS 器件直流特性的优越性, 我们对 SMDC 程序的拟合结果与 SPICE 中内含的短沟道 MOS 器件模型作一比较。

SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) 是由美国加州大学贝克莱分校在七十年代开发的主要用于集成电路设计的电路模拟程序^[7]。在 SPICE 中包含了三种描述 MOS 器件特性的解析模型, 其中 MOSI 为经典的一维 Schichman-Hodges 模

型, 主要适用于长沟道器件; MOS2 模型是比较精确的解析模型, 它不仅考虑了一维沟道中体电荷的分布特性, 而且包含了由于沟道长度缩短而引起的主要二级效应修正, 如短沟道效应, 窄沟道效应, 载流子速度饱和效应, 沟道长度调制效应, 以及弱反型电导等效应, 因而可以适用于长沟道和短沟道器件, 但是 MOS2 模型方程与 MOS1 相比要复杂得多, 且在计算时需要进行迭代运算, 故 CPU 的时间较长^[2]; MOS3 模型是一个半经验模型, 它同样计人了由于沟道长度缩短而引起的主要二级效应修正, 但由于在数学处理上采取了一定的近似, 与 MOS2 相比, 模型方程要简单一些, 但模型精度也稍差一些, 主要适用于 $L \leq 2\mu m$ 的短沟道器件^[2].

作为比较, 我们仍以图 2 中 $L = 3\mu m$ 的典型短沟道器件为例, 分别采用 SPICE 中的 MOS2 和 MOS3 模型计算该器件的直流特性, SPICE 模拟时所需的器件模型参数可通过测量的 $I-V$ 数据经优化处理而提取^[8]. 计算结果示于图 3. 比较图 2 和图 3 可知, 就拟合精度而言, 采用二次 B 样条函数模拟的结果要比 MOS2 或 MOS3 模型的计算值来得好. 至于计算速度, 在 IBM370/148 机器上运行 SPICE 程序时, 采用 MOS2 模型计算一个 I_{DS} 数据所需的 CPU 时间约为 .05 秒, 采用 MOS3 模型时相应的 CPU 时间约为 .03 秒, 相比之下, 就计算时间而言, 采用 SMDC 程序的三维二次 B 样条模型要比 SPICE 程序中的 MOS2 和 MOS3 模型来得长.

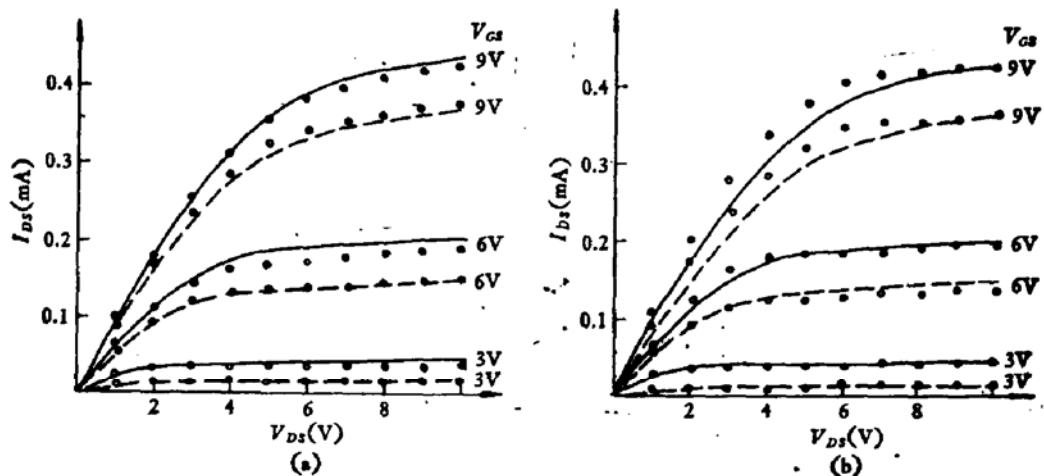


图 3 $L = 3\mu m$ MOS 管的测量值与 MOS2、MOS3 模型计算值的比较

(图中实线为 $V_{BS} = 0V$ 的测量值, 虚线为 $V_{BS} = -6V$ 的测量值)

(a) $L = 3\mu m$ ● MOS2

(b) $L = 3\mu m$ ● MOS3

这里需要特别强调的是, 虽然 SPICE 中的 MOS2 和 MOS3 模型都可用于描述短沟道器件特性, 但是这里“短沟道”的含义是有条件的, 因为当 MOS 器件的沟道长度进一步缩短到亚微米领域后, 原来考虑的各种二级效应, 实际上已经逐步转化为决定 MOS 器件特性的重要因素, 因此, 在原来的经典模型基础上, 仅仅计人二级效应的“修正”而导出的 MOS2 和 MOS3 模型, 如果用来描述像 $L < 1\mu m$ 这样的亚微米器件特性, (这种器件将成为下一代超大规模集成电路的主要元件), 理所当然地会引起显著的误差. 相比之下, 基于二次 B 样条函数的数学模型用来拟合短沟道器件的特性, 并不存在这样的限制, 它可以适用于包括 $L < 1\mu m$ 这样的亚微米器件. 为了说明这一点, 我们引用文献资料

[9] 中 $L = 0.39 \mu\text{m}$ 的亚微米器件直流特性测量数据为例, 采用 SMDC 程序进行拟合, 计算结果如图 4 所示, 表明计算值与测量数据相符得很好, 平均相对误差为 2.02%。图 5 给出了根据文献 [8] 提供的 MOS 器件参数, 由 SPICE 程序中的 MOS2 和 MOS3 模型计算该器件的直流特性。由图可见, 对于像 $L = 0.39 \mu\text{m}$ 这样的亚微米器件, 采用 SPICE 中的 MOS2 或 MOS3 模型来模拟其特性, 会产生显著的误差, 清楚地表明了 SPICE 中短沟道 MOS 模型的局限性。

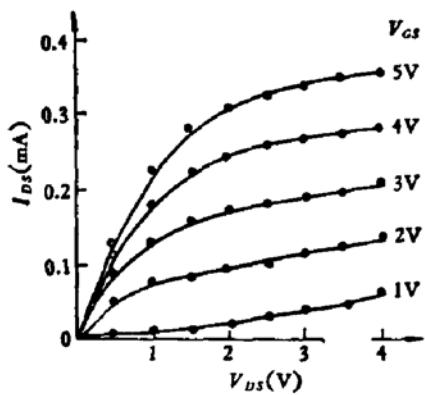


图 4 $L = 0.39 \mu\text{m}$ MOS 管的测量值与
SMDC 计算值的比较
 $V_{DS} = 0\text{V}$ ——测量值 ● SMDC

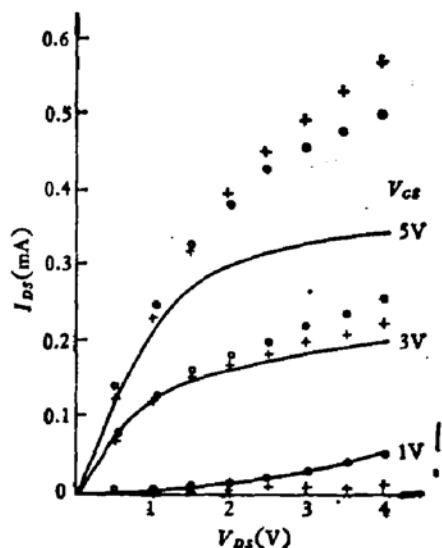


图 5 $L = 0.39 \mu\text{m}$ MOS 管的测
量值与 MOS2、MOS3 计算值的比较
 $V_{DS} = 0\text{V}$ ——测量值 + MOS2 ● MOS3

六、结 论

1. 本文从一维的二次 B 样条函数出发, 根据 MOS 器件直流特性的要求, 采用了“张量积”原理, 重结点技巧和最小二乘法, 从而给出满足边界约束条件的三维二次 B 样条函数最小二乘法数学模型和相应的 SMDC 程序。应用该程序模拟各种沟道长度的 MOS 器件直流特性, 在整个器件的工作范围内, 拟合的结果十分满意, 平均相对误差均在 2% 左右, 在 IBM370/148 机器上计算一个 I_{DS} 数据的 CPU 时间为 0.1 秒。

2. 与目前广泛使用的 SPICE 程序中的短沟道 MOS 器件解析模型相比较, 基于三维二次 B 样条函数的数学模型在拟合短沟道 MOS 器件、尤其是沟道长度小于 $1 \mu\text{m}$ 的亚微米器件直流特性的精度方面, 具有明显的优越性。

3. SMDC 程序应用于模拟短沟道 MOS 器件直流特性的成功, 表明基于数学上 B 样条函数逼近原理的拟合方法, 可以在大规模集成电路计算机辅助设计的各个领域中得到广泛的应用。

上海计算技术研究所助理研究员杨明三同志对本文采用的二次 B 样条函数逼近原理提出了有益的

建议，并详细地审阅了本文。作者对此表示衷心感谢。

上海元件五厂、上海无线电十四厂为本文提供 C043、3D03 等样品，上海计算技术研究所 IBM370/148 机房为本文 SMDC 程序和 SPICE 程序的运行提供了条件，谨在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] L. D. Yau, *Solid-State Electronics*, 17, 1059 (1974).
- [2] A. Vladimirescu and S. Liu, ERL Memo No. ERL M80/7, Electronics Research Laboratory, Univ. of California, Berkeley, Feb. 1980.
- [3] S. Selberherr, A. Schultz and H. W. Potz, *IEEE J. Solid State Circuits*, SC-15 605 (1980).
- [4] 李岳生, 黄友谦, “数值逼近”, 人民教育出版社 (1978).
- [5] 孙家昶, “样条函数与计算几何”, 科学出版社 (1982).
- [6] 杨明三、潘醒华、孙鸿君、邱刚, 计算技术通讯, 3, 71(1981).
- [7] L. Nagel, ERL Memo No. ERL-M520, Electronics Research Laboratory, Univ. of California, Berkeley, May 1975.
- [8] Z. X. Yan and H. C. Lin, Presented at the Joint SIAM, IEEE Conference on Numerical Simulation of VLSI Devices, Boston, Nov. 1982.
- [9] S. M. Sze, Technical Digest 1980 IEDM, P. 7.

Application of B Spline Function in DC Characteristics Simulation of Short Channel MOS Device

Yan Zhixin

(Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology)

Abstract

A new method for DC characteristics simulation of short channel MOS device is presented by using B spline function. The mathematical model of three-dimensional 2-order least square B spline functions with special boundary constrain condition for MOS device is derived on the basis of the tensor product theory and pluri-knot technique. And the corresponding SMDC program (Simulation for MOS DC Characteristics) is developed.

The simulation results for DC characteristics of MOS devices with channel length of 8 μm , 5 μm , 3 μm and 0.39 μm respectively show that the calculation and measurement for all devices are in good agreement. The average relative error of all the data for each device in the operating regions is only about 2%. The CPU time for calculating one I_{DS} data is 0.1 second on the IBM 370/148 computer.

Compared with MOS analytical models in SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis), SMDC program demonstrates the distinct superiority for simulating DC characteristics of short channel device, especially for those submicro devices of $L < 1 \mu\text{m}$.